

**Программа курса "Статистический анализ данных " 4 курс МФТИ
Преподаватель: к.т.н. Платонов Евгений Николаевич**

Методы статистического описания результатов наблюдений

- 1) Основные понятия математической статистики. Предмет и задачи математической статистики.
- 2) Выборка и способы ее представления. Генеральная совокупность. Распределение генеральной совокупности. Выборочный вектор. Выборочное пространство. Вариационный ряд. Размах выборки. Частота элемента выборки. Статистический ряд. Группированный статистический ряд. Таблица частот группированной выборки. Распределение выборки. Эмпирическая (выборочная) функция распределения. Теорема Гливенко. Теорема Бернулли. Гистограмма частот. Полигон относительных частот.
- 3) Числовые характеристики выборочного распределения. Выборочные математическое ожидание, дисперсия, мода, медиана. Выборочные начальные и центральные моменты. Задачи на свойства выборочных характеристик. Формулы для вычислений выборочных характеристик группированной выборки. Квантили. Выборочная квантиль.
- 4) Статистическое описание и выборочные характеристики двумерного случайного вектора. Выборка двумерного случайного вектора. Диаграмма рассеивания. Распределение двумерной выборки. Выборочные числовые характеристики. Выборочный коэффициент корреляции. Задачи на свойства выборочных характеристик. Выборочная линейная регрессия. Выборочные коэффициенты регрессии. Задачи на линейную регрессию. Корреляционная таблица. Формулы для вычислений выборочных характеристик.

Получение случайных величин с заданным распределением

- 5) Получение случайных величин с заданным распределением путем функционального преобразования для случаев: непрерывной случайной величины, дискретной случайной величины, смешанной случайной величины. Получение системы непрерывных случайных величин с заданной функцией распределения. Примеры.

Статистическое оценивание характеристик распределения генеральной совокупности по выборке

- 6) Точечные оценки и их свойства. Состоятельность. Теорема о состоятельной оценке. Несмещенность. Несмещенная оценка, смещение. Метод подстановки. Несмещенность и состоятельность оценка математического ожидания, полученной методом подстановки. Задачи на несмещенность и состоятельность оценок, полученных методом подстановки. Теорема Чебышева (закон больших чисел).
- 7) Вывод неравенства Крамера-Рао. Информация Фишера для непрерывных и дискретных случайных величин. Эффективная оценка. Асимптотически эффективная оценка. Сверхэффективная оценка. Выборочное среднее является эффективной оценкой математического ожидания для нормально распределенной генеральной совокупности.
- 8) Метод максимального правдоподобия. Функция правдоподобия. Свойства МП-оценки: состоятельность, асимптотическая эффективность и асимптотически нормальное распределение. Примеры построения МП-оценок. Метод моментов. Гамма-функция. Построение оценок неизвестных параметров Г-распределения. Задачи на оценки параметров распределения генеральной совокупности.

Распределение основных статистик, вычисленных по выборке из нормально распределенной генеральной совокупности

- 9) Закон распределения квадрата случайной величины. Характеристическая функция случайной величины, имеющей гамма-распределение. Распределение χ^2 . Характеристическая функция и плотность случайной величины, имеющей распределение χ^2 . Формулы для приближенного вычисления квантилей. Примеры.

- 10) Распределение Стьюдента. Безразмерная дробь Стьюдента. Закон распределения среднего арифметического квадратов независимых нормально распределенных случайных величин, имеющих нулевые математические ожидания и единичные дисперсии. Закон распределения квадратного корня случайной величины. Плотность распределения отношения двух случайных величин. Плотность распределения Стьюдента. Числовые характеристики распределения Стьюдента. Приближенная формула для вычисления квантилей. Примеры.
- 11) Распределение Фишера. Плотность распределения Фишера. Числовые характеристики и свойства распределения Фишера. Приближенная формула для вычисления квантилей. Примеры.
- 12) Точные распределения статистик \bar{x} и s^2 . Лемма об ортогональном преобразовании случайного вектора с нормальным распределением. Лемма Фишера. Основная теорема и следствие.

Интервальные оценки

- 13) Доверительные интервалы и доверительная вероятность. Уровень значимости. Односторонние доверительные интервалы. Метод построения доверительных интервалов. Доверительные интервалы для параметров нормально распределенной генеральной совокупности: для математического ожидания с известной и неизвестной дисперсиями, для дисперсии с известным и неизвестным математическими ожиданиями. Доверительные интервалы для вероятности успеха в схеме Бернулли и параметра λ распределения Пуассона.
- 14) Доверительные интервалы для коэффициента корреляции ρ генеральной совокупности, имеющей двумерное нормальное распределение. Задачи на интервальные оценки.

Проверка статистических гипотез

- 15) Основные понятия. Проверка гипотез о параметрах нормально распределенной генеральной совокупности. Определение статистической гипотезы. Простая и сложная гипотезы. Параметрическая гипотеза. Нулевая и альтернативная гипотезы. Статистический критерий K . Статистика Z критерия K . Уровень значимости. Критерий значимости. Область принятия нулевой гипотезы. Критическая область. Односторонний и двусторонний критерии. Последовательные этапы проверки статистической гипотезы.
- 16) Ошибки первого и второго рода. Примеры и задачи. Критерий Бартлетта. Проверка гипотез о дисперсиях нескольких случайных величин, имеющих нормальное распределение. Функция мощности критерия, ее график. Мощность критерия.
- 17) Проверка гипотез о параметре p биномиального распределения, о равенстве параметров двух биномиальных распределенных совокупностей. Проверка гипотез о коэффициенте корреляции ρ .
- 18) Однофакторный дисперсионный анализ. Постановка задачи. Основное тождество дисперсионного анализа. Критерий Фишера. Линейные контрасты. Примеры и задачи.
- 19) Критерий χ^2 и его применение. Проверка гипотезы о виде распределения генеральной совокупности. Проверка гипотезы о независимости двух случайных величин.
- 20) Критерий согласия λ -Колмогорова. λ - Критерий Колмогорова – Смирнова.

Основы регрессионного анализа

- 21) Элементы регрессионного анализа. Линейная регрессия. Линейная регрессионная модель общего вида. Использование ортогональных систем функций.
- 22) Некоторые нелинейные задачи, сводящиеся к линейным моделям. Множественная линейная регрессия (случай двух независимых переменных).
- 23) Вычисление и статистический анализ оценок параметров линейной модели при коррелированных и неравноточных наблюдениях.

Непараметрические методы математической статистики

24) Непараметрические методы математической статистики. Основные понятия. Критерий знаков. Критерии Вилконсона, Манна и Уитни.

Статистика случайных процессов

25) Статистика случайных процессов. Оценивание параметров методом взвешенных наименьших квадратов. Лемма об обращении матриц. Оптимальные фильтрация и прогнозирование линейных многошаговых процессов. Статистически стационарные процессы.