

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

На правах рукописи



Михалёва Елизавета Вячеславовна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ
СТРУКТУРЫ ИОНОСФЕРЫ ЗЕМЛИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ
ДЕКАМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН**

1.3.4 – Радиофизика

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор А.С. Крюковский

г. Москва – 2025 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	6
Глава 1. Лучевые методы описания процессов распространения радиоволн в ионосфере Земли.....	17
§ 1.1 Структура верхней атмосферы Земли: ионосфера и магнитосфера.....	17
§ 1.2 Распространение радиоволн в ионосфере. Методы математического моделирования.....	19
§ 1.3. Метод бихарактеристик описания распространения радиоволн в ионосфере	22
§ 1.4. Расширенная бихарактеристическая система Лукина для описания расходимости радиоволн в ионосфере Земли	27
§ 1.5. Выводы к главе 1	30
Глава 2. Лучевые и каустические структуры радиоволн, возникающие при частотно-модулированном дистанционном зондировании ионосферы Земли	31
§ 2.1. Перемещающиеся ионосферные неоднородности, их характеристики	31
§ 2.2 Исследование особенностей ионограмм вертикального зондирования при наличии перемещающихся ионосферных неоднородностей	33
2.2.1 <i>Модель электронной концентрации ионосферы и эффективной частоты соударений</i>	<i>33</i>
2.2.2. <i>Расчет лучей методом бихарактеристик</i>	<i>35</i>
2.2.3 <i>Моделирование коэффициентов поляризации.....</i>	<i>37</i>
2.2.4. <i>Моделирование амплитуды отраженного от ионосферы радиосигнала</i>	<i>40</i>
§ 2.3 Исследование каустических особенностей ионограмм слабонаклонного зондирования при наличии перемещающихся ионосферных неоднородностей.....	45

2.3.1. Постановка задачи, модель ионосферы и методы вычислений	45
2.3.2. Невозмущенная модель. Результаты моделирования	48
2.3.3. Возмущенная модель. Результаты моделирования	53
§ 2.4. Выводы к главе 2	59
Глава 3. Исследование доплеровского смещения частоты, обусловленного перемещающимися ионосферными неоднородностями в регулярных и каустических областях	61
§ 3.1 Доплеровские характеристики, их роль при исследовании структуры ионосферы	61
§ 3.2 Особенности доплеровских характеристик при исследовании горизонтально и вертикально перемещающихся ионосферных возмущений на слабонаклонных трассах	63
3.2.1. Модель электронной концентрации ионосферы с ПИВ	63
3.2.2. Бихарактеристическая система Гамильтона-Лукина в нестационарной среде	65
3.2.3. Результаты математического моделирования (горизонтальное перемещение ПИВ)	67
3.2.4. Результаты математического моделирования (вертикальное перемещение ПИВ)	72
§ 3.3. Моделирование лучевой и каустической структуры радиоволн, образованных перемещающимися ионосферными возмущениями	77
3.3.1. Постановка задачи: модель ионосферы и перемещающегося ионосферного возмущения и бихарактеристическая система	77
3.3.2. Результаты математического моделирования характеристик распространения радиоволн в многолучевой области	80
3.3.3. Структура поля в области многолучевости	84

§ 3.4. Исследование особенностей каустической структуры электромагнитных волн, формируемых ПИВ, вдоль поверхности Земли	90
3.4.1. Модель электронной концентрации и лучевые траектории	90
3.4.2. Численное моделирования лучевых характеристик вдоль поверхности Земли в зависимости от положения центра ПИВ	94
3.4.3. Численное моделирования лучевых характеристик вдоль поверхности Земли в окрестности каустического острия	97
3.4.4. Численное моделирования лучевых характеристик вдоль поверхности Земли в случае наклонно ориентированного ПИВ	101
§ 3.5. Выводы к главе 3	105
Глава 4. Амплитудный метод определения частоты соударений электронов в ионосфере	107
§ 4.1 Методика восстановления эффективной частоты соударений электронов с нейтральными молекулами	107
§ 4.2 Определения частоты соударений электронов без учета анизотропии среды распространения	109
4.2.1. Особенности применения расширенной бихарактеристической системы уравнений для определения эффективной частоты соударений электронов	109
4.2.3. Результаты численного моделирования. Однослойная модель	115
4.2.4. Результаты численного моделирования. Двуслойная модель	122
§ 4.3 Определения частоты соударений электронов с учетом влияния магнитного поля Земли	129
4.3.1. Особенности вычисления лучевых характеристик и расходимости в магнитоактивной плазме	129
4.3.2. Модель электронной концентрации ионосферы и эффективной частоты соударений электронов	132

4.3.3. Метод восстановления эффективной частоты соударений с учетом анизотропии среды	133
4.3.4. Результаты численного моделирования для обыкновенной и необыкновенной волны	136
§ 4.4. Амплитудный метод восстановления частоты соударений электронов на наклонных трассах	143
§ 4.5. Выводы к главе 4	154
Заключение.....	155
Список основных обозначений и сокращений.....	159
1. Список обозначений	159
2. Список сокращений	161
Список литературы	162

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Ионосфера – верхняя часть атмосферы Земли – оказывает существенное воздействие на распространение электромагнитных волн. Поскольку ионосфера – это слой холодной неоднородной плазмы, радиоволны, проходящие через ионосферу, испытывают рефракцию, активно поглощаются и рассеиваются на неоднородностях. Последнее вместе с “замираниями”, вызываемыми интерференцией, приводит к флуктуациям радиосигналов в точке приема. Влияние ионосферы может быть как положительным, так и отрицательным. Например, рефракция радиоволн декаметрового диапазона приводит к установлению дальней КВ (коротковолновой) радиосвязи. Ионосфера является сложной динамической системой, на которую влияют солнечный ветер, процессы в нейтральной атмосфере, магнитосфере и на Солнце. Актуальность исследования ионосферы Земли определяется интенсивным развитием различных (наземных и спутниковых) средств связи и диагностики околоземного космического пространства.

Разработка методов теоретического и численного моделирования распространения электромагнитных сигналов [12,86] в анизотропной диспергирующей среде (ионосфере) с перемещающимися периодическими и локальными возмущениями различного масштаба являются крайне важной задачей для решения широкого круга задач по диагностике как свойств среды распространения различных сигналов в целях радиосвязи, радиолокации, навигации и т.д., так и по определению их источников и характеристик естественных и искусственных возмущений среды.

В диссертации решается актуальная задача разработки методов обработки линейно частотно-модулированных (ЛЧМ) сигналов для определения характеристик перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) [85], учитывающих образование сложных каустических структур, возникающих на

ионограммах наклонного и слабо наклонного зондирования, что необходимо для восстановления характеристик внутренних гравитационных волн.

ПИВ [81] оказывают существенное влияние на распространение радиоволн декаметрового диапазона. Совокупный учет всех явлений, связанных с формированием и распространением ПИВ является сложной и до конца не решенной задачей [84]. Поэтому разработка методов исследования характеристик таких ионосферных возмущений является весьма актуальной и, помимо прикладных аспектов, будет способствовать лучшему пониманию физических процессов, происходящих при зарождении и распространении ПИВ [59].

Использование подходов моделирования процессов распространения и дифракции электромагнитных волн на основе применения метода бихарактеристик с учетом нестационарности среды распространения [66] и волновой теории катастроф позволяет создавать новые подходы к диагностике тонкой структуры ионосферы Земли. Проведение моделирования также основано на применении методов решения расширенной бихарактеристической системы [37], описывающей распространение частотно-модулированных сигналов в неоднородной, нестационарной, анизотропной ионосферной плазме, и позволяющий эффективно исследовать каустические структуры и их особенности.

Таким образом актуальность настоящего диссертационного исследования обуславливается необходимостью развития подходов, ранее применяемых для классических исследовательских задач, для анализа влияния ПИВ и перехода к новым методикам расчета характеристик сигналов и решения обратных задач восстановления профилей электронной концентрации и частоты соударений. Ключевые фундаментальные задачи настоящей диссертации состоят в разработке таких новых методик получения характеристик ионосферы при вертикальном и слабонаклонным зондировании ионосферы.

Целью работы является

Изучение линейных процессов распространения радиоволн в ионосферной магнитоактивной нестационарной плазме. Разработка новых методов

математического моделирования распространения радиоволн декаметрового диапазона для диагностики перемещающихся ионосферных неоднородностей, а также методов дистанционного мониторинга ионосферы.

Задачи исследования

– математическое моделирование особенностей ионограмм вертикального и слабонаклонного зондирования в присутствии перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) и анализ каустической структуры, формируемой ПИВ на поверхности Земли;

– разработка метода определения прихода лучей из точки в точку (метода «пристрелки») на основе бихарактеристической системы и символьных вычислений для расчета ионограмм наклонного зондирования в магнитоактивной неоднородной ионосферной плазме;

– развитие методов расчета и математическое моделирование доплеровского смещения частоты, возникающего при вертикальном и горизонтальном перемещении ПИВ в магнитоактивной плазме при наклонном зондировании ионосферы;

– развитие метода восстановления эффективной частоты соударений электронов, определяющей поглощение радиоволн в нижних слоях ионосферы, на основе измерения амплитуды частотно-модулированного сигнала и времени запаздывания;

– разработка методов применения расширенной бихарактеристической системы Лукина для расчета электромагнитного поля в области волновой катастрофы типа «каустическое острие», формируемой ПИВ как без учета, так и с учетом поглощения и влияния магнитного поля Земли.

Научная новизна работы

1. Методом бихарактеристик исследованы особенности распространения радиоволн декаметрового диапазона в ионосфере Земли, содержащей ПИВ, при слабонаклонном радиозондировании и впервые показано, что:

– на частотах радиосигналов, отражающихся в окрестности максимума E слоя, а также на частотах, отражающихся в окрестности ПИВ возникает каустика и область трехлучевости, кривые группового времени запаздывания и угла выхода радиосигнала от частоты в обоих случаях имеют одну и ту же качественную зависимость;

– расходимости и амплитуды принятых сигналов (без учета поглощения), для о- и х-волны приблизительно одинаковы и отличаются только сдвигом по частоте, расходимость резко убывает в окрестности каустики и резко нарастает при приближении частоты к частоте просачивания волны;

– ионограмма х-волны сдвинута по частоте относительно ионограммы о-волны приблизительно на одну и ту же величину как для модели с ПИВ, так и для невозмущенной модели;

2. Исследованы доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях электромагнитной волны, а также амплитудная структура поля на поверхности Земли как без учета, так и с учетом поглощения и показано, что

– при горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского сдвига в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер;

– при движении ПИВ в горизонтальном и вертикальном направлении возникает каустическая структура типа «каустическое остриё» (волновая катастрофа A_3), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий;

– при описании зависимости задержек сигналов от расстояния, S-образным кривым соответствуют «петли времени», фазы лучей между каустиками образуют сечение особенности «ласточкин хвост» (катастрофа A_4);

– не только поле на каустиках, но и среднее значение амплитуды поля в многолучевой области существенно возрастает;

– каустическое остриё развивается с ростом начальной частоты, втягиваясь в лучевую структуру, а S-образные структуры и петли времени перемещаются вдоль поверхности Земли при движении ПИВ;

– образование сложных каустик маскирует истинное положение ПИВ, его размеры и мощность.

3. На основе метода расширенной бихарактеристической системы Лукина впервые создан амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме по данным об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов как при вертикальном, так и при слабонаклонном радиозондировании ионосферы Земли в изотропном приближении, а также в случае магнитоактивной ионосферной плазмы. Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

Теоретическая и практическая значимость работы

Методы и алгоритмы, развитые в диссертационной работе, позволяют эффективно моделировать распространение радиоволн, отражающихся от ионосферы Земли между передатчиком и приёмником с учетом неоднородности, анизотропии и нестационарности среды распространения.

Разработанные подходы позволяют рассчитывать ионограммы, амплитуды и фазы радиосигналов, восстанавливать эффективную частоту соударений электронов, что с практической точки зрения актуально для решения задач о диагностике ионосферы Земли, прогнозирования каналов КВ радиосвязи, решения задач радиолокации и радионавигации.

Методология и методы исследования

В диссертации используются различные методы математического моделирования: метод бихарактеристической системы Гамильтона-Лукина, метод

расширенной бихарактеристической системы, метод специальных функций волновых катастроф, метод рекуррентных уравнений, а также современные методы компьютерных символьных вычислений.

Положения, выносимые на защиту

1. Развитие численных методов решения бихарактеристической системы Гамильтона-Лукина и расширенной бихарактеристической системы Лукина на основе применения символьных вычислений позволяет эффективно решать задачу о приходе лучей из точки в точку (реализовывать метод «пристрелки») в магнитоактивной неоднородной и нестационарной ионосферной плазме, получать ионограммы вертикального и слабонаклонного зондирования, анализировать каустические структуры, исследовать доплеровское смещение частоты в присутствии перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ), а также расходимости лучевых потоков, определять амплитуды радиосигналов, их фазы и поляризации.

2. При перемещении ионосферных возмущений в горизонтальном и вертикальном направлении образуется каустическое остриё (волновая катастрофа A_3), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий и «петель времени» при описании зависимости задержек сигналов от расстояния; существенно возрастает амплитуда поля как вблизи каустик, так и среднее значение амплитуды в многолучевой области. Образование сложных каустик маскирует истинное положение ПИВ, его размеры и мощность.

3. При горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского сдвига в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер.

4. Иonoграмма х-волны сдвинута по частоте относительно иonoграммы о-волны приблизительно на одну и ту же величину как для модели с ПИВ, так и для невозмущенной модели;

5. Амплитудный метод, разработанный в диссертации и основанный на данных как вертикального, так и слабонаклонного зондирования, позволяет успешно восстанавливать эффективную частоту соударений электронов, определяющую поглощение декаметровых радиоволн в нижних слоях ионосферы Земли;

Достоверность

Научные результаты, представленные в диссертационной работе, не противоречат другим известным из литературы научным результатам, применяемые методы математического моделирования строго обоснованы, а полученные численные и графические результаты подтверждаются сопоставлением с другими модельными расчетами и результатами известных экспериментов.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы докладывались на 21-й Международной конференции "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса", Москва, 2023; на VII Всероссийской Микроволновой Конференции, Москва, 2020; на VIII Всероссийской микроволновой конференции, Москва, 2022; на Всероссийских открытых Арmandовских чтениях (Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Всероссийская открытая научная конференция), Муром, 2021, 2022, 2023; на Международной Байкальской молодежной научной школе по фундаментальной физике (XVII Конференции молодых ученых), Иркутск, 2022; на XXIII Международной научной конференции «Цивилизация знаний: российские реалии», Москва, 2022; на XXVI Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн», Казань, 2019; на XXVII Всероссийской открытой научной конференции

«Распространение радиоволн», Калининград, 2021; на XXVIII Всероссийской открытой научной конференции «Распространение радиоволн», Йошкар-Ола, 2023; на симпозиуме Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS). Chengdu, CHINA, 2024.

Публикации

Результаты работы изложены в 27 трудах, в том числе 10 в научных статьях, опубликованных в журналах, входящих в международные системы цитирования Web of Science и Scopus, 7 – в журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ, 10 – в трудах Всероссийских конференций, 5 – в трудах Международных конференций.

Личный вклад

Результаты, изложенные в диссертации, получены диссертантом самостоятельно или на равных правах с соавторами. В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит: математическое моделирование волновых полей и доплеровских сдвигов частоты в окрестности каустического острия при наличии нестационарных неоднородностей ионосферы, а также моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования на основе модели IRI.

Моделирование влияния неоднородностей ионосферы Земли на распространение радиоволн коротковолнового диапазона, исследования влияния перемещающихся ионосферных возмущений на характеристики радиосигнала и доплеровского смещения частоты, математическое моделирование каустической структуры электромагнитных полей, образованной перемещающимися ионосферными возмущениями, математическое моделирование амплитудных, угловых и временных характеристик коротких радиоволн при слабонаклонном зондировании ионосферы, восстановление эффективной частоты соударений электронов в магнитоактивной ионосферной плазме Земли на основе амплитудных данных, полученных как при вертикальном, так и при слабо наклонном зондировании, исследование неоднородностей ионосферы Земли на основе регистрации амплитудных и поляризационных характеристик

непрерывных линейно частотно-модулированных сигналов, выполнялись совместно с А.С. Крюковским, Д.С. Лукиным и Д.В. Растягаевым.

Диссертационная работа выполнялась в рамках научного гранта Российского научного фонда №№ 20-12-00299, 20-12-00299-П «Фундаментальные теоретические и экспериментальные исследования неоднородностей ионосферы Земли и их влияния на распространение радиоволн коротковолнового диапазона», где автор являлся исполнителем работ.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, 4 глав и заключения. Полный объем диссертации 176 страниц, включая 127 рисунков и 1 таблицу. Список литературы содержит 121 наименование.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении сформулированы актуальность, цели и задачи работы, научные положения, выносимые на защиту, новизна и достоверность работы, личный вклад автора, теоретическая и практическая значимость, а также кратко изложено содержание работы.

Первая глава диссертации посвящена постановке задачи и обзору методов моделирования распространению радиоволн в верхней атмосфере Земли. Первый раздел содержит краткое описание структуры верхней атмосферы Земли: ионосферы и магнитосферы. Второй раздел посвящен обзору методов математического моделирования распространения радиоволн. Описаны различные альтернативные конкурирующие подходы: метод нормальных волн, метод параболического уравнения, лучевой метод, вариационный подход, а также различные интегральные подходы и волновая теория катастроф. Третий раздел посвящен методу бихарактеристик описания распространения радиоволн в ионосфере, который активно используется в диссертационной работе. В четвертом разделе рассмотрена расширенная бихарактеристическая система Лукина, необходимая для определения расходимости лучевого потока вдоль траектории.

Во второй главе в первом разделе рассмотрены перемещающиеся ионосферные неоднородности и их характеристики.

Во втором разделе исследованы лучевые, амплитудные и поляризационные характеристики частотно-модулированных радиосигналов, отражённых от ионосферы при вертикальном радиозондировании. Рассмотрена многослойная модель электронной концентрации ионосферы Земли, содержащая локальную неоднородность с повышенной электронной концентрацией. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны.

В третьем разделе главы методом бихарактеристик исследованы особенности распространения радиоволн декаметрового диапазона в ионосфере Земли при слабонаклонном радиозондировании. Выполнено численное моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования ЛЧМ сигналами как для невозмущенной, так и для возмущенной модели. Исследована каустика и область трехлучевости, возникающие при отражении радиоволн от ионосферы в окрестности максимума E слоя, а также в окрестности ПИВ. Рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды.

В третьей главе выполнено математическое моделирование распространения декаметровых радиоволн на слабонаклонных трассах из источника в приемник при наличии ПИВ на основе бихарактеристической системы. Рассмотрено перемещение неоднородности как в горизонтальном направлении (от приёмника к передатчику), так и в вертикальном направлении (снизу вверх). Исследованы доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, а также зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях.

Изучена каустическая структура типа «каустическое остриё» (катастрофа A_3) и доплеровские кривые в виде S-образных линий, а также «петли времени». Методом расширенной бихарактеристической системы с привлечением результатов волновой теории катастроф рассчитана амплитудная структура поля

на поверхности земли. Исследовано влияние частоты на образование катастроф Аз. Рассмотрены как горизонтально ориентированные ПИВ, так и наклонно ориентированные.

В четвертой главе разработан амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме на основе данных об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов при вертикальном и наклонном радиозондировании ионосферы Земли. Рассмотрено как изотропное приближение, так и случай магнитоактивной ионосферной плазмы.

Сопоставление результатов моделирования, полученных в ходе численного эксперимента, и исходных данных показало для обыкновенной волны, а также в изотропном случае хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений, а разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Благодарности

Автор выражает благодарность профессору Д.С. Лукину за полезные советы и конструктивную критику.

ГЛАВА 1. ЛУЧЕВЫЕ МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

§ 1.1 Структура верхней атмосферы Земли: ионосфера и магнитосфера

Верхняя атмосфера – это область, расположенная выше 50 километров от поверхности Земли. В верхних слоях атмосферы проводятся наблюдения за метеоритами, свечением ночного неба и полярным сиянием. Данные наблюдения осуществляется с помощью аппаратуры, поднимаемой на спутниках, космических аппаратах и ракетах, так как полет высотных аэростатов и самолётов в верхней атмосфере невозможен.

В верхней атмосфере Земли под действием солнечного коротковолнового излучения происходит ионизация газов. Ионизированный слой называют ионосферой, т.е. ионосфера – это часть атмосферы Земли, расположенная примерно между 50 км от земной поверхности и полярным радиусом Земли (в среднем 6371 км), содержащая ионы (заряженные частицы) и свободные электроны, образующиеся благодаря солнечному излучению, которое сталкивается с молекулами и атомами в верхней атмосфере [11,12,13].

Условно ионосферу можно разделить на слои в зависимости от электронной концентрации и высоты (рис. 1.1). Первый слой – D, располагается ниже 90 км, второй слой – E расположен на высоте от 90 до 130 км, третий слой F1 на высоте от 130 до 200 км и третий слой F2 находится выше 200 км. На высотах от 250 км до 450 км расположена максимальная концентрация электронов и ионов в слое F2.

Свободные электроны в ионосфере, и частота волны оказывают основное влияние на распространение радиоволн. В связи с наличием данных свободных электронов ионосфера становится дисперсионной средой для радиоволн. Скорость распространения в такой среде зависит от длины волны. По этой причине происходит задержка распространения и преломление траектории радиоволн в ионосфере, а для определенных длин волн даже отражение в ионосфере.

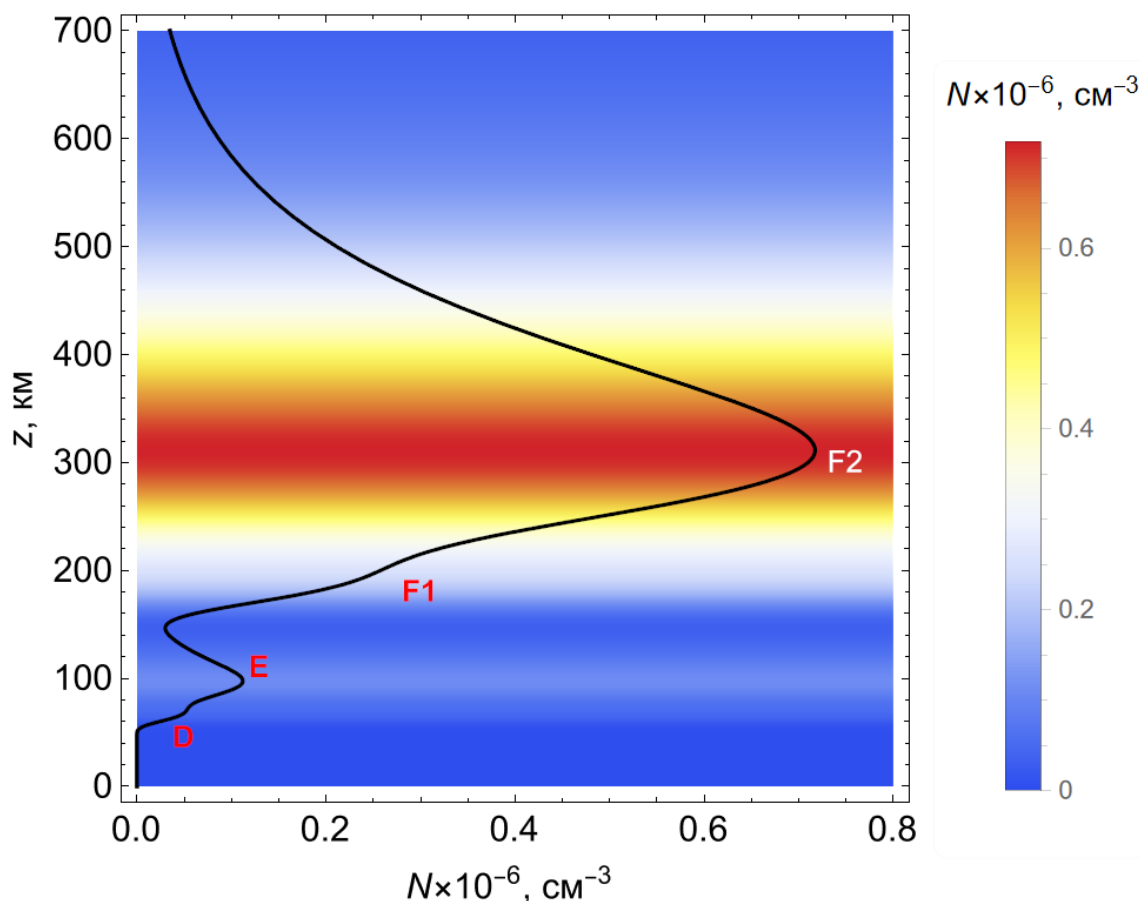


Рис.1.1. Структура ионосферы Земли

Убывание с высотой концентрации электронов выше максимума слоя F сначала происходит довольно быстро, но затем, по мере того как всё большую часть занимают лёгкие ионы — протоны и в небольшом числе ионы гелия, изменения с высотой становятся весьма медленными. Выше ионосферы располагается магнитосфера. Точно установить, где кончается ионосфера и начинается магнитосфера, невозможно. Нижнюю границу магнитосферы обычно определяют на высоте в несколько тысяч километров. На протяжении первых пары тысяч километров обнаруживаются явления, относящиеся, скорее, к ионосферным. Наблюдается перекачка электронов и ионов из магнитосферы в ионосферу и обратно, а также из одного полушария в другое вдоль магнитно-силовых линий. Магнитосфера — область пространства вокруг планеты или другого космического объекта, обладающего магнитным полем, которая образуется, когда внешний поток заряженных частиц отклоняется от своей

первоначальной траектории под воздействием магнитного поля этого тела. Магнитосфера имеется у большинства планет Солнечной системы, в первую очередь у Юпитера, Сатурна и Меркурия, и отсутствует у Венеры и Марса. Магнитосфера Земли является результатом постоянного и активного взаимодействия между сверхзвуковым потоком полностью ионизованной плазмы, истекающей из солнечной короны, и собственным магнитным полем Земли. В ходе такого взаимодействия формируются головная ударная волна, магнитопауза и магнитосферные токовые системы. Крупномасштабные токи в магнитосфере Земли определяют структуру магнитного поля и как следствие размер и положение плазменных образований в околоземном космическом пространстве, движение энергичных заряженных частиц. Магнитосфера Земли и солнечный ветер находятся в постоянной взаимосвязи и представляют собой единую систему. Находясь под постоянным воздействием солнечного ветра, магнитосфера Земли отображает вариации параметров межпланетной среды, связанные, как, с активными, так и с циклическими процессами на Солнце. Наиболее ярким проявлением такого воздействия являются взрывные процессы в магнитосфере: магнитосферные суббури и магнитные бури, приводящие к значительному энерговыделению во внутренней магнитосфере. Наряду с этим, эффекты вращения Солнца, одиннадцатилетнего цикла солнечной активности, также уверенно регистрируются по состоянию магнитосферы, по вариациям магнитосферного магнитного поля.

§ 1.2 Распространение радиоволн в ионосфере. Методы математического моделирования

Распространению радиоволн коротковолнового диапазона в ионосфере Земли посвящен ряд классических монографий, среди которых необходимо отметить монографии В.Л. Гинзбурга [9], К. Дэвиса [12], а также К.Д. Баддена [89]. Более полное состояние проблемы описано в монографии [8]. Исторически одним из первых способов прогнозирования линий коротковолновой радиосвязи,

в том числе максимально применимых частот (МПЧ) являлся метод Казанцева [23,24].

Анализируя современные методы расчета радиолиний КВ-диапазона, можно выделить несколько направлений:

1. Метод нормальных волн

Метод нормальных волн предложен П.Е. Краснушкиным [29]. Решение задачи о распространении радиоволн строится в виде ряда собственных функций (группы нормальных волн). Первоначально метод нормальных волн использовался для описания распространения сверхдлинных (ОНЧ) волн [30], а также в подводной акустике [102]. Однако в дальнейшем он стал активно применяться и для решения задач КВ-радиосвязи в основном благодаря усилиям сибирской школы радиофизиков [61,75]. Ими реализованы алгоритмы моделирования основных характеристик КВ сигнала в области фокусировки сигнала и на границе освещенной зоны [60].

2. Метод параболического уравнения

В методе параболического уравнения предполагается, что существует направление, вдоль которого можно строить коротковолновую асимптотику, а в поперечном направлении искать решения в виде собственных функций. Сильная сторона метода – это возможность «автоматического» учета электромагнитных свойств поверхности Земли при много-скачковом распространении. Наиболее успешно этот подход применяется в акустике. В КВ-распространении его развивали Ю.Н. Черкашин [83] и А.В. Попов [88] в ИЗМИР РАН. В последнее время наиболее интересные результаты получены в [3].

К методу параболического уравнения примыкает метод суммирования гауссовых пучков, применяемый также в основном для решения акустических задач [4].

3. Лучевой метод (метод бихарактеристик)

В настоящее время лучевой подход является основным методом для расчета радиолиний КВ-диапазона. Существует много способов расчета лучевых траекторий в ионосфере. Регулярный подход основан на методе бихарактеристик, предложенным в [25]. Аналогичная работа Дж. Хазельгроф 1954 г. переведена и опубликована в СССР в 1971 г. В методе характеристик решение задачи сводится к интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями и определению в соответствии с моделью среды распространения координат лучевых траекторий и волновых векторов, а также фазы и доплеровского сдвига частоты. Для определения расходимости лучевых потоков (что в свою очередь необходимо для вычисления амплитуды электромагнитного поля) Д.С. Лукиным с коллегами построена расширенная бихарактеристическая система [37,64]. Из последних работ школы Лукина следует отметить публикации [6,36,76], в которых метод бихарактеристик применяется к расчету распространения радиоволн в магнитоактивной ионосферной плазме и анализируется электромагнитное поле в каустических областях.

Обобщением метода бихарактеристик является пространственно-временная геометрическая оптика, позволяющая рассматривать не только распространение радиоимпульса вдоль лучевых траекторий, но и его дисперсионное искажение [104]. Из последних работ в этом направлении следует отметить публикации [32,101].

Лучевой подход применяют ряд научных школ (см., например, [28]). Отметим последние работы Зернова Н.Н. [15] (Санкт-Петербургский государственный университет), Захарова В.Е. [77] (Балтийский федеральный университет им. И. Канта), Вертоградова Г.Г. [7] (Южный федеральный университет).

Существует также новые современные перспективные подходы, не нашедшие пока ещё должного применения в расчетах радиолиний КВ-диапазона.

4. Вариационный подход

В основу данного подхода положен прямой вариационный метод расчета верхних и нижних лучей, основанный на минимизации и поиске седловых точек функционала фазового пути [27]. Преимуществом этого метода является возможность без решения задачи «пристрелки» находить все лучи, приходящие из источника в приемник, то есть все возможные радиоканалы. Недостатками метода являются, во-первых, отсутствие наглядности (не исследуется вся картина распространения излучения), а во-вторых, необходимость все равно переходить к расширенной бихарактеристической системе при расчете амплитуды поля КВ-радиосигнала.

5. Интегральные подходы и волновая теория катастроф

Интегральные методы применяются к задачам распространения сигналов по радиолиниям КВ-диапазона с целью избежать проблемы каустик и их особенностей. Переход к интегральным представлениям позволяет получить равномерное решение, но за счет существенного усложнения вычислений – необходимо вычислять интегралы, причем возможно не только однократные. Из основных подходов следует отметить метод интерференционного интеграла [1] и метод канонического оператора Маслова (КОМ) [67]. В качестве примера реализации метода КОМ в задачах распространения КВ-радиоволн можно указать на работу [20].

Альтернативный подход связан с применением волновой теории катастроф, дополняющей метод бихарактеристик [49,57]. Обзор методов моделирования распространения электромагнитных волн в ионосфере приведен в [21].

§ 1.3. Метод бихарактеристик описания распространения радиоволн в ионосфере

Главным инструментом, позволяющим эффективно описывать распространение радиоволн декаметрового диапазона в ионосфере Земли, является бихарактеристическая система Гамильтона-Лукина [25,100], позволяющая строить лучевые траектории в сложных неоднородных и

анизотропных средах. Аналогичными подходами являются различные модификации и обобщения метода Снеллиуса, но их практические возможности в рассматриваемых в диссертации задачах значительно слабее.

В общем виде бихарактеристическую систему можно представить в виде 8 дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial k_x}, \quad \frac{dy}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial k_y}, \quad \frac{dz}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial k_z}, \quad (1.3.1)$$

$$\frac{dk_x}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial x}, \quad \frac{dk_y}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial y}, \quad \frac{dk_z}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial z} \quad (1.3.2)$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial \Gamma}{\partial t}, \quad \frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad (1.3.3)$$

В системе (1.3.1-3) x , y , и z – это декартовы координаты луча, k_x , k_y , и k_z – компоненты волнового вектора, ω – круговая частота, t – групповое время, а τ – параметр вдоль траектории (луча).

Функция Γ (гамильтониан) имеет вид:

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (1.3.4)$$

и соответствует оператору волнового уравнения. В гамильтониан Γ входит эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения ε , которая может зависеть от координат, волнового вектора \vec{k} , частоты ω и группового времени t . Параметр c – скорость света.

В формулах (1.3.1-3) можно формально избавиться от параметра вдоль траектории τ , поделив первые 7 уравнений на $dt / d\tau$. Тогда получим:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial k_x} \bigg/ \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial k_y} \bigg/ \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{dz}{dt} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial k_z} \bigg/ \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad (1.3.5)$$

$$\frac{dk_x}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial x} \bigg/ \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{dk_y}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial y} \bigg/ \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{dk_z}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \bigg/ \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \quad (1.3.6)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial t} \bigg/ \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}. \quad (1.3.7)$$

Для применения бихарактеристической системы к вычислению траекторий лучей необходимо сформулировать начальные условия и свести решение задачи об определении лучевых траекторий к задаче Коши. Другой подход связан с постановкой не начальных, а краевых условий [72] и в нашей работе не рассматривается.

Существуют различные способы выбора начальных условий для решения системы (1.3.1–3). Например, в задачах дифракции удобно определять начальные условия как функции двух координат на начальной поверхности излучения [22]. Обычно при изучении распространения радиоволн в ионосфере размерами источника излучения можно пренебречь. Поэтому будем считать, что источник излучения точечный и расположен в начале координат. Тогда начальные условия можно, например, записать в виде:

$$\begin{aligned} k_x(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \cos \beta, & k_y(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \sin \beta, \\ k_z(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha, & x(0) &= y(0) = z(0), \\ \omega(0) &= \omega_0, & t(0) &= t_0, \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

где углы α и β – это углы выхода луча, а ε_0 – значение эффективной диэлектрической проницаемости в источнике (обычно расположенным на поверхности Земли, то есть вне среды).

В зависимости от вида эффективной диэлектрической проницаемости ε возможны различные частные случаи. Если эффективная диэлектрическая проницаемость всюду постоянна ($\varepsilon = \text{const}$), то из системы (1.3.5–7) получаем, что

$$k'_x = 0, \quad k'_y = 0, \quad k'_z = 0, \quad x' = \frac{c^2}{\omega} k_x, \quad y' = \frac{c^2}{\omega} k_y, \quad z' = \frac{c^2}{\omega} k_z, \quad \omega' = 0, \quad (1.3.9)$$

то есть волновой вектор остаётся постоянным в ходе распространения, а лучи прямые линии, сходящие из начала координат. Частота в ходе распространения не меняется. В (1.3.9) штрихом обозначается дифференцирование по времени.

Пусть среда распространения – изотропная плоскостойкая плазма, то есть

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m_e \omega^2}. \quad (1.3.10)$$

В формуле (1.3.10) ω_p – плазменная частота, e – заряд электрона, m_e – масса электрона, $N(z)$ – электронная концентрация, меняющаяся с высотой z . Тогда (1.3.5–7) принимает вид:

$$\begin{aligned} k'_x = 0, \quad k'_y = 0, \quad k'_z = -\frac{2\pi e^2}{m_e \omega^2} \frac{dN(z)}{dz}, \\ x' = \frac{c^2}{\omega} k_x, \quad y' = \frac{c^2}{\omega} k_y, \quad z' = \frac{c^2}{\omega} k_z, \quad \omega' = 0 \end{aligned}, \quad (1.3.11)$$

Решая систему (1.3.11), например, совместно с начальными условиями (1.3.8), находим, что

$$\begin{aligned} k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \cos \beta, \quad k_y = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \sin \beta, \\ x = ct \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \cos \beta, \quad y = ct \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha \sin \beta, \quad \omega = \omega_0, \end{aligned} \quad (1.3.12)$$

а зависимости $z(t)$ и $k_z(t)$ необходимо получить как решение системы двух уравнений:

$$k'_z = -\frac{2\pi e^2 N'_z(z)}{m_e \omega^2}, \quad z' = \frac{c^2}{\omega} k_z. \quad (1.3.13)$$

Если наоборот электронная концентрация зависит только от времени и не зависит от координат, то получаем:

$$\begin{aligned} k'_x = 0, \quad k'_y = 0, \quad k'_z = 0, \quad x' = \frac{c^2}{\omega} k_x, \quad y' = \frac{c^2}{\omega} k_y, \quad z' = \frac{c^2}{\omega} k_z, \\ \omega' = \frac{2\pi e^2}{m_e \omega} \frac{dN(t)}{dt} \end{aligned}. \quad (1.3.14)$$

В случае, когда электронная концентрация зависит как от координат, так и от времени бихарактеристическая система принимает вид:

$$k'_x = -\frac{2\pi e^2}{m_e \omega^2} \frac{\partial N}{\partial x}, \quad k'_y = -\frac{2\pi e^2}{m_e \omega^2} \frac{\partial N}{\partial y}, \quad k'_z = -\frac{2\pi e^2}{m_e \omega^2} \frac{\partial N}{\partial z},$$

$$x' = \frac{c^2}{\omega} k_x, \quad y' = \frac{c^2}{\omega} k_y, \quad z' = \frac{c^2}{\omega} k_z, \quad \omega' = \frac{2\pi e^2}{m_e \omega^2} \frac{\partial N}{\partial t} \quad (1.3.15)$$

Рассмотрим теперь общий случай, когда эффективная диэлектрическая проницаемость зависит как от координат и времени, так и от волнового вектора. В этом случае система имеет вид:

$$k'_x = \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} / \left(2\varepsilon + \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right), \quad k'_y = \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} / \left(2\varepsilon + \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right), \quad k'_z = \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} / \left(2\varepsilon + \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right),$$

$$x' = \left(2c^2 k_x - \omega^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial k_x} \right) / \left(2\omega \varepsilon + \omega^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right),$$

$$y' = \left(2c^2 k_y - \omega^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial k_y} \right) / \left(2\omega \varepsilon + \omega^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right),$$

$$z' = \left(2c^2 k_z - \omega^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial k_z} \right) / \left(2\omega \varepsilon + \omega^2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right),$$

$$\omega' = -\omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} / \left(2\varepsilon + \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial \omega} \right) \quad (1.3.16)$$

Выражения для производных, входящих в систему (1.3.16), зависят от вида эффективной диэлектрической проницаемости. При распространении в ионосфере Земли радиоволна распадается на две составляющие с разными типами круговой поляризации – обыкновенную и необыкновенную волну, которые движутся по разным траекториям, что обусловлено влиянием магнитного поля Земли. Эффективная диэлектрическая проницаемость в таком случае имеет вид [12]:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y_T^2 \pm \sqrt{Y_T^4 + 4Y_L^2(1-X)^2}}, \quad (1.3.17)$$

где знак “+” соответствует обыкновенной волне, а знак “-” – необыкновенной волне. Зависимость от координат входит в формулу (1.3.17) через параметр X (см. (1.3.10)):

$$X = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (1.3.18)$$

а величина напряженности магнитного поля Земли определяет Y_T и Y_L :

$$Y_L = \frac{\omega_H}{\omega} \cos \phi, \quad Y_T = \frac{\omega_H}{\omega} \sin \phi, \quad (1.3.19)$$

где ω_H – гирочастота, угол ϕ – это угол между вектором напряженности магнитного поля Земли и волновым вектором. Таким образом в эффективную диэлектрическую проницаемость входит не сам волновой вектор, а его ориентация. Если не учитывать магнитное поле Земли, то есть положить в (1.3.17) $\omega_H = 0$, то выражение (1.3.17) переходит в (1.3.10).

Выражения для производных эффективной диэлектрической проницаемости, входящих в (1.3.16), достаточно громоздки, но в настоящее время для их нахождения можно применить программные продукты, поддерживающие символьные вычисления.

§ 1.4. Расширенная бихарактеристическая система Лукина для описания расходимости радиоволн в ионосфере Земли

Чтобы рассчитать поле в приёмнике необходимо знать амплитуду и фазу сигнала. Фазу Φ сигнала можно найти на основе уже полученного решения бихарактеристической системы. В большинстве случаев для этого достаточно вычислить интеграл:

$$\Phi = \int_L k_x dx + k_y dy + k_z dz \quad (1.4.1)$$

вдоль лучевой траектории L .

Для определения амплитуды сигнала, приходящего из источника в точку наблюдения, недостаточно знать только координаты лучей и волновые вектора. Для этого необходимо знать расходимость лучевого потока вдоль траектории, то есть вычислить якобиан расходимости:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} & \frac{dx}{dt} \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} & \frac{dy}{dt} \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \beta} & \frac{dz}{dt} \end{vmatrix}, \quad (1.4.2)$$

и если правый столбец в выражении (1.4.2) известен из решения бихарактеристической системы, то первые два столбца подлежат определению из решения расширенной бихарактеристической системы Лукина [37,64].

Существует разностный метод вычисления этих производных. Для этого вокруг каждого луча с фиксированными α и β выпускаются несколько лучей, отличающихся на небольшие $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ [64]. В настоящей работе использован другой подход, основанный на численном решении системы [37]:

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(2c^2 k_x - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial k_x} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right),$$

$$\frac{dy_\alpha}{dt} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(2c^2 k_y - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial k_y} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right),$$

$$\frac{dz_\alpha}{dt} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(2c^2 k_z - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial k_z} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right),$$

$$\frac{dx_\beta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(2c^2 k_x - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial k_x} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right),$$

$$\frac{dy_\beta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(2c^2 k_y - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial k_y} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right),$$

$$\frac{dz_\beta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(2c^2 k_z - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial k_z} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right),$$

$$\begin{aligned}
\frac{dk_{x\alpha}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), \\
\frac{dk_{y\alpha}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right) \\
\frac{dk_{z\alpha}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right) \\
\frac{dk_{x\beta}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), \\
\frac{dk_{y\beta}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), \\
\frac{dk_{z\beta}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right).
\end{aligned} \tag{1.4.3}$$

Здесь индексами α и β отмечены производные по α и β соответственно.

Система (1.4.3) состоит из 12 уравнений, в которой основные операции возможно выполнить на основе символьных вычислений. Возможно два подхода к её решению. Во-первых, систему (1.4.3) можно решать совместно с системой (1.3.5–7), то есть решать сразу 18 обыкновенных дифференциальных уравнений, а во-вторых, можно (как это было сделано в диссертации) решить сначала бихарактеристическую систему (1.3.5-7), а потом, подставив её решение в (1.4.3), провести необходимые вычисления.

Численное решение расширенной бихарактеристической системы на основе символьных вычислений активно использовалось в работах [6,36,37,103], где изучалось распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля, а также проводилось моделирование поля в окрестности каустик обыкновенной и необыкновенной волн при ионосферном распространении.

В работах [27,73] был проведен сравнительный анализ метода пристрелки и вариационного метода в краевой задаче о расчете лучевых траекторий для коротковолновых радиотрасс.

§ 1.5. Выводы к главе 1

Таким образом, в первой главе диссертации рассмотрена поставка задачи и проведен обзор методов моделирования распространения радиоволн в верхней атмосфере Земли. В ней содержится краткое описание структуры верхней атмосферы Земли: ионосферы и магнитосферы. Рассмотрены различные математические методы распространения радиоволн: метод нормальных волн, метод параболического уравнения, лучевой метод, вариационный подход, а также различные интегральные подходы и волновая теория катастроф. Особое внимание уделено методу бихарактеристик описания распространения радиоволн в ионосфере, активно используемому в диссертационной работе.

ГЛАВА 2. ЛУЧЕВЫЕ И КАУСТИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ РАДИОВОЛН, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННОМ ДИСТАНЦИОННОМ ЗОНДИРОВАНИИ ИОНОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

§ 2.1. Перемещающиеся ионосферные неоднородности, их характеристики

Во второй главе диссертации, посвященной численному моделированию амплитудных и временных характеристик отраженных от ионосферы декаметровых радиосигналов, выполнено исследование влияния локальных неоднородностей на частотно-модулированное излучение (ЧМ), отраженное от ионосферы Земли. Как отмечено в работе [59], перемещающиеся ионосферные возмущения (ПИВ) часто наблюдаются в азиатском регионе Российской Федерации. В работе [81] утверждается, что ПИВ могут быть трёх типов. Крупномасштабные перемещающиеся ионосферные возмущения имеют размеры по горизонтали от 300 до 1000 км, фазовые скорости от 300 до 1000 м/с и периоды от полчаса до 3 часов. Среднемасштабные ПИВ имеют горизонтальные размеры от 100 до 300 км, периоды от 0,2 до 1 час, фазовые скорости от 100 до 300 м/с. Существуют также и мелкомасштабные возмущения с меньшими параметрами. В работе [81] также отмечено, что «средние фазовые скорости ПИВ около 200 м/с, периоды от 50 до 100 мин, а горизонтальные размеры 300–400 км», причем «в периоды ПИВ выявлено распространение возмущения сверху вниз, что указывает на наклонность фронта распространения волны».

В работе [79] отмечалось, что на слабо наклонных трассах ПИВ оказывает влияние при значениях относительной амплитуды 5% и выше, а пространственные масштабы возмущений, оказывающие существенное влияние на ионограммы, принимают значения в горизонтальном направлении от 60 до 400 км и в вертикальном направлении до 30 км.

Неоднородности ионосферной плазмы естественного и искусственного происхождения [78,98] оказывают существенное влияние на точность и достоверность радиотехнических измерений, их учет необходим при

прогнозировании линий коротковолновой радиосвязи. Актуальность исследования также определяется необходимостью изучения строения ионосферы Земли для решения задач радионавигации, позиционирования, радиосвязи и радиолокации. Поэтому разработка методов математического моделирования распространения радиоволн, а также изучение их характеристик является важной и актуальной задачей радиофизики и геофизики. В этой связи следует отметить работы [87,90,91,92,105,120], посвященные исследованиям верхней атмосферы Земли.

Важным дистанционным методом изучения строения ионосферы является метод зондирования частотно-модулированным (ЧМ) излучением [16,17]. В работах [78,80] рассмотрено наклонное зондирование ионосферы без учета магнитного поля Земли. Некоторые результаты математического моделирования вертикального зондирования ионосферы, основанные на методе бихарактеристик и учитывающие влияние магнитного поля Земли, приведены в [112,114].

В разделе 2.2 исследовано влияние локальных неоднородностей электронной концентрации ионосферы Земли на амплитуду отраженного сигнала и его поляризационные характеристики при вертикальном зондировании частотно-модулированным излучением [38,108]. Рассмотрена модель анизотропной ионосферы и две поляризации, соответствующие обыкновенной и необыкновенной волнам. Математическое моделирование лучевого распространения основано на методе бихарактеристик Гамильтона-Лукина, а расчет амплитуд выполнен на основе расширенной бихарактеристической системы Лукина. Приведены результаты численного моделирования. Показано, что при распространении в ионосферных слоях поляризационные характеристики существенно меняются, однако при выходе из ионосферы они восстанавливаются и оказываются почти такими же, как и у падающей волны. Исследованы зависимости амплитуд отраженных сигналов от частоты, а также влияние локальной неоднородности.

В разделе 2.3. методом бихарактеристик изучены особенности распространения дециметровых радиоволн в ионосфере, содержащей слои E, F1 и F2, а также перемещающееся ионосферное возмущение (ПИВ) при

слабонаклонном зондировании частотно-модулированными сигналами [39,44,109]. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны, выполнено сопоставление ионограмм и исследован их сдвиг относительно друг друга. Проанализировано слабонаклонное зондирование ионосферы Земли непрерывными частотно-модулированными сигналами, то есть случай, когда расстояние от передатчика излучения до приемника меньше высоты главного максимума ионосферы. Исследована структура ионограмм в окрестности каустик, возникающих в точке приема на частотах, отражающихся в окрестности слоя E и ПИВ. Рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды. Учтено влияние магнитного поля Земли, и исследовано распространение необыкновенной и обыкновенной компонент радиоволны на примере двух моделей ионосферы: модели, не содержащей перемещающегося ионосферное возмущение (ПИВ) и модели, содержащей ПИВ. Помимо ПИВ обе модели содержат ионосферные слои F2, F1 и E.

§ 2.2 Исследование особенностей ионограмм вертикального зондирования при наличии перемещающихся ионосферных неоднородностей

В настоящем разделе исследовано распространение электромагнитной волны в анизотропной ионосфере при вертикальном зондировании [38,109].

2.2.1 Модель электронной концентрации ионосферы и эффективной частоты соударений

Рассмотренная в данном разделе модель электронной концентрации $N(z)$ ионосферы описывается выражениями (2.2.1)-(2.2.2) и представлена на рис. 2.2.1. Зависимость электронной концентрации от высоты показана как в виде жирной черной линии, так и в виде жёлтого фона. Модель содержит ионосферные слои E и F. Максимум слоя E находится на высоте ~ 108 км, максимум слоя F1 – на высоте ~ 196 км и максимум слоя F2 – на высоте ~ 263 км.

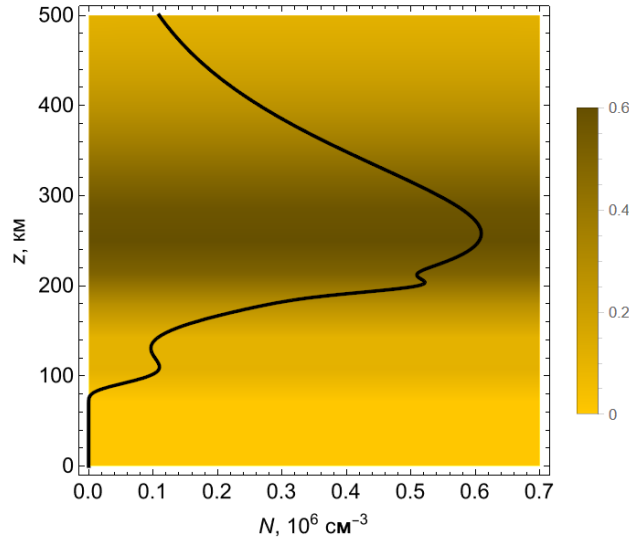


Рис. 2.2.1. Зависимость электронной концентрации от высоты

$$\begin{aligned}
 N(z) \approx & 70254.26 \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp \theta_1 + \theta_1) \right] + \\
 & + 561828.04 \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp \theta_2 + \theta_2) \right] + \quad ; \quad (2.2.1) \\
 & + 104611.66 \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp \theta_3 + \theta_3) \right] + N_d
 \end{aligned}$$

$$\theta_1 = \frac{1}{40} (196 - z); \quad \theta_2 = \frac{1}{55} (263 - z); \quad \theta_3 = \frac{2}{25} (108 - z); \quad (2.2.2)$$

Локальное возмущение (2.2.3) расположено на высоте ~ 200 км.

$$N_d \approx 9.5 \times 10^4 \times \exp \left[- \left(\frac{z - 200}{10} \right)^2 \right]. \quad (2.2.3)$$

На рис. 2.2.2 приведена зависимость логарифма эффективной частоты соударений от высоты, используемая в данной работе (см. также [47]). Из рисунка видно, что до высоты примерно 200 км эффективная частота быстро падает, в то время как на более высоких частотах она меняется медленно и не играет существенной роли в ослаблении сигнала. Зависимость, приведенную на рис. 2.2.2, можно описать формулой [47]:

$$\lg \nu_e \approx -a + \frac{b}{z} + c z - d z^2 \quad (2.2.4)$$

в которой в данном случае $a \approx 0.906$, $b \approx 488.76$, $c \approx 0.00764$, $c \approx 7.736 \times 10^6$. Нижняя часть кривой описывается гиперболой. Высота z выбрана в километрах.

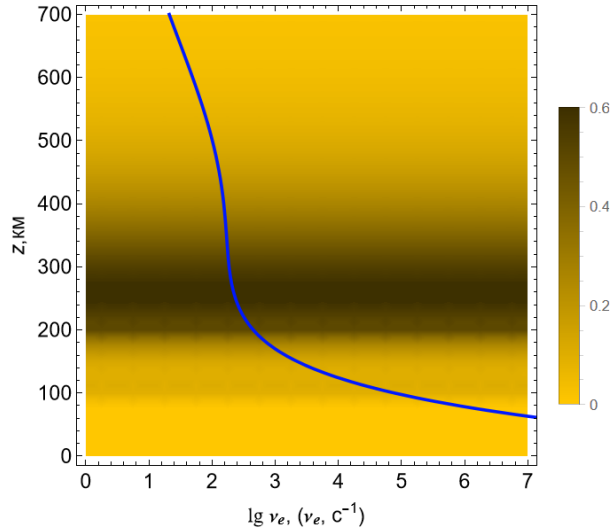


Рис. 2.2.2. Зависимость эффективной частоты соударений от высоты

2.2.2. Расчет лучей методом бихарактеристик

Расчеты лучей и их характеристик, выполненные в диссертации, основаны на методе бихарактеристик Гамильтона, развитом в работах Д.С. Лукина [5,25,50]. Бихарактеристическая система имеет вид:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}. \quad (2.2.5)$$

В выражениях (2.2.5) \vec{k} – волновой вектор, $\vec{r} = (x, y, z)$ – декартовы координаты луча, ε – эффективная диэлектрическая проницаемость, t – групповое время, а ω – рабочая частота.

Для диэлектрической проницаемости справедлива формула Эпплтона-Хартли [6,12,54]:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y^2 \sin^2 \phi \pm \sqrt{Y^4 \sin^4 \phi + 4Y^2(1-X)^2 \cos^2 \phi}}, \quad (2.2.6)$$

в которой не учтена поправка, связанная с эффективной частотой соударений v_e . Расчеты показывают, что учёт отношения:

$$Z = \frac{v_e}{\omega} \quad (2.2.7)$$

не приводит к существенным отличиям.

В (2.2.6) введены обозначения:

$$X = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = \frac{4\pi e^2 N}{m_e \omega^2}, \quad Y = \frac{\omega_H}{\omega} = \frac{e H_0}{m_e c \omega}. \quad (2.2.8)$$

Здесь ω_H – это гирочастота, ω_p – плазменная частота, m_e – масса электрона, ν_e – эффективная частота соударений, H_0 – величина напряженности магнитного поля Земли ($H_0=0.465$ Э), c – скорость света. Угол ϕ – это угол между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли. Знак “+” соответствует обыкновенной волне, а знак “–” – необыкновенной.

Результаты вычислений лучевых траекторий, полученные на основе бихарактеристической системы уравнений [21,36,37,50,112], показаны на рис. 2.2.3 и 2.2.4. На рис. 2.2.3 сопоставлены лучевые структуры обыкновенной волны (рис. 2.2.3а) и необыкновенной волны (рис. 2.2.3б) в плоскости (t,z) .

Цвет линий соответствует определенной частоте излучения. Последовательность цветов соответствует цветам спектра. Для обыкновенной волны фиолетовая линия соответствует частоте 1.6 МГц, а красная линия – частоте 7 МГц. Для необыкновенной волны начальная частота по-прежнему 1.6 МГц, а максимальная частота – 7.65 МГц (красный цвет).

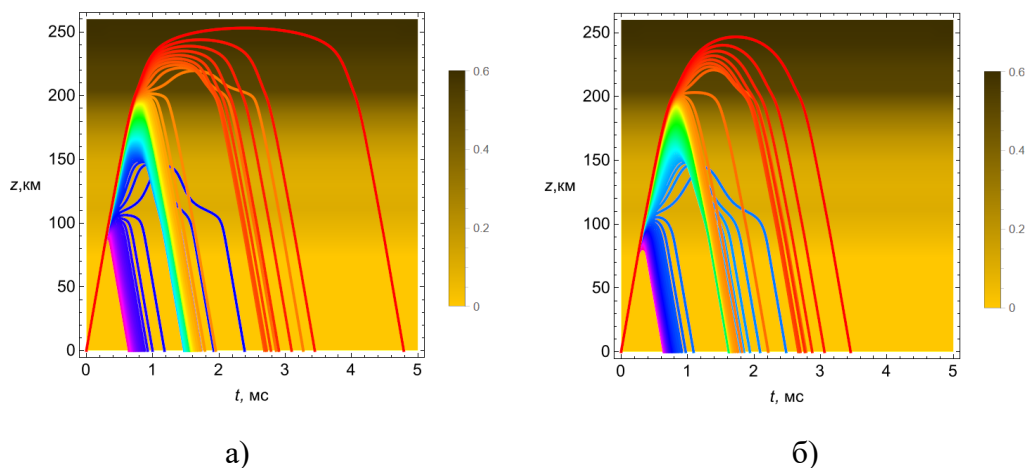


Рис. 2.2.3. Лучевые траектории в плоскости (t,z) ; а – о-волна; б – х-волна

Анализируя рис. 2.2.3, видим, что при увеличении частоты, лучи сначала отражаются от слоя Е (фиолетовые-синие), затем большая группа лучей

отражается от неоднородности (голубые-оранжевые). Часть оранжевых и все красные лучи отражаются от слоя F2.

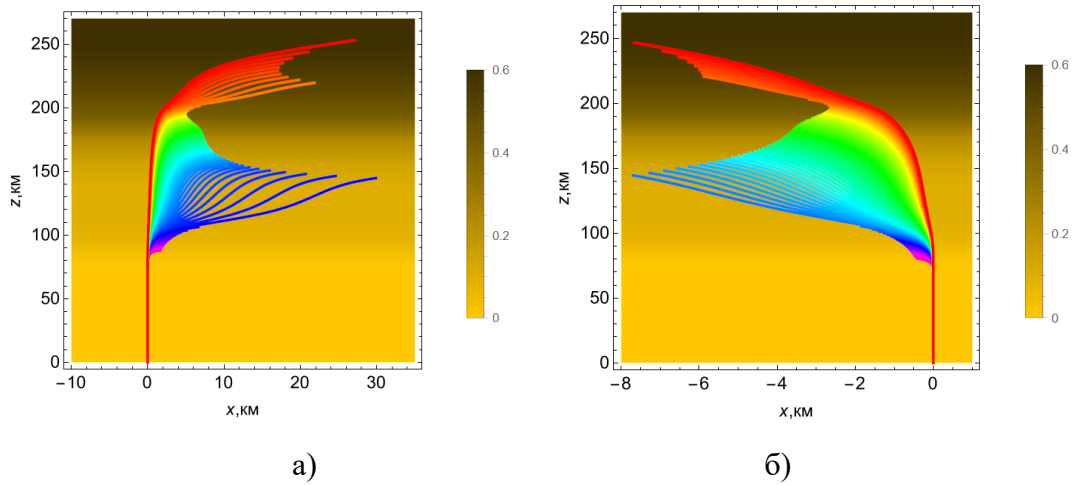


Рис. 2.2.4. Лучевые траектории в плоскости (x,z) ; а – о-волна; б – х-волна

При выполнении данных расчётов предполагалось, что вектор напряженности магнитного поля Земли лежит в плоскости, содержащей ось z и биссектрису между осями x и y . На рис. 2.2.4 показаны проекции лучевых траекторий на плоскость (x,z) . За счет магнитного поля лучи отклоняются от вертикали, а после отражения возвращаются в источник излучения по тем же траекториям [5,12]. При этом возникает сингулярность, усложняющая численные расчеты. Проекции лучевых траекторий на плоскость (x,y) ничем не отличаются от проекций на плоскость (x,z) . Анализируя рис. 2.2.4, видим, что влияние на боковое отклонение слоя E мало. Максимальное боковое отклонение для обыкновенной волны по модулю существенно превышает боковое отклонение необыкновенной волны, причем лучи отклоняются в разные стороны [12]. Минимум бокового излучения наблюдается для частот, отражающихся чуть ниже максимума возмущения.

2.2.3 Моделирование коэффициентов поляризации

Важной характеристикой отраженных от ионосферы радиоволн являются коэффициенты поляризации: R_o , R_x , $\text{tg}\psi_o$ и $\text{tg}\psi_x$, которые определяют

соотношения между компонентами вектора напряженности электрического поля \vec{E} . В работе [12] показано, что:

$$\frac{E_3}{E_2} = R_{\mp}, \quad R_- = iR_o, \quad R_+ = iR_x, \quad (2.2.9)$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \operatorname{tg} \psi_{o,x} = -\frac{R_{o,x} Y_T}{1-X} (1 - \varepsilon_{\pm}), \quad (2.2.10)$$

если

$$R_{\mp} = \frac{i}{2Y_L} \left(\frac{Y_T^2}{1-X} \mp \sqrt{\frac{Y_T^4}{(1-X)^2} + 4Y_L^2} \right), \quad (2.2.11)$$

$$Y_L = Y \cos \phi, \quad Y_T = Y \sin \phi. \quad (2.2.12)$$

Знак « \rightarrow » соответствует обыкновенной волне, а знак « $+$ » – необыкновенной.

При этом компонента E_2 вектора \vec{E} лежит в плоскости, образованной волновым вектором \vec{k} и вектором напряжённости магнитного поля \vec{H}_0 . Она ортогональна компоненте E_1 , которая направлена вдоль волнового вектора. Компонента E_3 ортогональна компонентам E_1 и E_2 и составляет с ними правую тройку.

На рис. 2.2.5 показаны поляризационные коэффициенты R_o и R_x для обыкновенной (рис. 2.2.5а) и необыкновенной волны (рис. 2.2.5б) соответственно. Когда эти коэффициенты близки к 1, волна имеет и сохраняет круговую поляризацию. В точке поворота коэффициент поляризации меняет знак (фиолетовые, голубые, зелёные и жёлтые лучи). Особенно хорошо это видно на рис. 2.2.5б (необыкновенная волна). Для обыкновенной волны (рис. 2.2.5а) существуют лучи (частично синие, оранжевые и красные), для которых эллипс поляризации в среде существенно меняется вдоль лучевой траектории. Однако при возвращении на Землю круговая поляризация в целом восстанавливается.

На рис. 2.2.6 показана зависимость коэффициентов $\operatorname{tg} \psi_o$ (рис. 2.2.6а) и $\operatorname{tg} \psi_x$ (рис. 2.2.6б) продольной поляризации от высоты вдоль лучевых траекторий.

Угол ψ определяет наклон эллипса поляризации по отношению к направлению распространения (точнее к направлению волнового вектора), а $\operatorname{tg}\psi$ характеризует продольную волну (2.2.10).

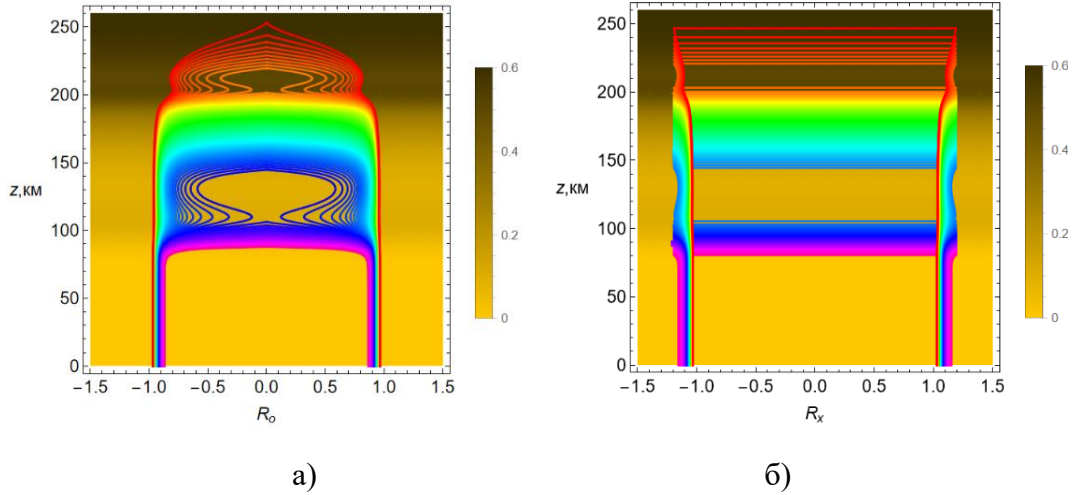


Рис. 2.2.5. Зависимость коэффициента поляризации от высоты вдоль лучей; а – R_o , о-волна; б – R_x , х-волна

Анализируя рис. 2.2.6, видим, что в ионосфере вдоль траектории коэффициенты продольной поляризации могут достигать существенных значений, причем для обыкновенной волны пределы изменений $\operatorname{tg}\psi$ существенно больше, чем для необыкновенной.

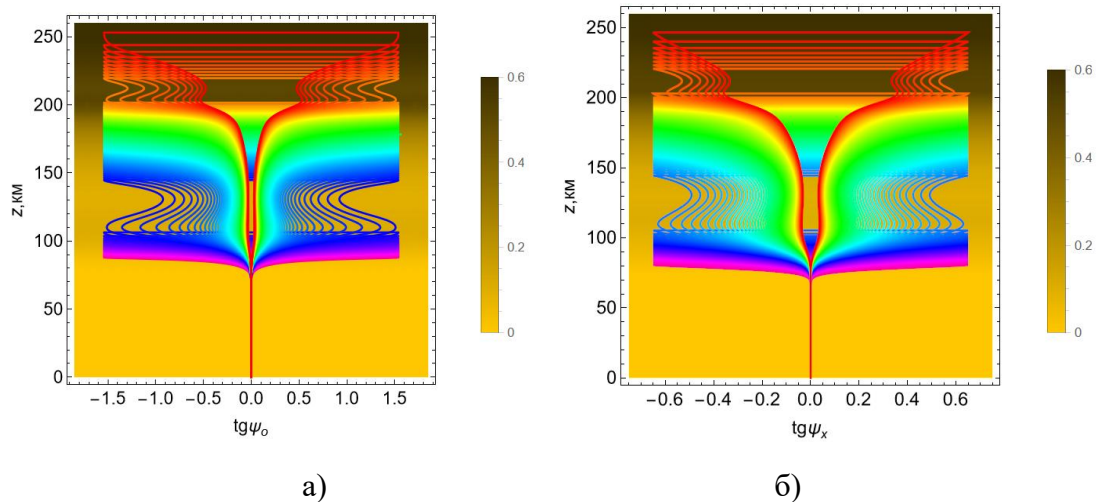


Рис. 2.2.6. Зависимость коэффициента продольной поляризации от высоты вдоль лучей; а – $\operatorname{tg}\psi_o$, о-волна; б – $\operatorname{tg}\psi_x$, х-волна

Возвращаясь на Землю, круговая поляризация восстанавливается и плоскость эллипса поляризации будет по-прежнему ортогональна направлению распространения.

2.2.4. Моделирование амплитуды отраженного от ионосферы радиосигнала

Рассмотрим изменение амплитуды отраженного от ионосферы радиосигнала в точке приема (совпадающей с точкой излучения) в зависимости от рабочей частоты ионосферной станции.

Для простоты предположим, что излучатель изотропный. При необходимости нетрудно ввести поправку для реальной диаграммы направленности. Тогда действующую напряжённость электрического поля в пустоте можно записать как [74]:

$$u_0 = \frac{\sqrt{30W}}{r} \text{ В / м .} \quad (2.2.13)$$

В формуле (2.2.13) W – мощность в Ваттах, r – расстояние от источника излучения в метрах. Попав в ионосферу, сигнал испытывает ослабление за счет расходимости A_m лучевого потока и за счет поглощения ψ , обусловленного отличной от нуля эффективной частотой соударений электронов. Поэтому действующую напряженность электрического поля можно оценить как:

$$u = u_0 e^{-\psi} 10^{-A_m/20} \text{ В / м .} \quad (2.2.14)$$

Расходимость поля в каждой точке пространства определяется формулой [6,36,37]:

$$R_s = 10 \cdot \lg \left| \frac{J_0}{J(\vec{r})} \right|, \quad (2.2.15)$$

в которой J – якобиан расходимости лучевой трубки:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial x}{\partial \beta_0} & T_1 \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial y}{\partial \beta_0} & T_2 \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha_0} & \frac{\partial z}{\partial \beta_0} & T_3 \end{vmatrix}, \quad \vec{T} = \left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega}, \quad (2.2.16)$$

J_0 – якобиан расходимости на условном расстоянии r_0 от источника, а α_0 и β_0 – лучевые координаты.

Для определения выражений, входящих в якобиан расходимости, нами использована расширенная бихарактеристическая система [6,37]:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{k}_{\alpha_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), & \frac{d\vec{r}_{\alpha_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha_0} \left(\left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), \\ \frac{d\vec{k}_{\beta_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), & \frac{d\vec{r}_{\beta_0}}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left(\left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right), \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

На рис. 2.2.7 показаны зависимости расходимости R_s от высоты для обыкновенной и необыкновенной волны. На рисунках а и б можно выделить три группы кривых: кривые, которые отражаются от слоя Е (нижние), кривые, которые отражаются от ионосферы выше слоя Е до неоднородности, и кривые, отражающиеся от слоя F2. Источником всех кривых является линия, выходящая из излучателя. Каждая кривая уходит на бесконечность (влево) в точке отражения от ионосферы. На рисунках эти линии прерваны. Между каждой группой кривых существуют переходные области, в которых линии имеют локальные минимумы.

Структуры расходимости для обыкновенной и необыкновенной волн качественно совпадают (ср. рис. 2.2.7а и рис.2.2.7б) и отличаются деталями.

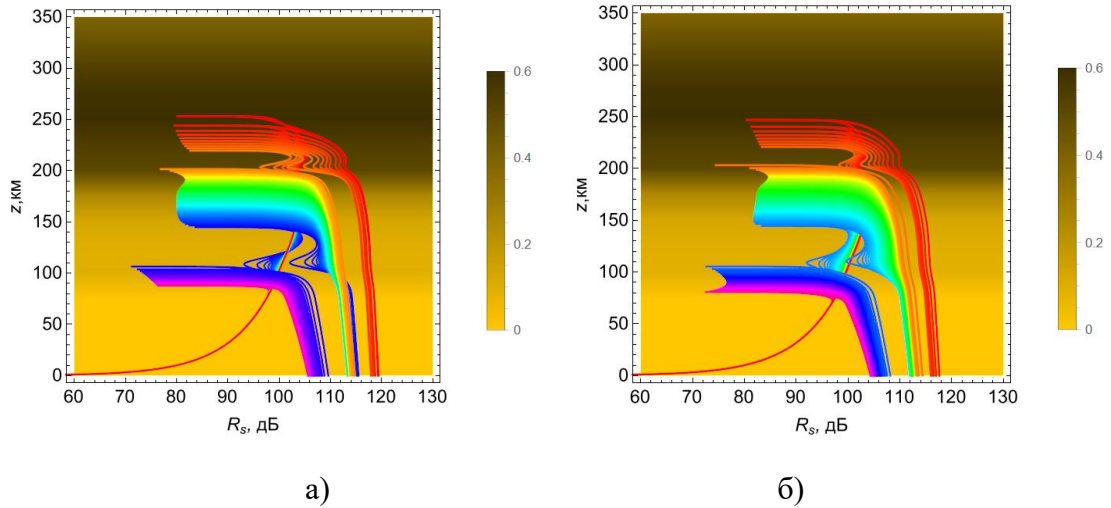


Рис. 2.2.7. Зависимость ослабления сигнала от высоты вдоль лучей; а – о-волна: б – х-волна

Рассмотрим теперь поглощение ψ . В данной работе при определении поглощения вдоль траектории использовалась формула:

$$\psi = \frac{\omega}{c} \int_0^{t_0} \chi \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + T_3^2} dt, \quad (2.2.18)$$

в которой интегрирование ведется вдоль лучевой траектории. В формуле (2.2.18) χ – мнимая часть показателя преломления:

$$\chi = -\sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(\text{Re } \varepsilon_r)^2 + (\text{Im } \varepsilon_r)^2} - \text{Re } \varepsilon_r}, \quad (2.2.19)$$

а

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{X}{1 - iZ - \frac{Y_T^2}{2(1 - X - iZ)}} \pm \sqrt{\frac{Y_T^2}{4(1 - X - iZ)^2} + Y_L^2} \quad (2.2.20)$$

– полное выражение для эффективной диэлектрической проницаемости [12].

На рис. 2.2.8 показаны зависимости поглощения ψ частоты f для обыкновенной и необыкновенной волны в точке приёма, совпадающей с точкой излучения сигнала. Видно, что в целом с ростом частоты поглощение уменьшается. Острые максимумы на рисунке соответствуют лучам, отражающимся между максимумом слоя Е и слоем F и обусловлены межслоевой долиной. Это области в окрестности частот 3 МГц (для обыкновенной волны) и

3.7 МГц (для необыкновенной волны). Небольшие всплески на более высоких частотах 6.5 МГц (для обыкновенной волны) и 7.2 МГц (для необыкновенной волны) соответствуют локальной неоднородности.

Для сравнения (см. [112]) на рис. 2.2.9 показаны зависимости половины времени запаздывания $t_m = t_0/2$ от частоты f . Кривые являются математическими моделями ионограмм вертикального зондирования. Пики, обозначающие положения неоднородностей: слой E, и локальная неоднородность, соответствуют рис. 2.2.8.

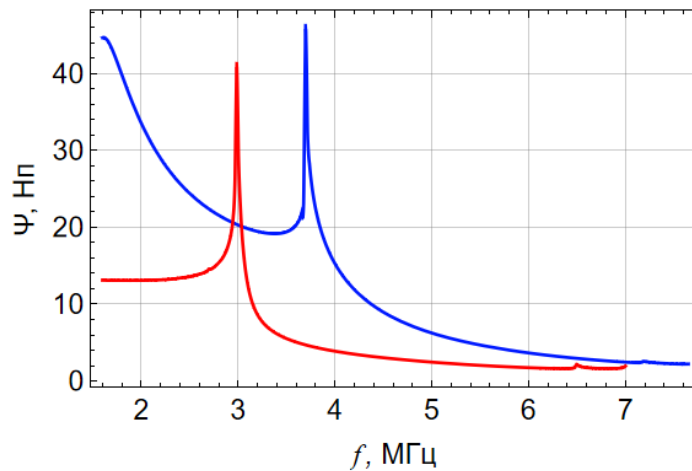


Рис. 2.2.8. Зависимость поглощения от частоты, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная

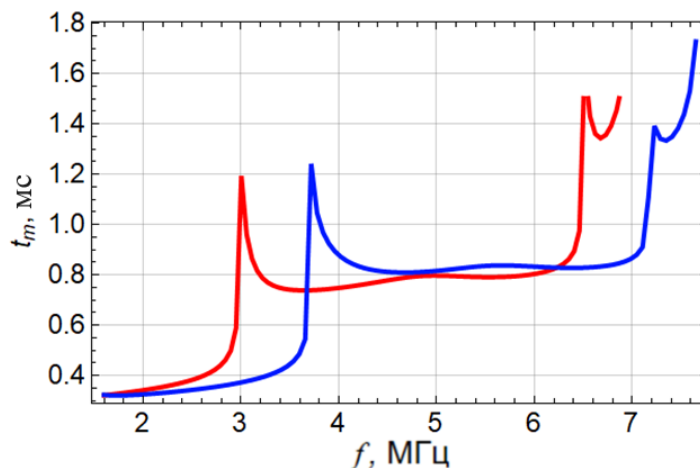


Рис. 2.2.9. Зависимость от частоты времени прихода луча в точку отражения, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная

На рис. 2.2.10 показаны зависимости амплитуд сигналов обыкновенной и необыкновенной волны в точке приёма без учета поглощения. С ростом частоты

амплитуды в целом убывают, что объясняется тем, что луч с большей частотой проходит в ионосфере большее расстояние. На каждой из кривых два локальных минимума: левый соответствует слою E, а правый локальной неоднородности.

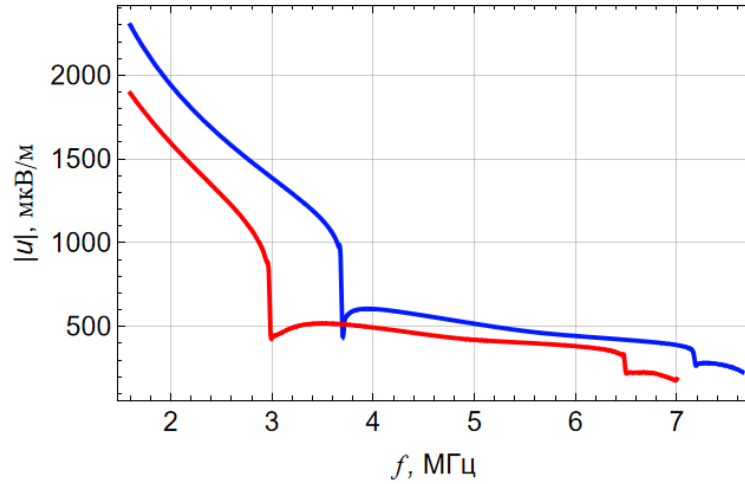


Рис. 2.2.10. Зависимость амплитуды от частоты без учета поглощения, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная

Наконец на рис. 2.2.11 показаны зависимости амплитуд сигналов обыкновенной и необыкновенной волны в точке приёма с учётом поглощения. На рисунке отсутствуют особенности, обусловленные слоем E, так как поглощение на этих частотах в рамках рассматриваемой модели слишком велико. В отличие от рис. 2.2.10 амплитуды с ростом частоты вплоть до локальной неоднородности не убывают, а возрастают.

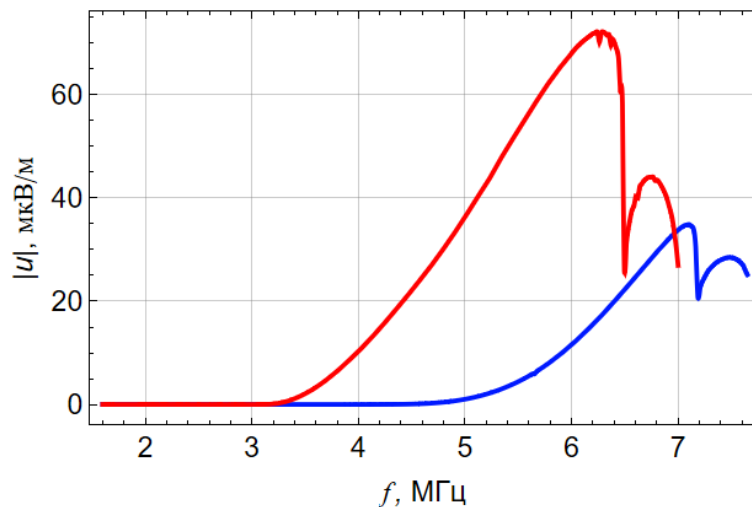


Рис. 2.2.11. Зависимость амплитуды от частоты с учетом поглощения, красная кривая – обыкновенная волна, синяя – необыкновенная

Далее имеет место локальный минимум, после чего в окрестности максимума слоя F2 амплитуда убывает.

§ 2.3 Исследование каустических особенностей ионограмм слабонаклонного зондирования при наличии перемещающихся ионосферных неоднородностей

В настоящем разделе исследовано распространение электромагнитной волны в анизотропной ионосфере при наклонном зондировании [44,109].

2.3.1. Постановка задачи, модель ионосферы и методы вычислений

В отличие от предыдущего раздела, в котором предполагалось, что положение источника излучения (передатчика) совпадает с приёмником, в данном разделе при математическом моделировании считалось, что источник излучения точечный и находится в начале координат на поверхности Земли, а приёмник отстоит от источника на расстоянии 100 км в направлении горизонтальной оси x . Поскольку зондирование слабонаклонное и расстояние от передатчика до приемника небольшое, кривизна поверхности Земли не учитывалась, а величина магнитного поля Земли предполагалась постоянной:

$$H_x = H_0 \cos \gamma \cos \varphi, H_y = H_0 \cos \gamma \sin \varphi, H_z = H_0 \sin \gamma, \quad (2.3.1)$$

напряженность $H_0=0,465$ Э; угол склонения ($-\gamma$) равен 57° ; а угол наклонения ($-\varphi$) равен -90° .

Невозмущенная модель электронной концентрации ионосферы задавалась выражениями (2.2.1), в которой модель N_d перемещающегося ионосферного возмущения (ПИВ) вместо выражения (2.2.3) задавалось формулой

$$N_d = \beta_0 N_0 \exp \left[- \left(\frac{z_d - z}{z_{md}} \right)^2 - \left(\frac{x_d - x}{x_{md}} \right)^2 \right]. \quad (2.3.2)$$

В (2.3.2) $\beta_0=0,1$; $N_0= 1,9 \times 10^6$ см⁻³; $z_d=200$ км; $z_{md}= 10$ км; $x_d=50$ км; $x_{md}= 40$ км. В формулах (2.3.1)-(2.3.2) z и x выражены километрами.

Зависимость электронной концентрации N от высоты z приведена на рис. 2.3.1. Невозмущенная модель показана штриховой линией, а возмущенная модель – сплошной.

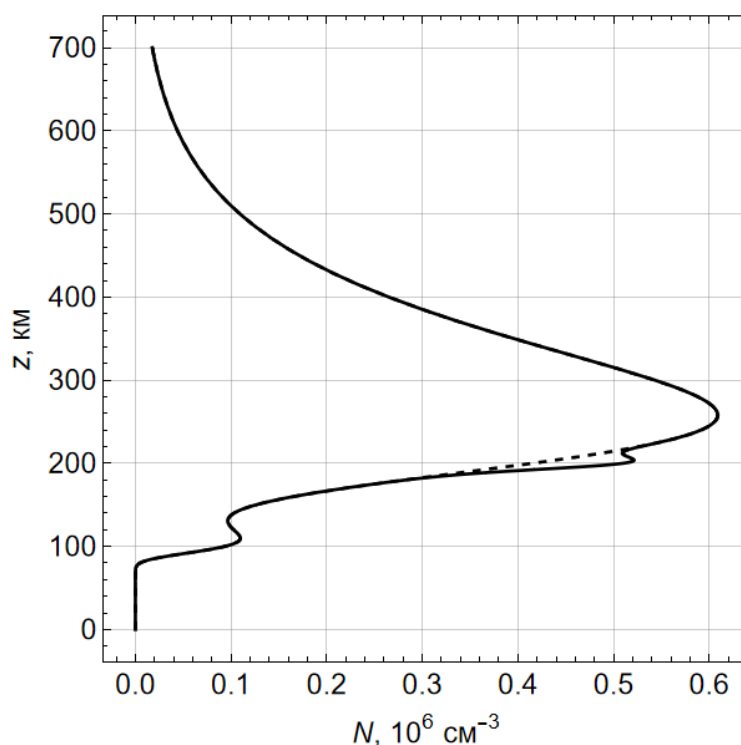


Рис. 2.3.1. График зависимости электронной концентрации N от высоты z

Зависимости электронной концентрации ионосферы от высоты, показанные на рис. 2.3.1, выбраны для точки посередине между передатчиком и приемником излучения, то есть находятся на расстоянии $x=50$ км. Отличие между двумя моделями относится к области, в которой присутствует ПИВ.

Для вычисления лучевых характеристик радиосигналов в точке приёма использовалась бихарактеристическая система дифференциальных уравнений первого порядка [6,25] Гамильтона-Лукина (2.2.5). Эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения ε была задана формулой Эшплтона-Хартри (Лассена) [12,50] (2.2.6), в которой знак “+” соответствует обыкновенной волне, знак “-” — необыкновенной волне.

Косинус угла ϕ между вектором напряженности магнитного поля Земли и волновым вектором определяется формулой:

$$\cos \phi = \frac{H_{0x}k_x + H_{0y}k_y + H_{0z}k_z}{H_0|\vec{k}|}. \quad (2.3.3)$$

Для решения системы (2.2.5) необходимы начальные условия, которые заданы в виде:

$$\begin{aligned} k_x(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \cos \beta_0, & k_y(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \sin \beta_0, \\ k_z(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0, & \vec{r}|_{\tau=0} &= (0,0,0), \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

где α_0 и β_0 — это начальные углы выхода луча. При расчетах предполагалось, что $\beta_0=0$, то есть первоначально, лучи выходят в плоскости (x,z) . Начальное значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в точке выхода луча $\varepsilon_0 \approx 1$. Решение системы бихарактеристических уравнений (2.2.5) с начальными условиями (2.3.4) позволяет определить время прихода сигнала, а также углы и прихода выхода сигнала на каждой частоте.

Важной характеристикой радиосигнала является его амплитуда, определяемая как поглощением, так и расходимостью [6,36,105]. Основным инструментом для вычисления расходимости является расширенная бихарактеристическая система Лукина [37,64] (2.2.17), дополненная начальными данными

$$\begin{aligned} k'_{x\alpha_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0 \cos \beta_0, & k'_{x\beta_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \sin \beta_0, \\ k'_{y\alpha_0}(\eta) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \alpha_0 \sin \beta_0, & k'_{y\beta_0}(\eta) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0 \cos \beta_0, \\ k'_{z\alpha_0}(\eta) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \alpha_0, & k'_{z\beta_0}(\eta) &= 0, \\ \vec{r}'_{\zeta}(\eta) &= 0, & \vec{r}'_{\beta_0}(\eta) &= 0. \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Решив бихарактеристическую систему и найдя производные волнового вектора и координат по начальным параметрам выхода луча, нетрудно вычислить якобиан J

расходимости лучевого потока по формулам (2.2.16) и найти расходимость волнового поля (2.2.15).

2.3.2. Невозмущенная модель. Результаты моделирования

Сначала рассмотрим зависимость группового времени t прихода сигнала от частоты f . Результаты моделирования для обыкновенной и необыкновенной волны показаны на рис. 2.3.2 и 2.3.3, сплошной линией – для обыкновенной волны и штриховой линией – для необыкновенной волны.

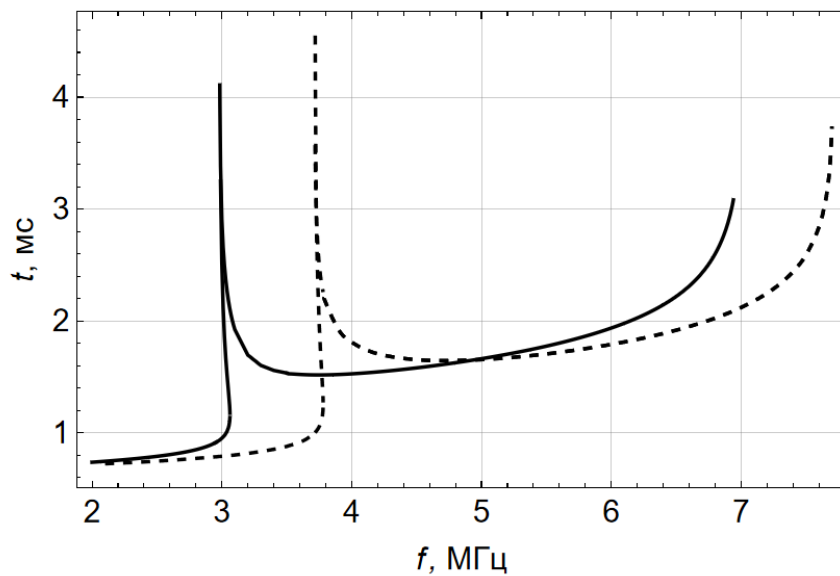


Рис. 2.3.2. Групповое время прихода сигнала t как функция частоты f . Невозмущенный случай

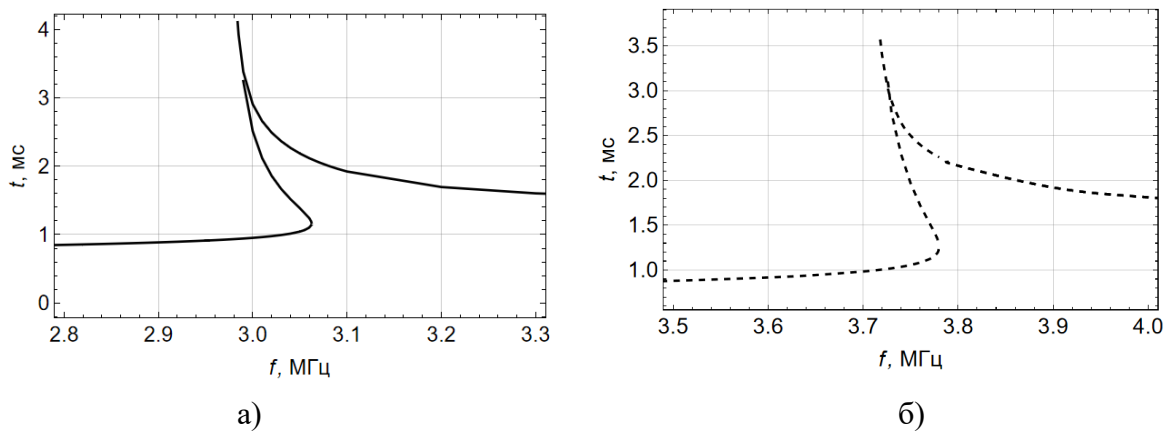


Рис. 2.3.3. Групповое время прихода сигнала t как функция частоты f . Невозмущенный случай; а – обыкновенная волна, б – необыкновенная волна

На рис. 2.3.2 рассмотрен диапазон частот от 2 МГц до ≈ 7 МГц для обыкновенной волны и до $\approx 7,7$ МГц для необыкновенной волны, выше которых волна уже не приходит в точку наблюдения, а просачивается вверх сквозь ионосферные слои. На рис. 2.3.4 показана лучевая структура необыкновенной волны на частоте $\approx 7,7$ МГц. Аналогичная картина имеет место и для обыкновенной волны, но на частоте ≈ 7 МГц. В целом видно, что с ростом частоты групповое время увеличивается, поскольку волна все глубже проникает в ионосферные слои, где групповая скорость волны меньше скорости света, да и общий путь волны возрастает.

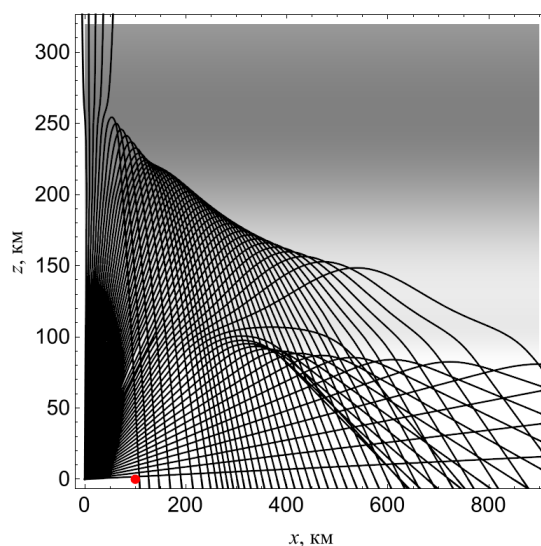


Рис. 2.3.4. Лучевая структура необыкновенной волны, $f \approx 7,699$ МГц. Точкой на расстоянии 100 км отмечено положение приёмника

На рис. 2.3.3 а и 2.3.3 б более подробно показаны области вблизи критической частоты слоя E (они разные для обыкновенной и необыкновенной волны). На частотах около 3 МГц для обыкновенной волны образуется каустика. Для необыкновенной волны каустика образуется на частоте $\approx 3,78$ МГц. На рис. 2.3.5 она отмечена точкой. Видно, что эта точка расположена на нижней ветви каустического острия, образованного слоем E. На рис. 2.3.3 также хорошо видна область трёхлучевости. Каустика на этом рисунке — это точка поворота линии.

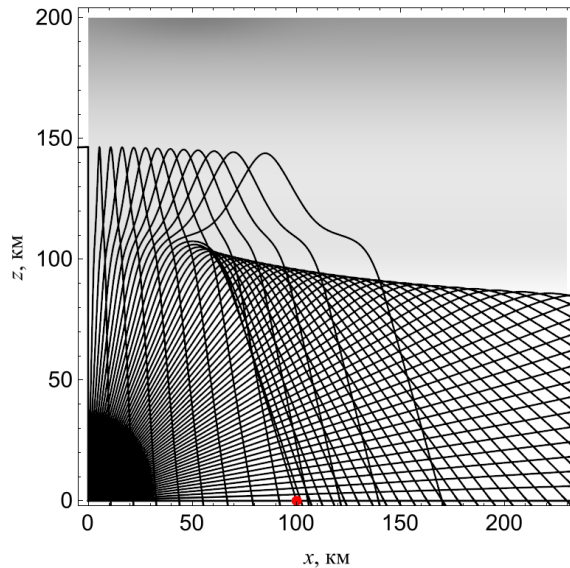


Рис. 2.3.5. Лучевая структура необыкновенной волны, $f \approx 3,78$ МГц. Точкой на расстоянии 100 км отмечено положение приёмника

Резкое нарастание группового времени t на частоте f чуть ниже 3,75 МГц соответствует ситуации, когда точка наблюдения находится вблизи зоны обрыва верхних лучей (см. рис. 2.3.6). В этой области формируются лучи, которые отражаются не от слоя E, а попадают в долину и отражаются от нижней границы верхнего слоя.

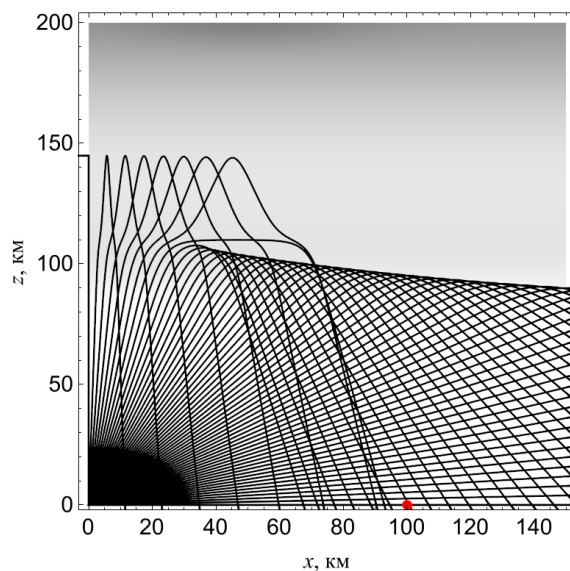


Рис. 2.3.6. Лучевая структура необыкновенной волны, $f \approx 3,73$ МГц. Точкой на расстоянии 100 км отмечено положение приёмника

Теперь рассмотрим зависимости угла выхода сигнала α_0 от частоты f . Зависимости угла α_0 выхода сигнала от частоты f для невозмущенной модели показаны на рис. 2.3.7 и 2.3.8.

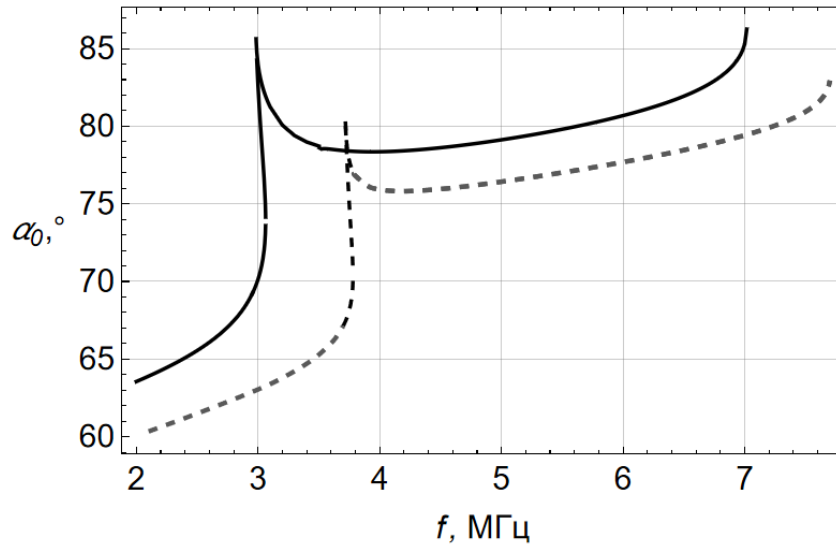


Рис. 2.3.7. Угол выхода сигнала α_0 как функция частоты f . Невозмущенный случай; сплошная линия – обыкновенная волна, штриховая линия – необыкновенная волна

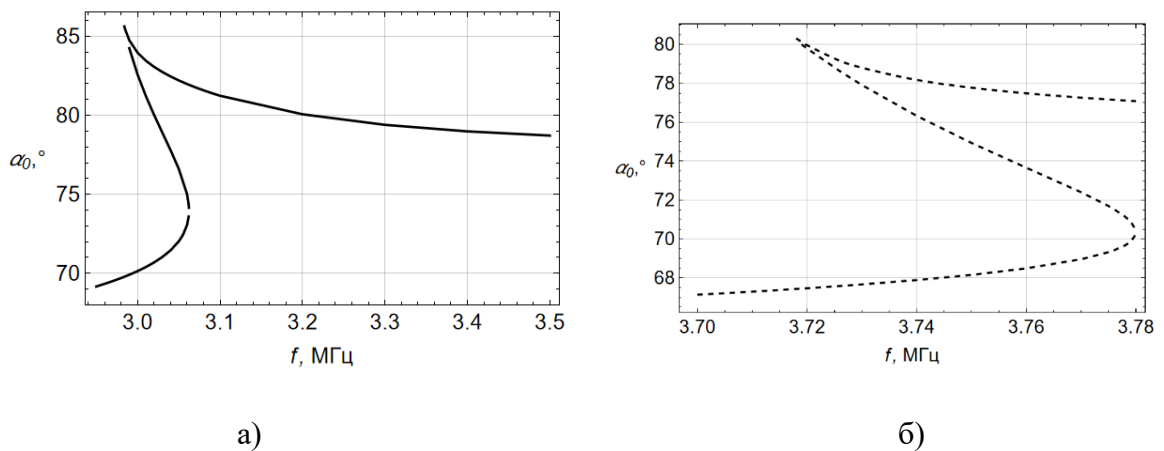


Рис. 2.3.8. Угол выхода сигнала α_0 как функция частоты f . Невозмущенный случай; а – обыкновенная волна, б – необыкновенная волна (фрагменты)

Из расчетов следует, что при слабонаклонном распространении в приёмник приходят лучи с углами, близкими к вертикальному. Кривые, приведенные на рис. 2.3.7 и 2.3.8, аналогичны кривым, показанным на рис. 2.3.2 и 2.3.3. Характерными особенностями является точка возврата (уход лучей в долину) и точка каустики, в которой сливаются два луча. Ясно видна область трёхлучевости.

Рассмотрим теперь зависимость расходимости лучевого потока R_s (2.2.15) от частоты f (см. рис. 2.3.9 и 2.3.10).

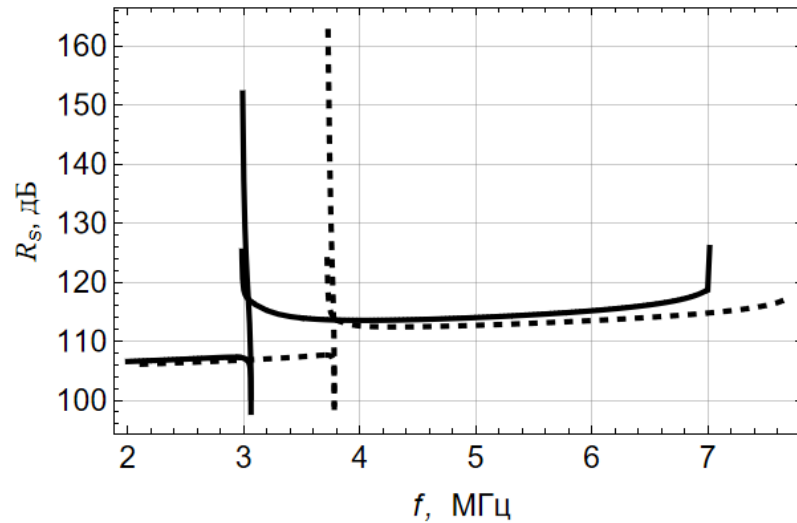


Рис. 2.3.9. Расходимость R_s как функция частоты f . Невозмущенный случай

Сплошной линией на рисунках показана обыкновенная волна, а штриховой линией – необыкновенная. Видно, что за исключением области, соответствующей слою E, ослабление медленно растет с частотой и более быстро возрастает в конце частотного диапазона, что приводит к уменьшению амплитуды сигнала в приёмнике.

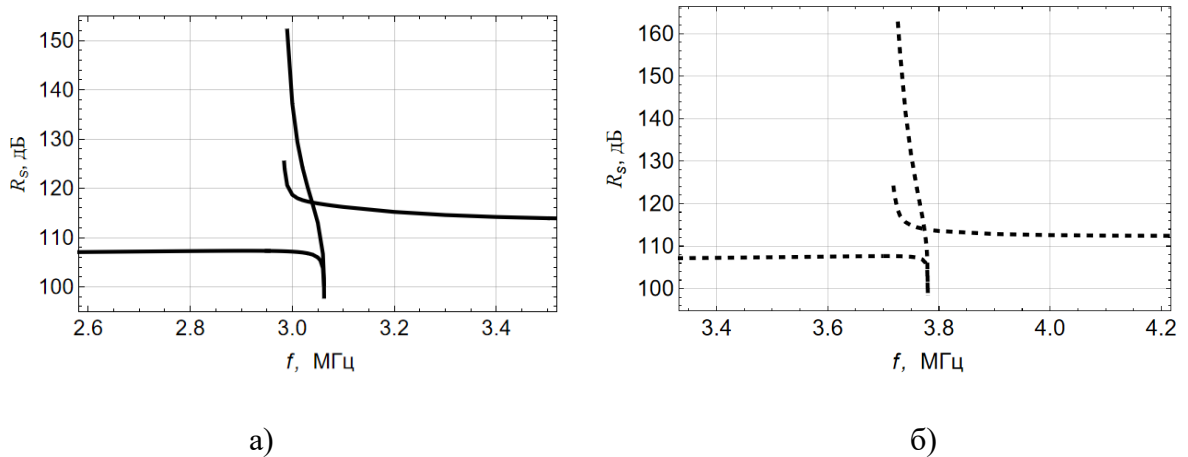


Рис. 2.3.10. Расходимость R_s как функция частоты f . Невозмущенный случай; а – обыкновенная волна, б – необыкновенная волна (фрагменты)

Более подробно, области, соответствующие слою E, показаны на рис. 2.3.10. С ростом частоты при приближении к каустике расходимость убывает (амплитуда в окрестности каустики возрастает), потом возрастает, а далее с увеличением

частоты выход на плавную, почти постоянную линию. Сравнивая результаты расчетов для обыкновенной и необыкновенной волн, видим, что кривые как бы просто сдвинуты по частоте относительно друг друга. Конечно, амплитуда необыкновенной волны меньше амплитуды обыкновенной волны, но это объясняется влиянием поглощения, которое здесь не учитывается.

2.3.3. Возмущенная модель. Результаты моделирования

Рассмотрим, какие изменения в результаты моделирования вносит ионосферное возмущение (ПИВ). Как показано на рис. 2.3.1, ПИВ расположено ниже максимума слоя F2 на высоте ~ 200 км. Поэтому на низких частотах ионограмма практически не меняется (см. рис. 2.3.11).

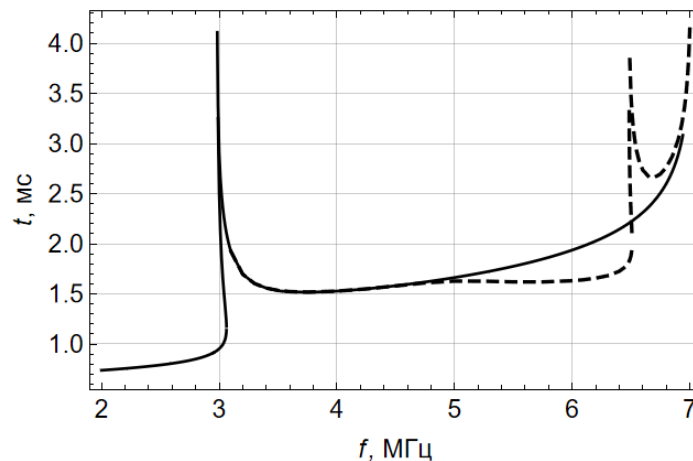


Рис. 2.3.11. Групповое время прихода сигнала t как функция от частоты f . Невозмущенный случай показан сплошной линией, а возмущенный случай – пунктиром; обыкновенная волна

Следует отметить, что для возмущенной модели на частотах от 5 до $\sim 6,4$ МГц групповое время для возмущенной модели меньше, чем для невозмущенной, причем имеет место даже небольшой локальный максимум в районе 5 МГц.

На рис. 2.3.12 также для обыкновенной волны показана зависимость угла выхода сигнала α_0 от частоты f .

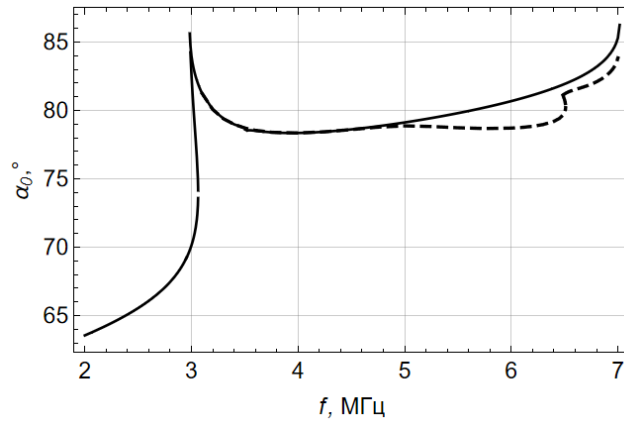


Рис. 2.3.12. Угол выхода сигнала α_0 как функция от частоты f . Невозмущенный случай показан сплошной линией, а возмущенный случай – пунктиром; обыкновенная волна

Видно, что для возмущенной модели значения углов выхода лучей на одной и той же частоте, меньше, чем для невозмущенной модели. Аналогичная картина наблюдается и для необыкновенной волны.

Рассмотрим подробнее зависимости группового времени прихода сигнала от частоты в модели с ПИВ. На рис. 2.3.13 и 2.3.14 приведена ионограмма наклонного зондирования (зависимость группового времени t от частоты f) в возмущенном случае на частотах выше 5 МГц, когда невозмущенный и возмущенный случаи дают разные результаты.

Обычно главным признаком наличия ПИВ считается U-образное образование [59,79,80] на ионограмме. Именно такая структура расположена в правой части рис. 2.3.13 (см. рис. 2.3.11, ср. с рис. 2.3.2).

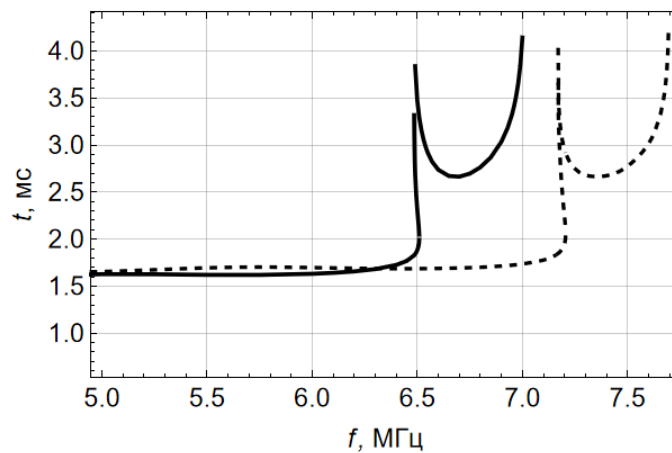


Рис. 2.3.13. Групповое время прихода сигнала t как функция от частоты f . Возмущенный случай. Сплошная линия – обыкновенная волна, штриховая линия – необыкновенная волна

Более подробный анализ показывает, что к ПИВ относится только левая ветвь «U», а правая ветвь «U» не относится к ПИВ и связана с просачиванием волны сквозь ионосферные слои при высоких частотах.

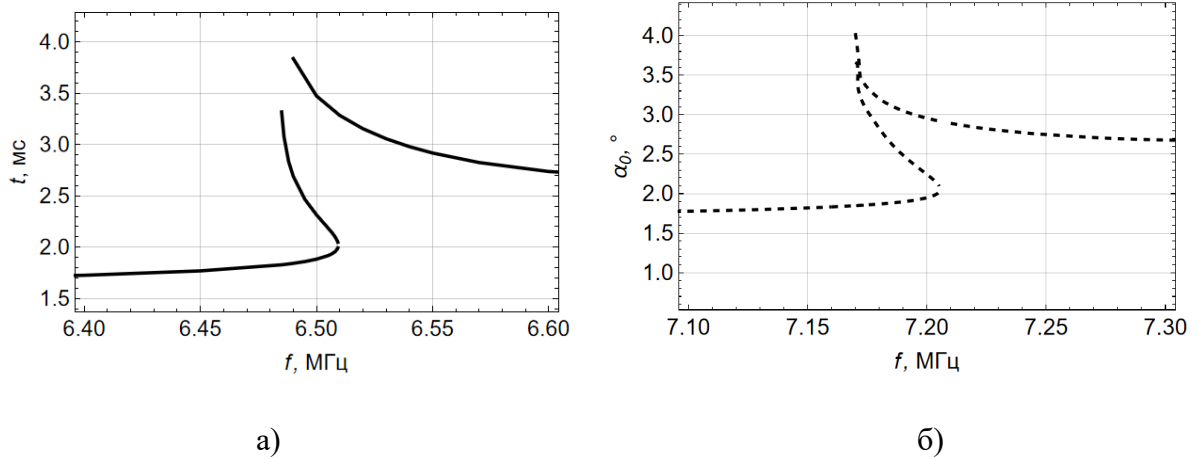


Рис. 2.3.14. Групповое время прихода сигнала t как функция от частоты f (фрагменты). Возмущенный случай; а – обыкновенная волна, б – необыкновенная волна

Структура ионограммы в окрестности ПИВ аналогична структуре ионограммы в окрестности E-слоя. Для того, чтобы в этом убедиться, достаточно сравнить рис. 2.3.3 и рис. 2.3.14, на которых ионограммы показаны более подробно. Основным признаком ПИВ является наличие точки каустики – точки поворота кривой (см. рис 2.3.3 и 2.3.14), а также значительный рост группового запаздывания сигнала t (см. рис. 2.3.13). Кроме того, и для обыкновенной (на частоте ~ 5 МГц), для необыкновенной волны (на частоте $\sim 5,7$ МГц) на ионограмме возникает локальный минимум, отсутствующий в невозмущенном случае (см. рис. 2.3.2 и рис. 2.3.11).

На рис. 2.3.15 показана лучевая структура в окрестности каустики обыкновенной волны, проходящей через точку наблюдения ($f \approx 6.5$ МГц).

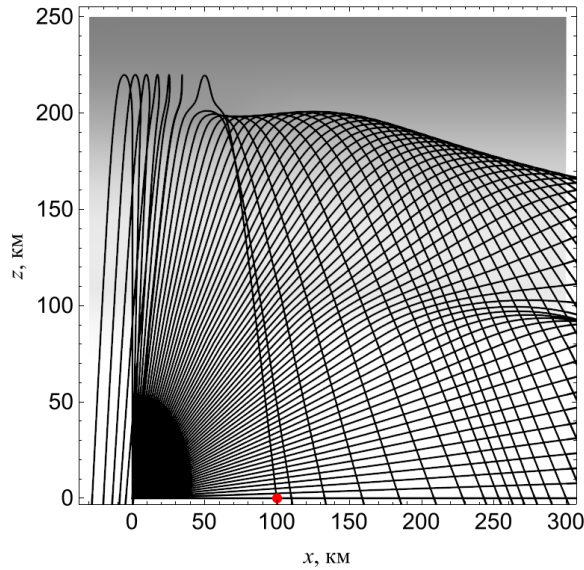


Рис. 2.3.15. Структура лучей в окрестности каустики обыкновенной волны. Возмущенный случай. Положение приёмника отмечено точкой

При построении рис. 2.3.15 считалось, что лучи покидают излучатель в диапазоне углов от 0° до 90° . При этом, как следует из расчетов, наличие ПИВ приводит к возникновению горба на верхней каустике, а также к таким отражениям от неоднородности, что оказывается засвеченной задняя область за излучателем.

Возвращаясь к рис. 2.3.2 и 2.3.13, видим, что необыкновенная и обыкновенная волна сдвинуты относительно друг друга на определенную частоту, которую нетрудно оценить, исходя из того, что в случае вертикального падения частота отражения обыкновенной волны ($\omega_p = 2\pi f_{nl}$) и частота отражения необыкновенной волны ($\omega_- = 2\pi f_-$) связаны соотношением [12,112]:

$$\omega_- = \frac{1}{2} \left(\omega_H + \sqrt{\omega_H^2 + 4\omega_p^2} \right), \quad (2.3.6)$$

где $\omega_H = 2\pi f_H$ – гирочастота. Если плазменная частота много больше гирочастоты ($\omega_p \gg \omega_H$), то выражение (2.3.6.) можно переписать как:

$$\omega_- - \omega_p \approx \frac{\omega_H}{2}, \quad (2.3.7)$$

то есть сдвиг частот равен половине гирочастоты.

На рис. 2.3.16 и 2.3.17 представлены соответствующие расчеты для рассматриваемой модели.

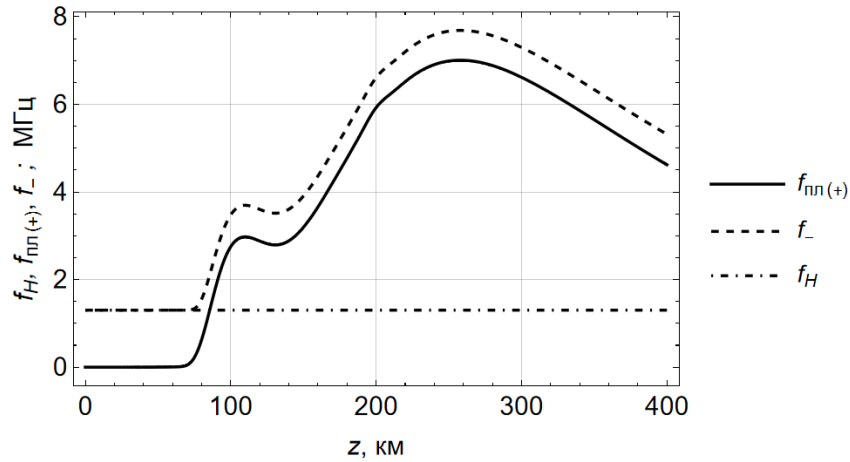


Рис. 2.3.16. Зависимости плазменной частоты $f_{пл}$, критической частоты необыкновенной волны f_{-} и гирочастоты f_H от высоты z

Видно, что начиная с высоты ~ 80 км, критическая частота обыкновенной волны (плазменная частота), отличается от критической частоты обыкновенной волны на приблизительно постоянную величину.

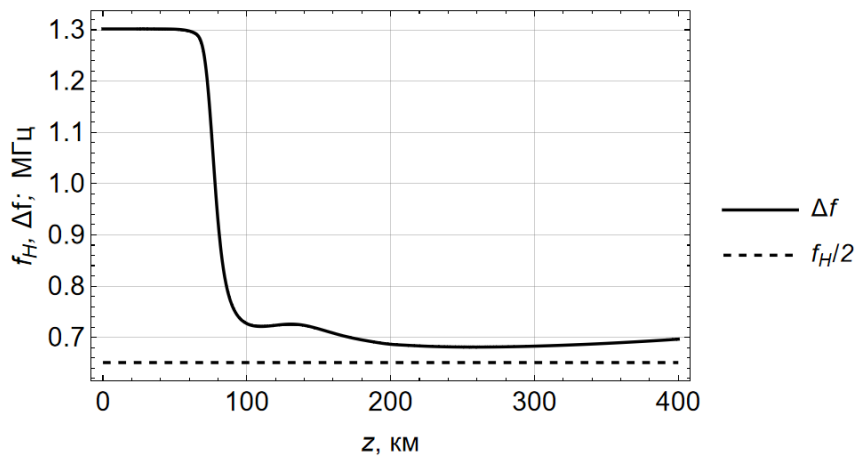


Рис. 2.3.17. Зависимости разности частот $\Delta f = f_{-} - f_{пл}$ и полу гирочастоты $f_H/2$ от высоты z

Поскольку рассматриваемое в работе зондирование слабонаклонное, эта величина ($\sim 0,7$ МГц) хорошо согласуется с расчетами, приведенными на рис. 2.3.2 и 2.3.13. Поэтому одновременное наблюдение ионограмм обыкновенной и необыкновенной волны позволяет независимо оценить величину напряженности магнитного поля Земли.

Рассмотрим теперь графики зависимостей угла выхода радиосигнала от частоты при наличии ПИВ, то есть в возмущенном случае (рис. 2.3.18 и рис. 2.3.19).

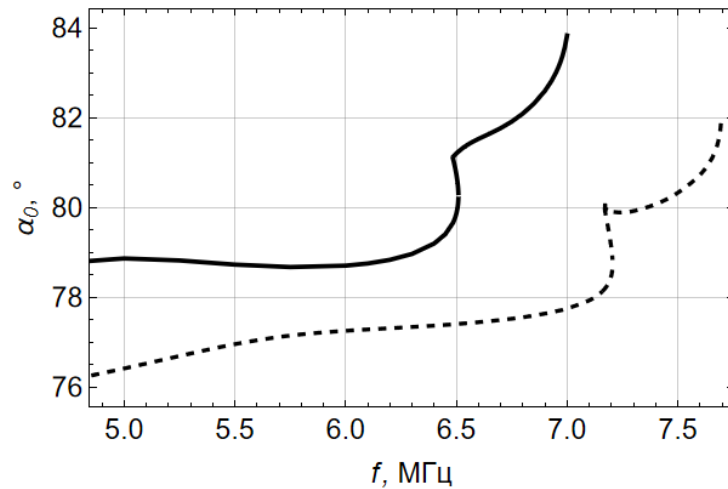


Рис. 2.3.18. Угол выхода сигнала α_0 как функция частоты f . Возмущенный случай; сплошная линия – обыкновенная волна, штриховая линия – необыкновенная волна

Поскольку до 5 МГц кривые в возмущенном и невозмущенном случаях совпадают, на рис. 2.3.18 показаны только частоты выше 5 МГц, когда возникает влияние ПИВ.

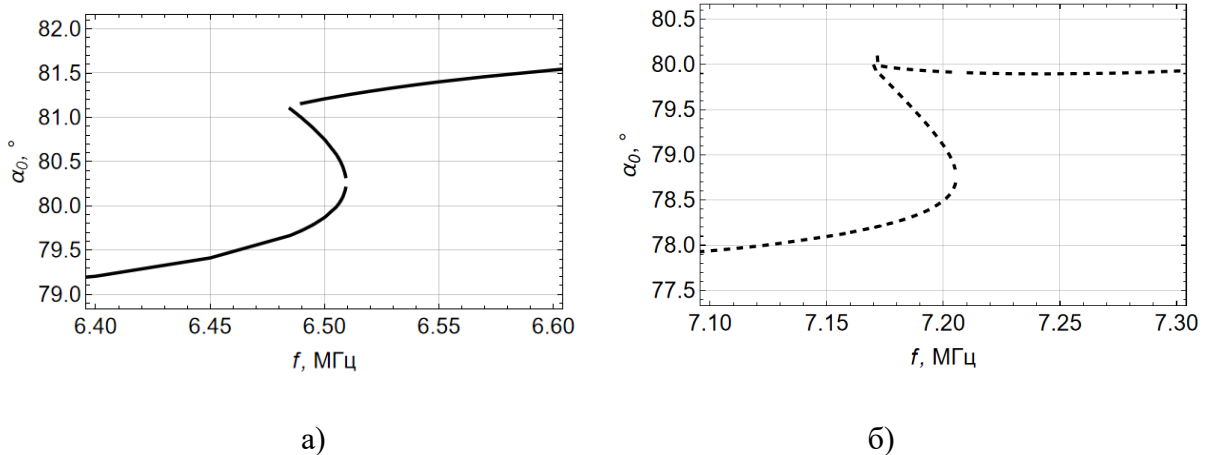


Рис. 2.3.19. Угол выхода сигнала α_0 как функция от частоты f . Возмущенный случай; а – обыкновенная волна, б – необыкновенная волна (фрагменты)

Если рис. 2.3.18 позволят сопоставить обыкновенную и необыкновенную волны, то рис. 2.3.19 иллюстрирует область каустики (зону трёхлучевости). Точка излома графика функции соответствует области разрыва лучевого семейства, обусловленного долиной, как и в случае слоя Е (ср. рис. 2.3.19 и рис. 2.3.8).

Наконец, на рис. 2.3.20 показана расходимость лучевого потока R_s в окрестности ПИВ.

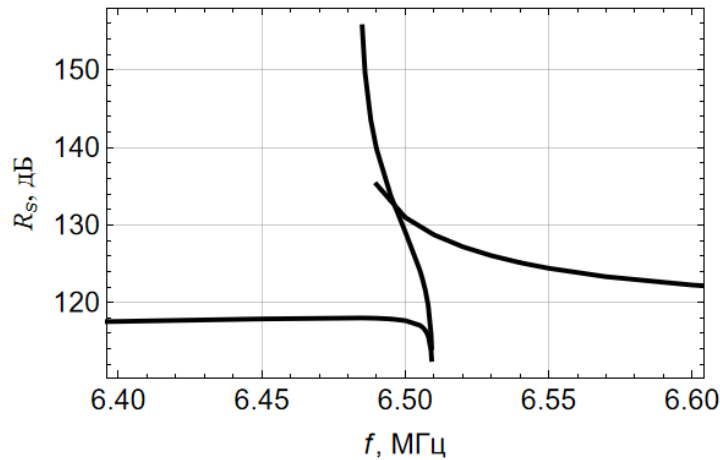


Рис. 2.3.20. Расходимость R_s как функция частоты f в окрестности ПИВ. Возмущенный случай; обыкновенная волна

Поведение кривых на рис. 2.3.20 полностью аналогично поведению кривых расходимости, рассчитанных в окрестности слоя E (рис. 2.3.10).

§ 2.4. Выводы к главе 2

Таким образом, в *разделе 2.2* исследованы лучевые, амплитудные и поляризационные характеристики частотно-модулированных радиосигналов, отражённых от ионосферы при вертикальном радиозондировании. Исследована модель электронной концентрации ионосферы Земли, содержащая слои E, F1, F2 и локальную неоднородность с повышенной электронной концентрацией. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны.

– Показано, что несмотря на то, что при распространении в ионосферных слоях поляризационные характеристики существенно меняются (меняется соотношение между осями эллипса поляризации и возникает продольная волна), при выходе из ионосферы поляризационные характеристики в целом восстанавливаются и оказываются почти такими же, как и у падающей волны (в собственных лучевых координатах).

– Установлено, что без учета поглощения амплитуда отраженного сигнала убывает с ростом частоты, в то время как с учетом поглощения, наоборот,

нарастает. Неоднородности ионосферы, обусловленные слоем E и дополнительной локальной неоднородностью, проявляются на амплитудных зависимостях в виде локальных минимумов. По размеру и интенсивности искажений амплитудных зависимостей можно судить и о величине неоднородности.

В разделе 2.3 методом бихарактеристик исследованы особенности распространения радиоволн декаметрового диапазона (~2-8 МГц) в ионосфере Земли, содержащей слои E, F1 и F2 при наклонном радиозондировании. Изучена невозмущенная модель электронной концентрации и возмущенная модель, содержащая ПИВ – гладкую ионосферную неоднородность. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны в магнитоактивной плазме. Выполнено численное моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования ЛЧМ сигналами и показано, что ионограмма необыкновенной волны оказывается сдвинута по частоте относительно ионограммы обыкновенной волны приблизительно на одну и ту же величину как для невозмущенной, так и для возмущенной модели.

– Показано, что на частотах радиосигналов, отражающихся в окрестности максимума E слоя, а также на частотах, отражающихся в окрестности ПИВ возникает каустика и область трехлучевости.

– Установлено, что зависимости группового времени запаздывания сигнала от частоты и угла выхода радиосигнала от частоты в обоих случаях имеют одну и ту же качественную зависимость.

– Рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды. Показано, что расходимости и амплитуды принятых сигналов (без учета поглощения, обусловленного частотой соударений электронов в плазме) для обыкновенной и необыкновенной волны приблизительно одинаковы и отличаются только сдвигом по частоте. Расходимость резко убывает в окрестности каустики и резко нарастает при приближении частоты к частоте просачивания волны.

ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ, ОБУСЛОВЛЕННОГО ПЕРЕМЕЩАЮЩИМИСЯ ИОНОСФЕРНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ В РЕГУЛЯРНЫХ И КАУСТИЧЕСКИХ ОБЛАСТЯХ

§ 3.1 Доплеровские характеристики, их роль при исследовании структуры ионосферы

При исследовании структуры ионосферы Земли важную роль играют перемещающиеся ионосферные возмущения (ПИВ), обычно связываемые с образованием внутренних гравитационных волн [7,18,59]. ПИВ характеризуются значительными вариациями электронной концентрации и высокими горизонтальными скоростями. Важным инструментом для изучения ПИВ являются методы вертикального и наклонного зондирования [79,80], а также доплеровские измерения [94].

В настоящей главе выполнено численное моделирование распространения радиоволн декаметрового диапазона в нестационарной ионосферной плазме. Основное внимание уделено изучению доплеровского изменения частоты, вызванного ПИВ, которые активно наблюдаются и оказывают существенное влияние на работу систем радиосвязи, радиолокации и радионавигации [59]. Экспериментальные и теоретические исследования, посвященные этой проблеме, проводились на кафедре «Физико-математических проблем волновых процессов» МФТИ с 1968 года [10,14,63,65,66], а позже на факультете ИС и КТ в РосНОУ [51,55,56]. Также следует отметить работы [7,16,17,19,79,80], внесшие существенный вклад в понимание сути вопроса.

В данной работе большое внимание уделено не только зависимости доплеровского смещения частоты Δf , но и зависимости запаздывания прихода сигнала t , а также углов выхода лучей α от несущей частоты радиосигнала f . Учтено влияние магнитного поля Земли и рассмотрены две поляризации радиоволны: о-волна и х-волна.

При исследовании ПИВ доплеровскими методами [65,66] обнаружены области многолучевости, имеющие при регистрации измерений вид S-образных кривых, что указывает на образование каустик [10,14,63]. В настоящей работе на основе решения бихарактеристической системы уравнений выполнено математическое и численное моделирование таких каустических структур и показано, что S-образные кривые соответствуют каустической особенности (волновой катастрофе), известной как каустическое остриё (A_3). В качестве модели ионосферы выбрана модель с ионосферными слоями E, F1, F2, к которой добавлена модель ПИВ – модель горизонтальной (или наклонной) движущейся неоднородности с заданными размерами и скоростью движения. Выполнен расчет лучевых траекторий, проведено исследование фазовой структуры в трёхлучевой области между каустиками. Показано, что фазы лучей образуют сечение особенности «ласточкин хвост» (катастрофа A_4).

В разделе 3.2 выполнено математическое моделирование распространения дециметровых радиоволн на слабонаклонных трассах из источника в приемник при наличии перемещающегося ионосферного возмущения (ПИВ) [41,45,68,69,116]. Рассмотрено перемещение неоднородности как в горизонтальном, так и в вертикальном направлении. Исследованы: доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, а также зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях электромагнитной волны. Показано, что при горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения. Вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер. При вертикальном перемещении возникает трёхлучевая область, характеризующаяся повышенными значениями доплеровского смещения и группового запаздывания.

В разделе 3.3 представлены результаты моделирования каустической структуры, возникающей при слабо наклонном зондировании ионосферы Земли,

содержащей перемещающиеся ионосферные возмущения (ПИВ) [53,70,113]. Показано, что на поверхности Земли возникают следы двух каустик, образующих каустическое остриё (катастрофа A_3) [117,121].

Исследовано доплеровское смещение частоты вдоль лучей, обусловленное ПИВ, и «петли времени». Выполнено математическое моделирование амплитудно-фазовой структуры волнового поля в трёхлучевой области методами бихарактеристик и волновой теории катастроф. Рассчитана амплитудная структура поля на поверхности Земли как без учета, так и с учетом поглощения и показано, что не только поле на каустиках, но и среднее значение амплитуды поля в многолучевой области существенно возрастает. Рассмотрены равномерная и неравномерная асимптотики.

В разделе 3.4 исследованы зависимости доплеровского смещения частоты, группового времени запаздывания и угла выхода луча от расстояния вдоль поверхности Земли при различных положениях ПИВ, построены лучевые траектории и изучен характер изменения доплеровского сдвига вдоль траекторий, исследованы зависимости доплеровского смещения частоты, времени запаздывания и угла выхода луча вдоль поверхности Земли при разных начальных частотах, а также зависимость угла выхода луча вдоль поверхности Земли от группового времени [115].

§ 3.2 Особенности доплеровских характеристик при исследовании горизонтально и вертикально перемещающихся ионосферных возмущений на слабонаклонных трассах

В настоящем разделе рассмотрим влияние перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) на доплеровское смещение частоты [41,45,68,69,116].

3.2.1. Модель электронной концентрации ионосферы с ПИВ

Как и в предыдущей главе в данном разделе рассмотрено распространение радиоволн на небольшие расстояния, то есть анализируется случай слабо наклонного зондирования ионосферы. Предполагалось, что между источником

излучения, который находится в начале координат, и приёмником расстояние 100 км.

В модели электронной концентрации ионосферы учтено влияние трёх ионосферных слоёв: слоя E с максимумом электронной концентрации на высоте $z_{E \max}=108$ км (характерная полуширина $\Delta_E=12,5$ км), слоя $F1$ с максимумом на высоте $z_{F1 \max}=196$ км (характерная полуширина $\Delta_{F1}=40$ км) и слоя $F2$ с максимумом электронной концентрации на высоте $z_{F2 \max}=263$ км (характерная полуширина $\Delta_{F2}=55$ км).

$$\begin{aligned}
 N = & N_{F2} \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\Theta_{F2}] + \Theta_{F2}) \right] + \\
 & + N_{F1} \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\Theta_{F1}] + \Theta_{F1}) \right] , \\
 & + N_E \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\Theta_E] + \Theta_E) \right] + N_d
 \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

В выражении (3.2.1) $N_{F1} \approx 70254,3 \text{ см}^{-3}$, $N_{F2} \approx 561828,0 \text{ см}^{-3}$, $N_E \approx 104611,7 \text{ см}^{-3}$, а

$$\begin{aligned}
 \Theta_{F2} = \frac{1}{\Delta_{F2}} (z_{F2 \max} - z), \quad \Theta_{F1} = \frac{1}{\Delta_{F1}} (z_{F1 \max} - z), \\
 \Theta_E = \frac{1}{\Delta_E} (z_{E \max} - z).
 \end{aligned} \tag{3.2.2}$$

При рассмотрении движения ПИВ от приёмника к источнику, слагаемое N_d , характеризующее электронную концентрацию ПИВ, задавалось формулой:

$$N_d = N_0 \exp \left[- \left(\frac{z_d - z}{z_{md}} \right)^2 - \left(\frac{x_d - x + V_x t}{x_{md}} \right)^2 \right], \tag{3.2.3}$$

в которой максимальное значение электронной концентрации $N_0 = 9.5 \times 10^4 \text{ см}^{-3}$ находится на высоте $z_d = 200$ км, а скорость горизонтального движения ПИВ $V_x = -200$ м/с. Предполагалось, что ПИВ имеет характерные размеры вдоль трассы $x_{md} = 40$ км, а поперек трассы (по вертикали) составляет $z_{md} = 10$ км. Когда $x_d = 50$ км, центр ПИВ располагается посередине трассы, как показано на рис. 3.2.1.

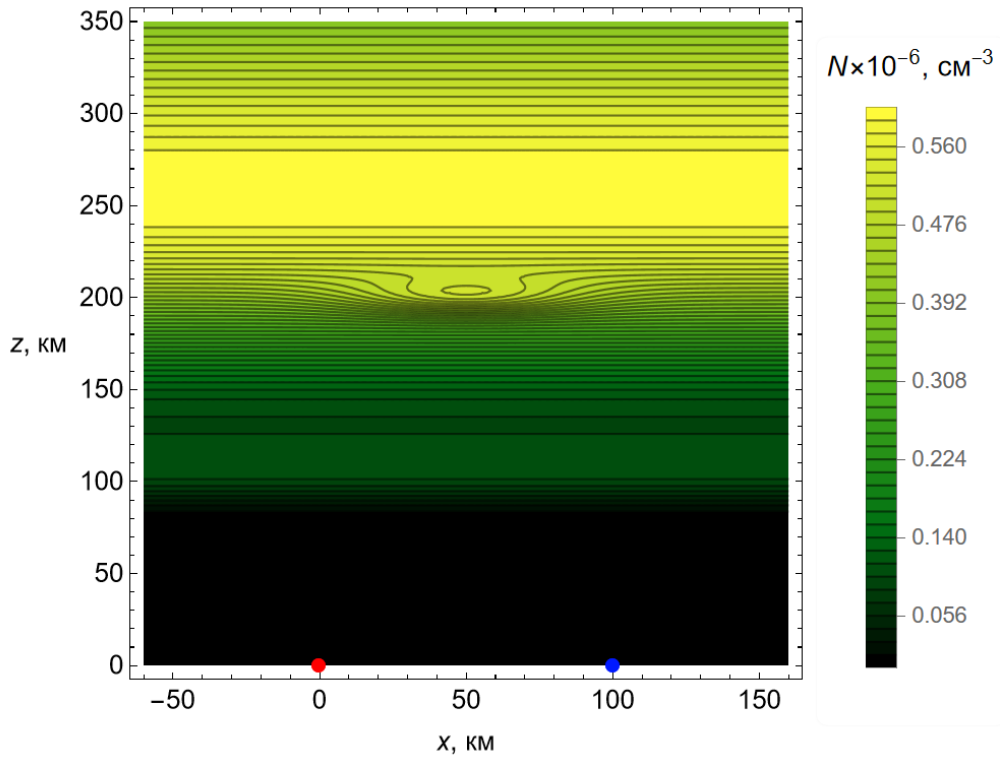


Рис. 3.2.1. Зависимость электронной концентрации от высоты вдоль трассы

Положение источника излучения (передатчика) на рисунке отмечено красной точкой, а приёмника – синей.

3.2.2. Бихарактеристическая система Гамильтона-Лукина в нестационарной среде

Лучевые траектории в ионосферной плазме были рассчитаны с помощью бихарактеристической системы Гамильтона-Лукина [25,37,100]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \right)^{-1}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \right)^{-1}, \quad \frac{d\omega}{dt} = -\frac{\partial \Gamma}{\partial t} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \right)^{-1}. \quad (3.2.4)$$

В системе (3.2.4) $\omega = 2\pi f$ – это круговая частота, значение которой изменяется вдоль лучевой траектории, а Γ – это гамильтониан:

$$\Gamma = |\vec{k}|^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega, t), \quad (3.2.5)$$

в который входит эффективная диэлектрическая проницаемость ионосферной плазмы $\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega, t)$, зависящая от координаты луча $\vec{r} = (x, y, z)$, волнового вектора \vec{k} , частоты ω и группового времени t . Выражение для эффективной диэлектрической проницаемости ионосферной плазмы задано формулой Эпплтона-Хартри-Лассена [6,9,12,54]:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y_T^2 \pm \sqrt{Y_T^4 + 4Y_L^2(1-X)^2}}, \quad (3.2.6)$$

в которой использованы традиционные обозначения [12]:

$$X = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad Y = \frac{\omega_H}{\omega}, \quad Y_L = Y \cos \phi, \quad Y_T = Y \sin \phi. \quad (3.2.7)$$

Знак «+» в формуле (3.2.6) соответствует обыкновенной волне (о-волне), а знак «-» – необыкновенной волне (х-волне). В выражения (3.2.7) входят круговая плазменная частота ω_p и круговая гирочастота ω_H :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N(\vec{r}, t)}{m_e}}, \quad \omega_H = \frac{eH_0}{m_e c}, \quad (3.2.8)$$

зависящие от заряда электрона e , массы электрона m_e , величины напряженности магнитного поля H_0 и электронной концентрации $N(\vec{r}, t)$ как функции координаты и времени. Угол между вектором напряженности магнитного поля Земли \vec{H}_0 и волновым вектором \vec{k} в формулах (3.2.7) обозначен как ϕ (см. (2.3.3)). При расчетах предполагалось, что вектор напряженности магнитного поля \vec{H}_0 лежит вблизи плоскости (x, z) выхода луча, направленного на приёмник.

Первые три уравнения системы (3.2.4) описывают изменение траектории луча в неоднородной магнитоактивной среде, вторые три уравнения характеризуют поведение компонент волнового вектора, а последнее уравнение определяет изменение частоты вдоль траектории, то есть доплеровский сдвиг.

3.2.3. Результаты математического моделирования (горизонтальное перемещение ПИВ)

Перейдем к описанию результатов математического моделирования. На рис. 3.2.2 приведены зависимости доплеровского сдвига частоты Δf от положения x_d центра перемещающегося ионосферного возмущения на оси x , находящегося на высоте 200 км. Начальная частота равна $f=6$ МГц. Угол магнитного склонения составляет 57° , а магнитного склонения – $-5,625^\circ$. На рисунке красной линией показаны расчеты, выполненные без учета магнитного поля Земли. Две другие кривые выполнены с учетом магнитного поля: зелёной линией приведены результаты вычислений для необыкновенной волны (х-волны), а синей линией – для обыкновенной (о-волны).

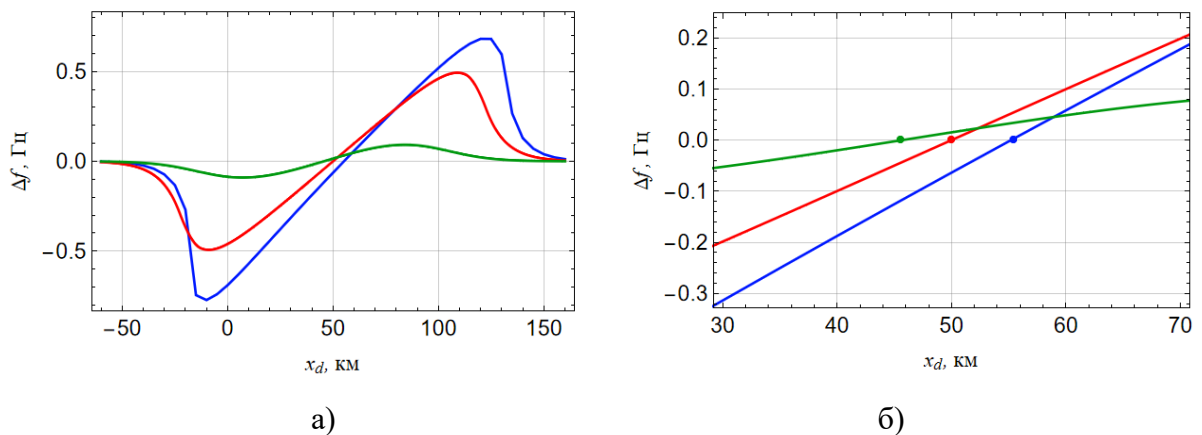


Рис. 3.2.2. Зависимость доплеровского смещения частоты Δf от x_d – положения центра ПИВ для о-волны, х-волны и в изотропном случае; рис. 3.2.2 б является фрагментом рис. 3.2.2 а

Из анализа рис. 3.2.2 а и б можно сделать следующие выводы:

1. Для обыкновенной волны доплеровское смещение частоты значительно больше доплеровского смещения частоты для необыкновенной волны, так как в целом поведение х-волны повторяет поведение о-волны, то есть необыкновенная волна ведет себя так же, как обыкновенная, но сдвинутая вниз по частоте. С ростом же несущей частоты, как будет показано ниже, для одной и той же моды доплеровский сдвиг увеличивается (см. рис. 3.2.5).

2. Величина доплеровского смещения частоты для обыкновенной волны превосходит эту же величину, рассчитанную в изотропном приближении, почти в два раза.

3. Когда центр ПИВ приближается к середине трассы доплеровский сдвиг положительный, а когда центр ПИВ удаляется от середины трассы – отрицательный. Для изотропного приближения доплеровское смещение частоты обращается в ноль точно на середине трассы ($x_d = 50$ км) (см. рис. 3.2.2 б). Для обыкновенной волны доплеровский сдвиг обращается в ноль, когда центр ПИВ $x_d = 55.5$ км, а для необыкновенной волны, когда $x_d = 45.6$ км (см. рис. 3.2.2 б). Этот эффект объясняется влиянием магнитного поля и, как будет показано ниже, не зависит от значения начальной частоты (см. рис. 3.2.5). На рисунке нули доплеровского сдвига отмечены точками.

4. Линия, соответствующая необыкновенной волне, состоит из двух симметричных кривых и напоминает синусоиду (рис. 3.2.2 а). У двух других линий эта симметрия резко нарушается, и кривые уже не напоминают синусоиду (см. также рис. 3.2.5).

На рис. 3.2.3 приведены зависимости времени t прихода сигнала из источника в приёмник от положения x_d центра ПИВ для той же начальной частоты $f=6$ МГц. Расцветка кривых на рис. 3.2.3 соответствует рис. 3.2.2.

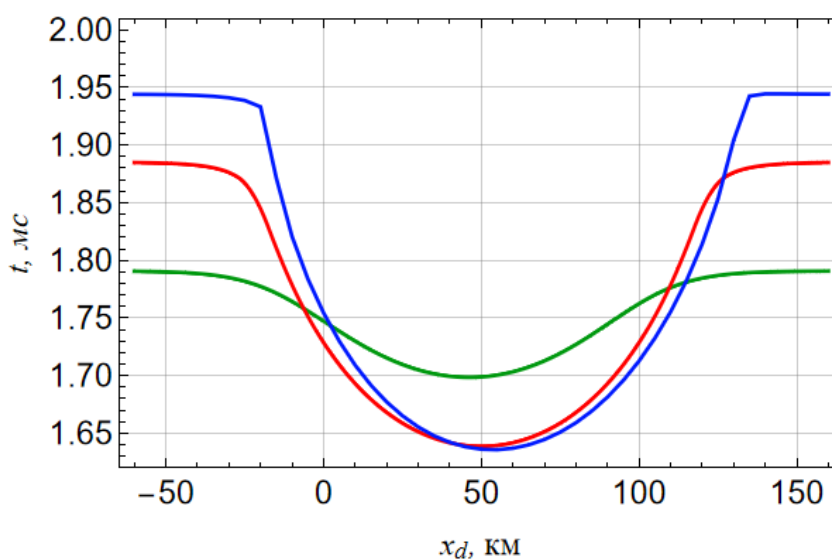


Рис. 3.2.3. Зависимость группового времени t от положения центра ПИВ x_d

В невозмущенном состоянии время запаздывания сигнала составляет ~ 1.95 мс для о-волны (максимальное), ~ 1.89 мс в изотропном случае и ~ 1.79 мс для х-волны. Прохождение ПИВ приводит к значительному уменьшению времени запаздывания сигнала. Минимальное значение для о-волны и изотропного случая составляет ~ 1.63 мс, а в случае х-волны несколько выше – ~ 1.70 мс. Следует отметить, что положения минимумов соответствуют точкам, в которых доплеровский сдвиг обращается в нуль (см. рис. 3.2.2 б и пункт 3.2.3 выше). Анализируя рис. 3.2.3, видим, что влияние неоднородности начинает сказываться, когда её центр оказывается на расстоянии 80 км от середины трассы ($x_d = 130$ км), то есть вне трассы и много правее приемника, а заканчивается также на расстоянии 80 км от середины трассы ($x_d = -30$ км), вне трассы и много левее передатчика, хотя характерный размер ПИВ всего 40 км ($x_{md} = 40$ км). Это объясняется экспоненциальным спаданием электронной концентрации при удалении от центра ПИВ.

На рис. 3.2.4 показаны зависимости угла выхода луча α (с горизонтом) от положения центра ПИВ на частоте $f=6$ МГц для о-волны (синяя), х-волны (зелёная) и в изотропном случае (красная). Как и следовало ожидать, наибольший перепад углов выхода соответствует обыкновенной волне (от 75.5° до 83°), в изотропном случае перепад от 74° до 85° , а в случае необыкновенной волны он совсем маленький (от 76.5° до 78.5°).

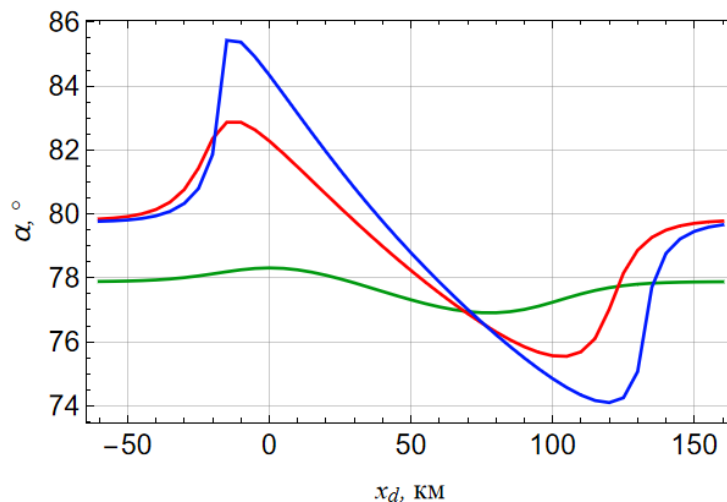


Рис. 3.2.4. Зависимость угла выхода лучей α от положения центра ПИВ x_d

Форма кривых в целом напоминает (с точностью до зеркального отражения) форму кривых на рис. 3.2.2, где приведена зависимость доплеровского сдвига от положения центра ПИВ. Следует отметить, что для невозмущенного случая (на рис. 3.2.4 это правая и левая области) кривые, соответствующие изотропному случаю и о-волне, стремятся друг к другу.

Рассмотрим теперь поведение тех же зависимостей, но при разных частотах. Ограничимся обыкновенной волной. На рис. 3.2.5 показаны зависимости доплеровского смещения частоты Δf от положения центра ПИВ x_d при разных начальных частотах f .

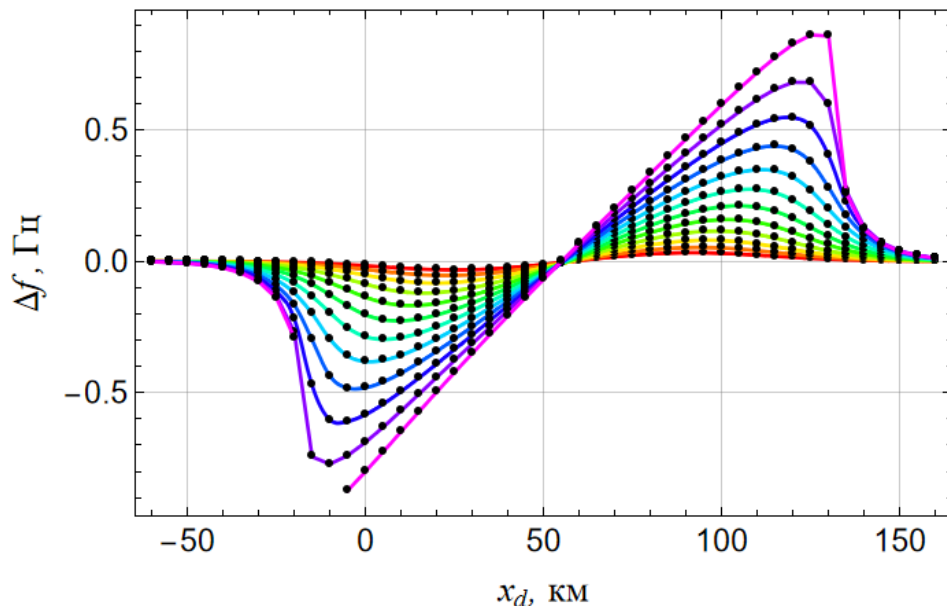


Рис. 3.2.5. Доплеровское смещение частоты Δf в зависимости от положения центра неоднородности при различных значениях начальной частоты

Минимальное значение частоты 5.0 МГц (красная линия), а максимальное — $f=6.1$ МГц (сиреневая линия). Линии идут с шагом 100 кГц. Точками обозначены результаты вычислений, через которые проведены кривые. Видно, что с ростом рабочей частоты доплеровский сдвиг по модулю увеличивается. Все кривые пересекаются в одной и той же точке, сдвинутой относительно середины трассы. Форма кривых меняется от синусоидальной к пилообразной форме с положительным наклоном.

На рис. 3.2.6 показаны зависимости группового времени t (задержки сигнала) от положения центра ПИВ на разных частотах (от $f=5.0$ МГц (красная линия) до $f=6.1$ МГц (сиреневая линия) с шагом 100 кГц) для о-волны.

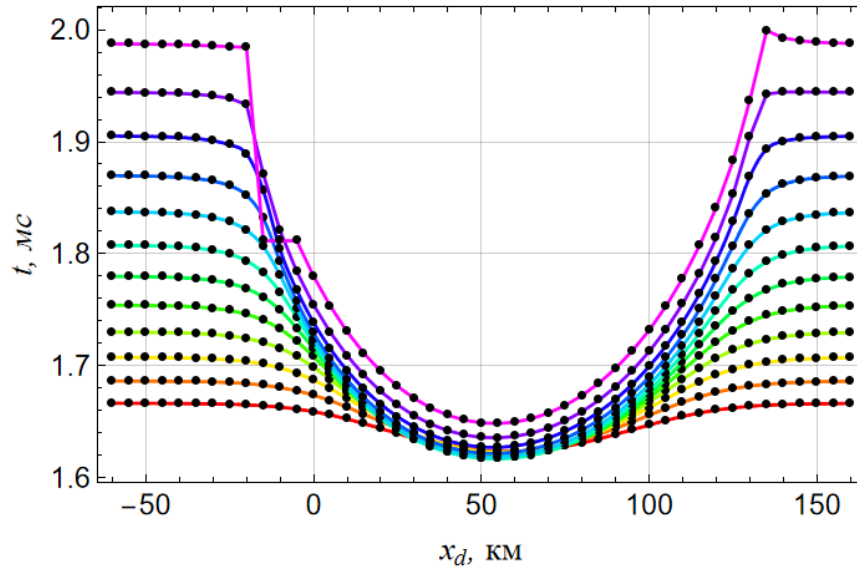


Рис. 3.2.6. Зависимости группового времени t от положения центра ПИВ при различных начальных частотах

С ростом частоты задержка возрастает. Видно, что для выбранного нами диапазона частот влияние ПИВ приводит к уменьшению значения группового времени t , а когда центр ПИВ оказывается в окрестности середины трассы ($x_d = 55.5$ км), задержка достигает минимума, причем относительное расстояние между кривыми также уменьшается. Увеличение времени запаздывания с ростом частоты объясняется тем, что волна с большой частотой проходит более длинный путь в ионосфере. Когда центр ПИВ оказывается вблизи середины трассы времена запаздывания на разных частотах выравниваются, так как на всех частотах волны отражаются от нижней границы ПИВ и распространяются из источника в приёмник по близким траекториям.

На рис. 3.2.7 приведены графики зависимости угла выхода луча α от положения центра ПИВ x_d на разных частотах. Обозначения те же, что и на рис. 3.2.5 и 3.2.6. Диапазон изменения углов небольшой – от 73° до 86° , так как расстояние между передатчиком и приемником тоже небольшое (100 км).

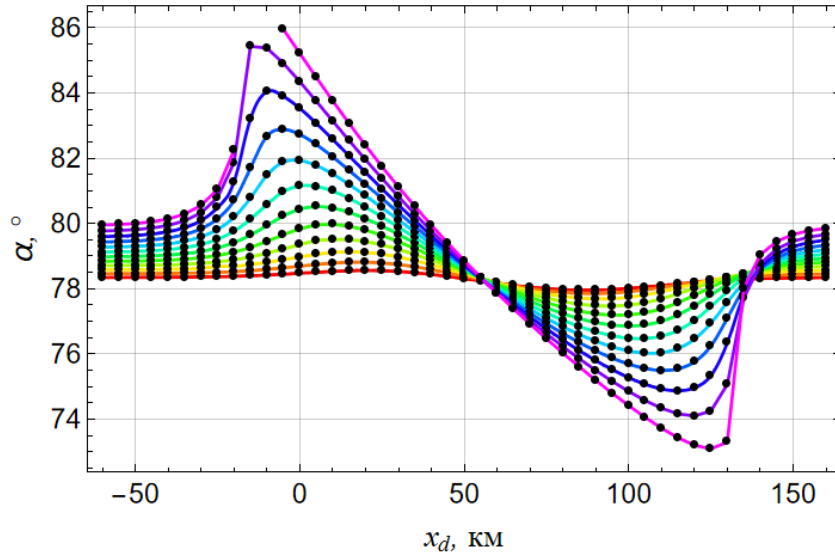


Рис. 3.2.7. Зависимости угла выхода лучей α от положения центра ПИВ при различных начальных частотах

Как и в случае зависимости доплеровского сдвига от положения центра ПИВ (см. рис. 3.2.5), в случае более низких частот каждая половина кривой обладает внутренней симметрией, однако в случае более высоких частот эта симметрия нарушается, линия уже не напоминает синусоиду, а стремится к пилообразной форме.

Когда частота излучения приближается к критической (в нашем случае начиная с 6.1 МГц) возникают трёхлучевые области. Это сечения каустического острия (особенность A_3) [48,70,121]. Они соответствуют $x_d \sim 135$ км и $x_d \sim -10$ км и не показаны на рис. 3.2.5–3.2.7.

3.2.4. Результаты математического моделирования (вертикальное перемещение ПИВ)

Рассмотрим теперь случай, когда ПИВ перемещается не горизонтально, а вертикально. При этом слагаемое N_d в формуле (3.2.1) задаётся уже не выражением (3.2.3) а формулой (3.2.9):

$$N_d = N_0 \exp \left[- \left(\frac{z_d - z + V_z t}{z_{md}} \right)^2 - \left(\frac{x_d - x}{x_{md}} \right)^2 \right], \quad (3.2.9)$$

в которой вертикальная скорость $V_z = 50$ м/с направлена вверх, а $x_d = 125$ км.

Рассмотрим результаты моделирования. На рис. 3.2.8 показано доплеровское смещение частоты для необыкновенной волны (зелёная линия) и в изотропном случае (красная линия). Начальная частота – 6 МГц.

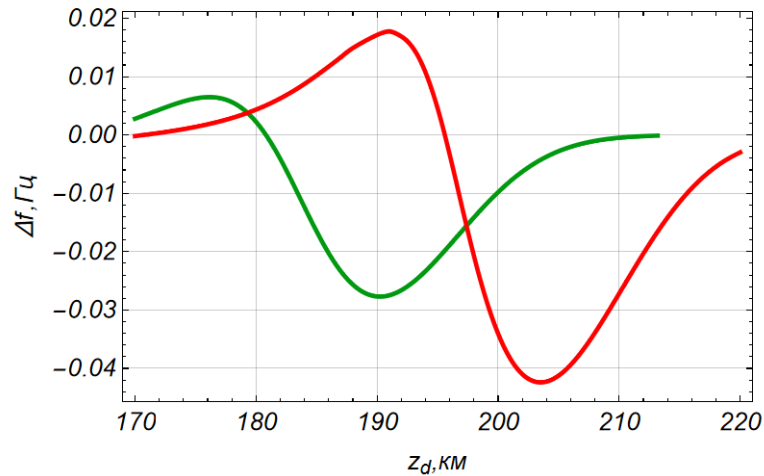


Рис. 3.2.8. Доплеровское смещение частоты Δf в зависимости от положения центра ПИВ по вертикали

Видно, что доплеровский сдвиг не велик и составляет сотые герца. Качественное поведение кривых одинаковое. При подъеме ПИВ наблюдаются сначала рост и положительные значения, затем максимум, спадание с переходом в отрицательную область, минимум, а затем опять рост в отрицательной области с выходом на ноль. Относительно друг друга кривые сдвинуты.

На рис. 3.2.9 приведены зависимости задержки t от положения центра ПИВ при его перемещении вверх.

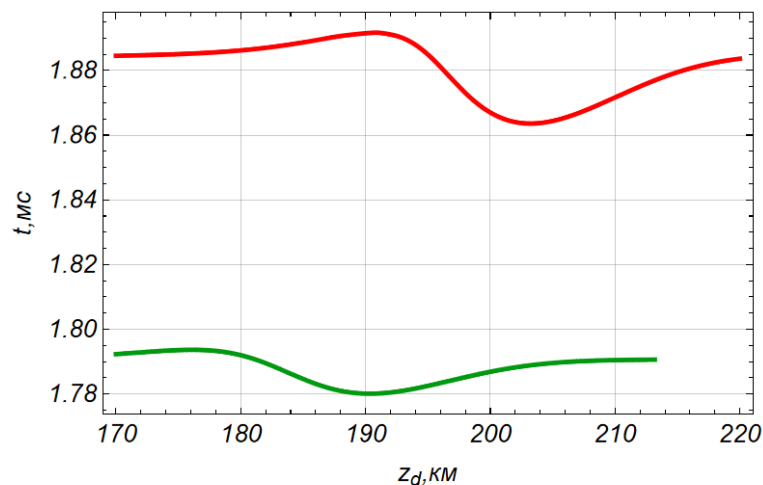


Рис. 3.2.9. Зависимости группового времени t от положения центра ПИВ по вертикали

Видим, что зависимости на рис. 3.2.9 качественно совпадают с зависимостями, приведенными на рис. 3.2.8. Однако в целом задержка для необыкновенной волны (зелёная кривая) существенно меньше задержки в изотропном приближении (красная кривая), то есть без учета влияния магнитного поля.

На рис. 3.2.10 показаны зависимости угла выхода лучей α от положения центра ПИВ при его перемещении вдоль вертикали.

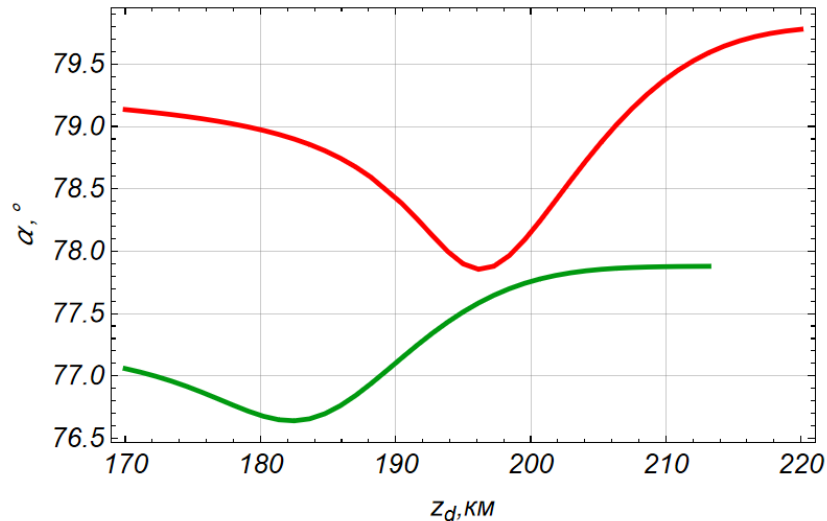


Рис. 3.2.10. Зависимости угла выхода лучей α от положения центра ПИВ по вертикали

Сначала угол выхода луча становится меньше, достигает минимума, а затем значение угла растёт. Максимальный перепад углов не превышает 2° .

Теперь отдельно рассмотрим те же зависимости для обыкновенной волны. На рис. 3.2.11 показано изменение доплеровского сдвига частоты при Δf подъёме ПИВ. В целом за исключением одной области (в окрестности значения $z_d \sim 190$ км) Δf не велико. Максимальное значение по модулю при $z_d = 200$ км – это 0.15 Гц. Вблизи же $z_d = 190$ км доплеровский сдвиг резко возрастает. Это область трёхлучевости, в которой возникает особенность типа A_3 [48,121]. Она занимает расстояние порядка 2 км по оси z , и ПИВ проходит её со скоростью 50 м/с за 40 с. То есть этот всплеск вполне наблюдаем. Для изотропного приближения имеет место аналогичный выброс. На рис. 3.2.8–3.2.10 он не показан.

Кривая, описывающая зависимость группового времени от положения центра ПИВ (рис. 3.2.12), полностью аналогична кривой для доплеровского сдвига (рис. 3.2.11), и поэтому их следует обсуждать вместе.

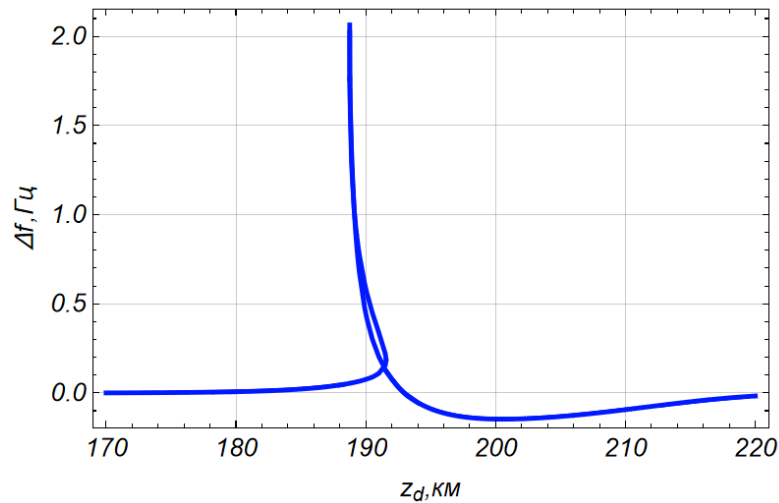


Рис. 3.2.11. Доплеровское смещение частоты Δf в зависимости от положения центра ПИВ (о-волна)

Следует отметить, что справа область трёхлучевости ограничивается каустикой (точка, где касательная к кривой вертикальна, $z_d \approx 191.5$ км). Слева область трёхлучевости ограничивается вертикальной асимптотой $z_d \approx 189$ км).

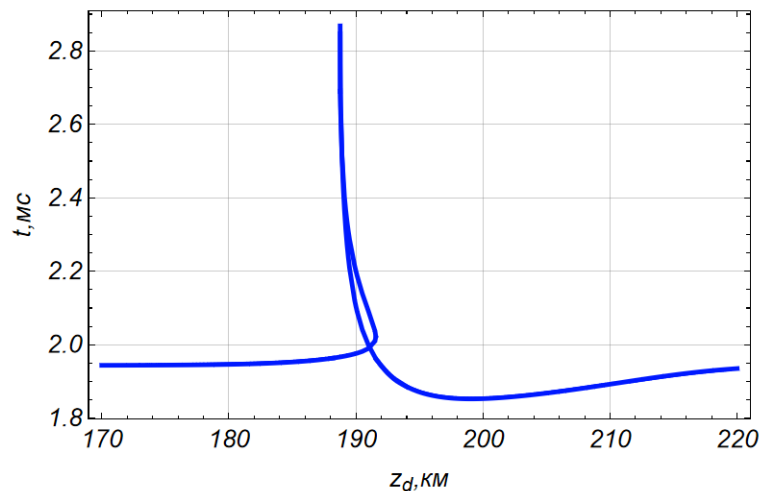


Рис. 3.2.12. Зависимости группового времени t от положения центра ПИВ (о-волна)

На рис. 3.2.13 приведена зависимость угла выхода лучей α от положения центра ПИВ. Разумеется, как и на рис. 3.2.11 и 3.2.12, при тех же значениях положения центра ПИВ возникает область трёхлучевости. Необходимо отметить,

что левую границу этой области образуют лучи, расходимость которых очень велика, то есть амплитуда таких лучей стремится к нулю и они наблюдаться не будут.

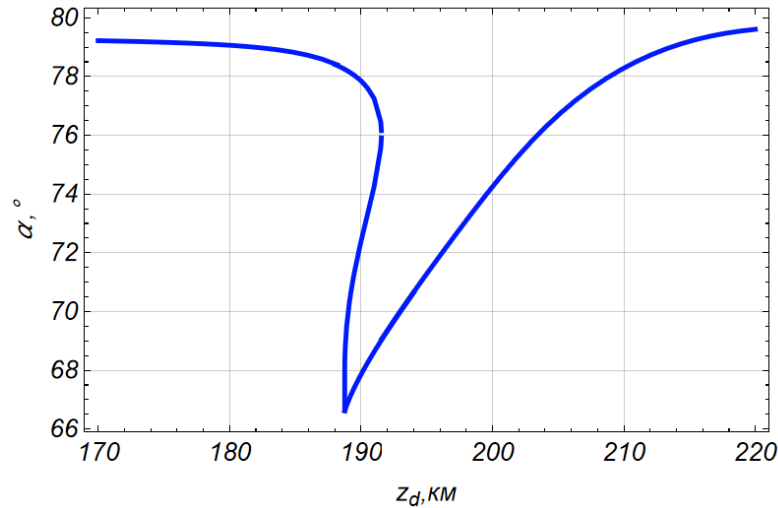


Рис. 3.2.13. Зависимости угла выхода лучей α от положения центра ПИВ (о-волна)

На рис. 3.2.14 показана лучевая структура при $z_d = 191.55$ км. Видно, что огибающая семейства лучей – каустика проходит вблизи приёмника ($x=100$ км). Её формируют голубые лучи. Фиолетовые лучи дополнительно модулируют каустическую структуру.

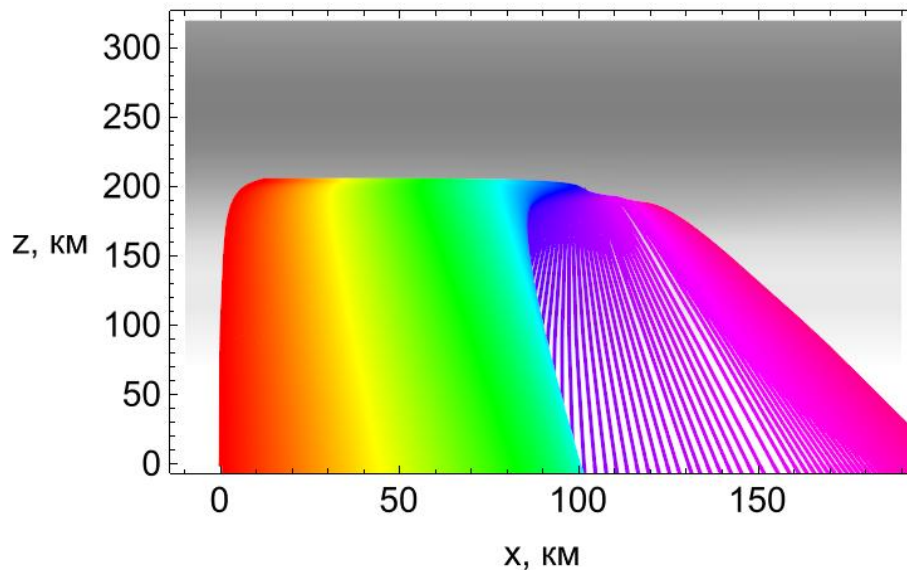


Рис. 3.2.14. Лучевая структура в окрестности каустики (о-волна)

§ 3.3. Моделирование лучевой и каустической структуры радиоволн, образованных перемещающимися ионосферными возмущениями

В настоящем разделе рассмотрена многолучевая область, возникающая на поверхности земли при отражении радиоволн от ПИВ, а также каустическая структура лучей [53,70,113].

3.3.1. Постановка задачи: модель ионосферы и перемещающегося ионосферного возмущения и бихарактеристическая система

Модель электронной концентрации в этом разделе такая же, как и в разделе 3.2 и описывается формулами (3.2.1)–(3.2.3). На рис. 3.3.1 графически показан вид электронной концентрации ионосферы.

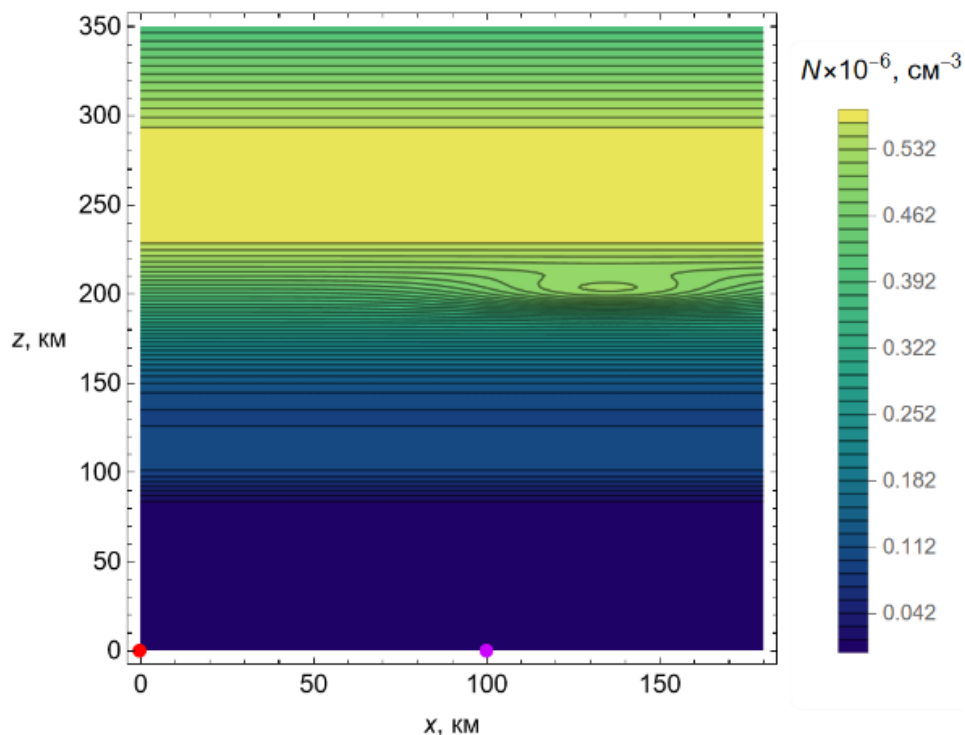


Рис. 3.3.1. Линии равных уровней электронной концентрации в плоскости (x,z) ; $x_d = 135$ км

Как и на рис. 3.2.1, красной точкой показано положение передатчика, а фиолетовой точкой – приёмника. Расстояние между ними 100 км. В отличие от рис. 3.2.1, положение центра ПИВ находится не на расстоянии $x_d = 50$ км, а на расстоянии $x_d = 135$ км от передатчика.

Модель состоит из трёх ионосферных слоёв. Слой F2, расположенный на высоте 263 км, имеет эффективную полуширину на рис. 3.3.1 он показан жёлтым цветом. Ниже расположен слой F1 на высоте 196 км, слой E расположен на высоте 108 км и показан как голубая зона.

В данном разделе предполагается, что ПИВ распространяется горизонтально в направлении от источника излучения к приёмному устройству (в отличие от раздела 3.2) со скоростью 200 м/с. Высота центра ПИВ 200 км. На рис.3.3.1 центр ПИВ находится на расстоянии 135 км от источника по горизонтали, то есть уже за приёмником.

На рис. 3.3.2 показана зависимость десятичного логарифма частоты соударений электронов от высоты.

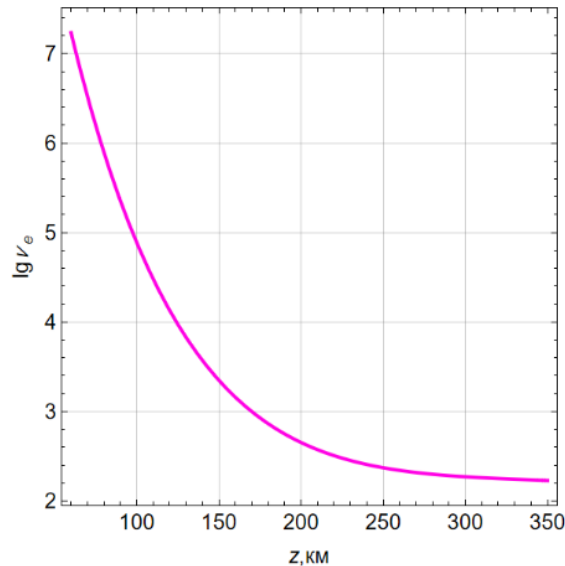


Рис. 3.3.2. Зависимость частоты соударений электронов от высоты; $x_d = 135$ км

Частота соударения электронов ν_e определяет поглощение радиоволн в ионосферной плазме. В работе для расчета частоты соударений использована формула:

$$\lg \nu_e \approx -2.14 + 16.43e^{-z/85} + 0.0235 \times 10^{-2} z - 4.09 \times 10^{-5} z^2 + 2.05 \times 10^{-8} z^3, \quad (3.3.1)$$

в которой высота z задаётся в километрах.

Для расчёта лучевых траекторий использована бихарактеристическая система уравнений Гамильтона-Лукина [25], полученная из (2.3.4):

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega},$$

$$\frac{d\omega}{dt} = - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial t} / \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega}, \quad (3.3.2)$$

в которой ε – эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения (см. (3.2.6)) [12].

Система (3.3.2) содержит 7 обыкновенных дифференциальных уравнений. Последнее уравнение определяет изменение частоты вдоль траектории в случае нестационарности среды распространения. Метод бихарактеристик активно применялся при изучении распространения частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля [6], а в работах [51,54,56] был использован для математического моделирования распространения пространственно-временных радиосигналов в стационарной и нестационарной плазме. В данном случае нестационарность связана с движением ПИВ. Рассмотрен случай, когда вектор напряженности магнитного поля лежит в плоскости выхода луча (x, z) .

На рис. 3.3.3 показана лучевая структура в плоскости (x, z) , содержащая 301 луч.

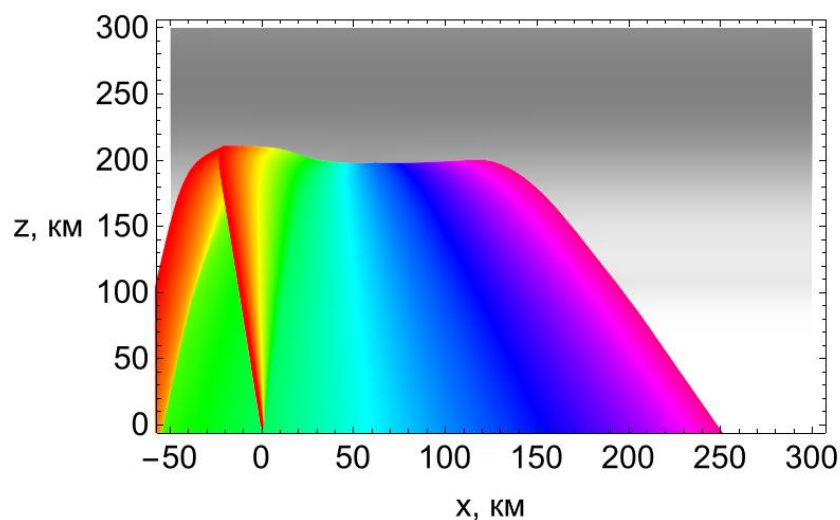


Рис. 3.3.3. Лучевые траектории, положение центра ПИВ $x_d = 55$ км

Цвет траектории соответствует углу выхода луча. Серым цветом на рис. 3.3.3 показано распределение электронной концентрации. Центр ПИВ в данном случае расположен близко к середине траектории между передатчиком и приёмником. Видно, как под влиянием ПИВ прогибается верхняя каустика (огибающая семейства лучей).

На рис. 3.3.4 представлен доплеровский сдвиг вдоль лучей. Начальная частота излучения $f_0=6,2$ МГц.

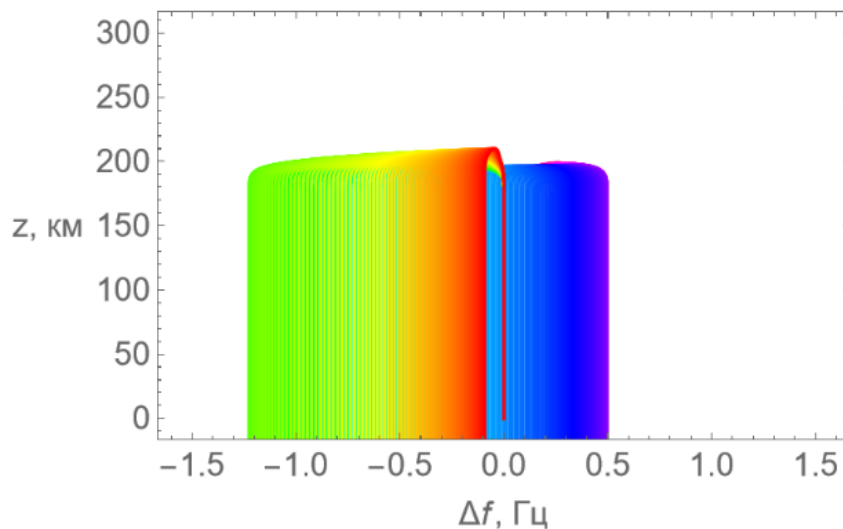


Рис. 3.3.4. Доплеровский сдвиг вдоль лучей; положение центра ПИВ $x_d = 55$ км

Анализ рис. 3.3.4 показывает, что основной доплеровский сдвиг происходит в верхней части траектории.

3.3.2. Результаты математического моделирования характеристик распространения радиоволн в многолучевой области

На рис. 3.3.5 представлено изменение частоты излучения Δf вдоль поверхности Земли, обусловленное движением ПИВ (доплеровский сдвиг частоты).

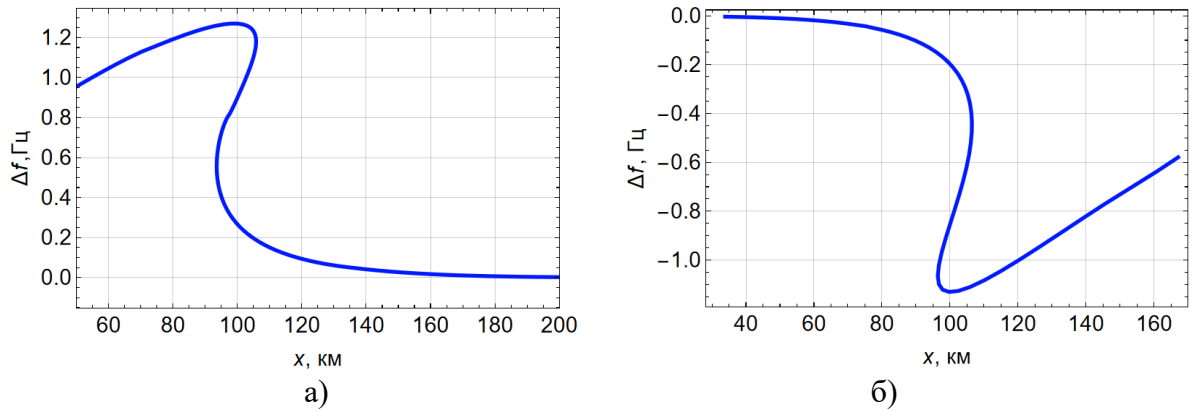


Рис. 3.3.5. Зависимость доплеровского сдвига частоты Δf от расстояния x , а) – $x_d = -20$ км; б) – $x_d = 135$ км

Выбрано два положения центра ПИВ (до источника (а) и после приёмника (б)), при которых возникает многолучёвость в точке приёма (100 км). Это так называемые S-образные кривые. Видно, что когда центр ПИВ левее источника излучения, доплеровский сдвиг положительный, а когда правее приёмника – отрицательный и может по модулю превышать 1 Гц. Точки графиков, которые имеют вертикальные касательные, соответствуют каустикам. Поэтому очевидно, что в обоих случаях имеет место каустическое остриё – катастрофа A_3 [34,48].

На рис. 3.3.6 показаны зависимости группового времени прихода сигнала из источника в приёмник для двух положений центров ПИВ: (а) – до источника и (б) – после приёмника.

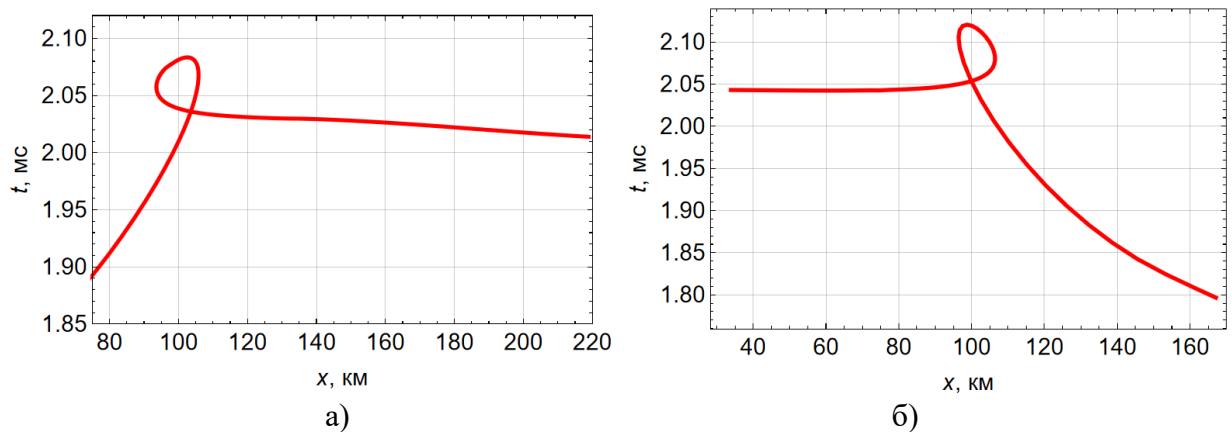


Рис. 3.3.6. Зависимость группового времени t от расстояния x , а) – $x_d = -20$ км; б) – $x_d = 135$ км

На этих рисунках S-образные кривые не образуются, но образуются петли времени: в приёмник приходят три луча каждый со своим временем запаздывания. По-прежнему точки графиков, которые имеют вертикальные касательные,

соответствуют каустикам. При изменении положения центра ПИВ петля времени движется вдоль поверхности Земли.

На рис. 3.3.7 показаны зависимости угла выхода луча из источника в приёмник также в двух случаях: (а) – положение центра ПИВ до источника и (б) – положение центра ПИВ после приёмника. На этих рисунках, как и на рис. 3.3.5, также образуются S-образные кривые.

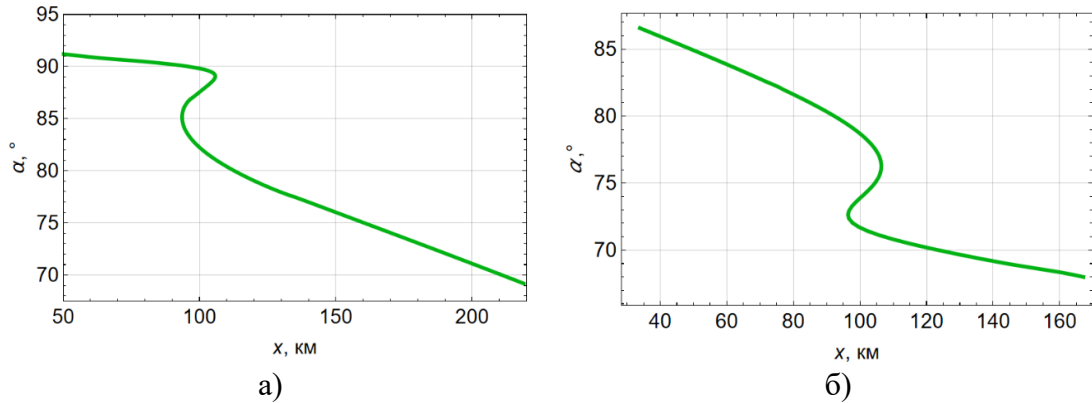


Рис. 3.3.7. Зависимость угла выхода луча α от расстояния x , а) – $x_d = -20$ км; б) – $x_d = 135$ км

Таким образом видно, что в приёмник приходят три луча, вышедших из источника излучения под разными углами.

Лучевая структура в окрестности каустики показана на рис. 3.3.8. Количество лучей (61), участвовавших в формировании структуры показанной на рис. 3.3.8 а, почти в 5 раз меньше, чем на рис. 3.3.3 и 3.3.4. Поэтому видно, как лучевой поток перекручивается в конфигурационном пространстве.

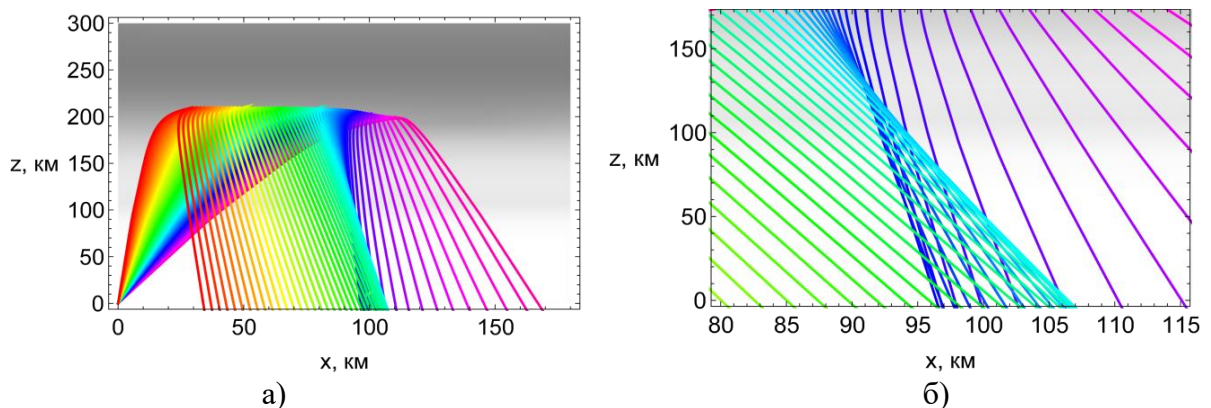


Рис. 3.3.8. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – окрестность каустического острия; положение центра ПИВ $x_d = 135$ км

Рис. 3.3.8 б – это фрагмент рис. 3.3.8 а, на котором показана окрестность каустического острия. Голубым цветом показана верхняя каустика, а синим –

нижняя, причем область многолучевости занимает достаточно большой объём в пространстве – по высоте от 0 до 120 км.

Если уменьшить частоту, центр каустического острья опускается на поверхность Земли, как это показано на рис. 3.3.9 а и б. При этом S-образные участки кривых, описывающих зависимости доплеровского сдвига частоты и угла выхода лучей, переходят в вертикальные линии (рис. 3.3.10), а петля времени вырождается в точку возврата – каустическое острье (рис.3.3.11).

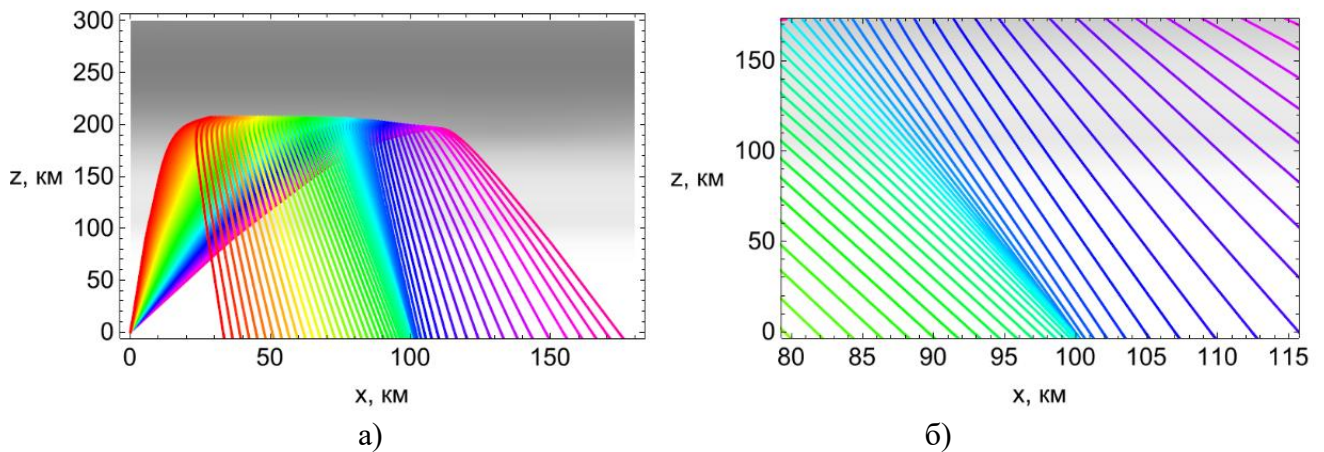


Рис. 3.3.9. Характеристики распространения: а) – лучевые траектории, б) – окрестность каустического острья; положение центра ПИВ $x_d = 133$ км

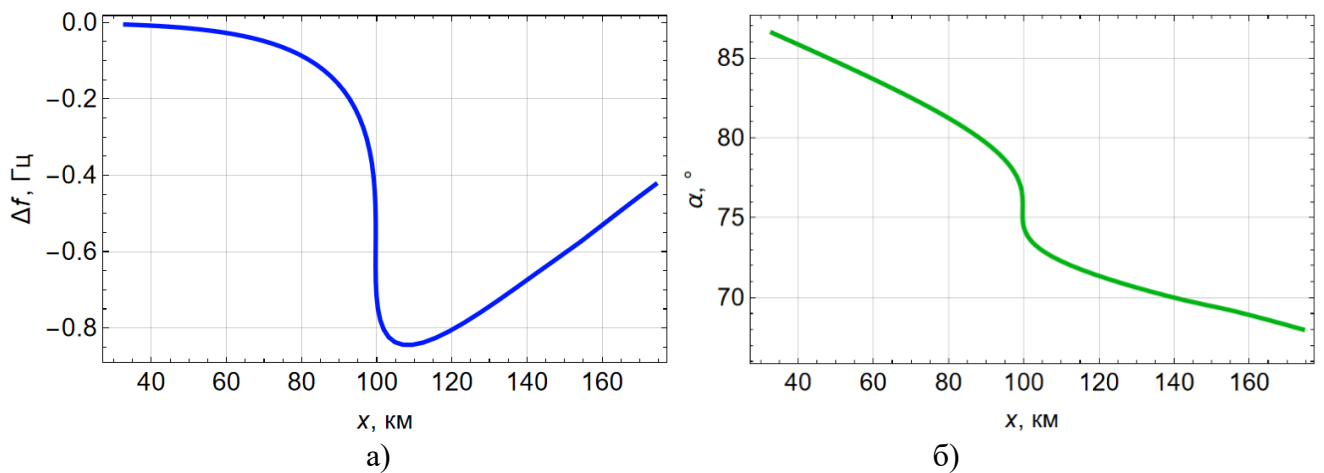


Рис. 3.3.10. Зависимость от расстояния x : а) – доплеровского смещения частоты, б) – угла выхода луча α ; $x_d = 133$ км

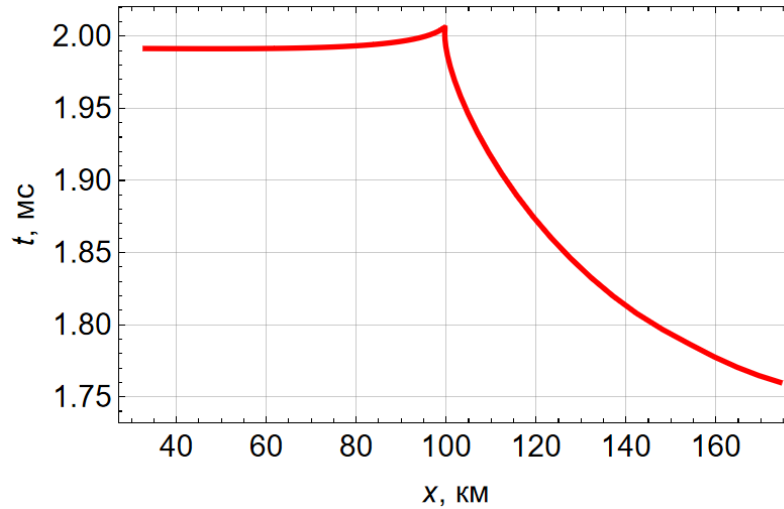


Рис. 3.3.11. Зависимость группового времени t от расстояния x ; $x_d = 133$ км

3.3.3. Структура поля в области многолучевости

В трёхлучевой области, соответствующей окрестности каустического острия (катастрофа A_3), волновое поле выражается через функцию Пирси и её производные [34,48,118]:

$$u \cong \exp(i\theta - i\pi/4) \left(l_0 \Gamma^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2) + l_1 \frac{\partial \Gamma^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} + l_2 \frac{\partial \Gamma^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} \right), \quad (3.3.3)$$

где

$$\Gamma^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[i \left(\xi^4 + \lambda_2 \xi^2 + \lambda_1 \xi \right) \right] d\xi \quad (3.3.4)$$

– функция Пирси, λ_1 и λ_2 – её аргументы, l_0, l_1, l_2 – коэффициенты асимптотического разложения, а θ – фаза бегущей волны. Также в этой области поле можно представить как сумму трёх лучей:

$$u \cong A_1 \exp(i\Phi_1) + A_2 \exp(i\Phi_2 - i\pi/2) + A_3 \exp(i\Phi_3), \quad (3.3.5)$$

где A_1, A_2 и A_3 – это амплитуды лучей, а Φ_1, Φ_2 и Φ_3 – фазы. Второго луча (в отличие от первого и третьего) уже коснулся каустики и поэтому претерпел фазовый сдвиг $-\pi/2$. Равномерная асимптотика (3.3.4) отличается от лучевой (неравномерной) асимптотики (3.3.5) тем, что последняя справедлива только внутри трёхлучевой области, не работает на каустиках и в точке острия, а также за пределами каустик. Однако элементы асимптотики (3.3.5) можно использовать для определения

аргументов функции Пирси λ_1 и λ_2 , фазы бегущей волны θ и коэффициентов l_0, l_1, l_2 на основе метода асимптотического сшивания.

Для определения аргументов функции Пирси λ_1 и λ_2 , фазы бегущей волны θ справедлива система уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_1 = \xi_1^4 + \lambda_2 \xi_1^2 + \lambda_1 \xi_1 + \theta \\ \Phi_2 = \xi_2^4 + \lambda_2 \xi_2^2 + \lambda_1 \xi_2 + \theta \\ \Phi_3 = \xi_3^4 + \lambda_2 \xi_3^2 + \lambda_1 \xi_3 + \theta \\ 4\xi_1^3 + 2\lambda_2 \xi_1 + \lambda_1 = 0 \\ 4\xi_2^3 + 2\lambda_2 \xi_2 + \lambda_1 = 0 \\ 4\xi_3^3 + 2\lambda_2 \xi_3 + \lambda_1 = 0 \end{array} \right. , \quad (3.3.6)$$

в которой ξ_1, ξ_2 и ξ_3 – значения стационарных точек фазовой функции (универсальной деформации [34,49]) в собственной системе координат. Шесть неизвестных, входящих в алгебраическую систему (3.3.6), определяются фазами трёх лучей Φ_1, Φ_2 и Φ_3 , пересекающихся в одной точке, которые находятся интегрированием вдоль лучевых траекторий на основе решения бихарактеристической системы (3.3.2):

$$\Phi_j = \int_0^{t_{cj}} (k_x x'_t + k_y y'_t + k_z z'_t) dt . \quad (3.3.7)$$

Результат вычисления фаз вдоль поверхности Земли между каустиками (см. рис. 3.3.8 б) показан на рис. 3.3.12.

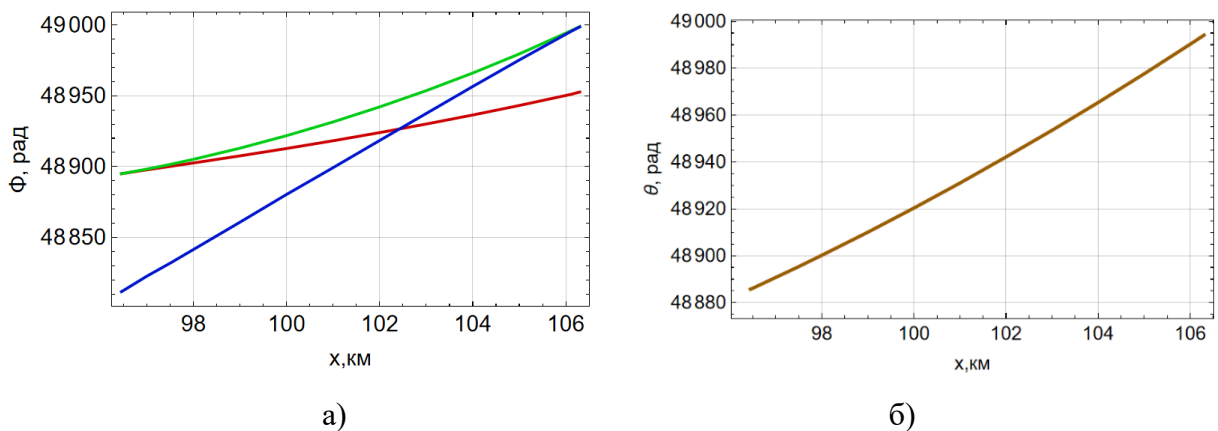


Рис. 3.3.12. Зависимости от расстояния вдоль поверхности Земли: а) – фаз трёх лучевых потоков, б) – фазы бегущей волны

На рис. 3.3.12 а красная линия – это фаза Φ_1 , зелёная – Φ_2 , а синяя – Φ_3 . Точки, в которых зелёная линия сливается с красной и синей – это точки каустик. В совокупности все три линии образуют сечение особенности (катастрофы) A_4 , известной как «ласточкин хвост» [35,49], что полностью соответствует теории катастроф [2], согласно которой особенность фазы на 1 превосходит лучевую особенность. Решая систему (3.3.6), находим параметры:

$$\lambda_2 \approx -35.08 + 0.254 x, \quad \lambda_1 \approx -316.51 + 3.090 x \quad (3.3.8)$$

и фазу бегущей волны (рис. 3.3.12 б).

Для определения коэффициентов l_0, l_1, l_2 асимптотического разложения в первом приближении справедлива система [26]:

$$\begin{cases} A_1 = a_{11}l_0 + a_{12}l_1 + a_{13}l_2 \\ A_2 = a_{21}l_0 + a_{22}l_1 + a_{23}l_2 \\ A_3 = a_{31}l_0 + a_{32}l_1 + a_{33}l_2 \end{cases} \quad (3.3.9)$$

в которой

$$a_{j1} = d_j, \quad a_{j2} = i \xi_j d_j, \quad a_{j3} = i \xi_j^2 d_j, \quad (3.3.10)$$

где

$$d_j = \sqrt{\frac{\pi}{|6\xi_j + \lambda_2|}}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (3.3.11)$$

Корни ξ_1, ξ_2 и ξ_3 находятся из решения системы (3.3.6). Их ветви показаны на рис. 3.3.13.

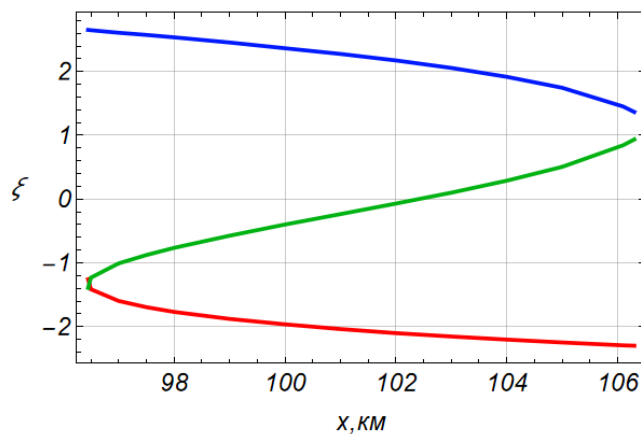


Рис. 3.3.13. Зависимости параметров ξ_1, ξ_2 и ξ_3 от расстояния вдоль поверхности Земли

На рис. 3.3.13. красная линия – это зависимость ξ_1 , зелёная – ξ_2 , а синяя – ξ_3 .

Для решения системы (3.3.9) необходимо знание амплитуд всех трёх лучей A_1, A_2 и A_3 в фиксированной точке. Амплитуды находятся по формуле:

$$A_j = A_0 \sqrt{\frac{|J_0|}{|J|}}, \quad (3.3.12)$$

где J – якобиан расходимости в исследуемой точке, J_0 – якобиан расходимости на расстоянии r_0 от излучателя, а A_0 :

$$A_0 = \frac{\sqrt{30W}}{r_0} \quad (3.3.13)$$

– амплитуда изотропного излучателя [74] в В/м. В (3.3.13) W – это мощность передатчика в ваттах. В наших расчетах предполагалось, что $r_0=1$ м (выбор этой величины формален, можно было взять, например, 1 км), а $W=1$ кВт. Для расчета якобиана расходимости J справедлива формула [6,36]:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial \beta} & T_1 \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial \beta} & T_2 \\ \frac{\partial z}{\partial \alpha} & \frac{\partial z}{\partial \beta} & T_3 \end{vmatrix}, \quad \vec{T} = \left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1}, \quad (3.3.14)$$

в которой α и β – это углы выхода луча. Для определения производных координат по этим углам справедлива расширенная бихарактеристическая система Лукина [37,64], дополняющая формулы (3.3.2):

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}_\alpha}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), & \frac{d\vec{k}_\alpha}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), \\ \frac{d\vec{r}_\beta}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(2c^2 \vec{k} - \frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{k}} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right), & \frac{d\vec{k}_\beta}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right) \left(\frac{\partial \omega^2 \varepsilon}{\partial \omega} \right)^{-1} \right). \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

На рис. 3.3.14 показаны расходимости для каждого луча и амплитуды A_j , вычисленные по приведенным выше формулам. Расходимости R_{sj} определялись как:

$$R_{sj} = -20 \lg \sqrt{\frac{|J_0|}{|J|}}. \quad (3.3.16)$$

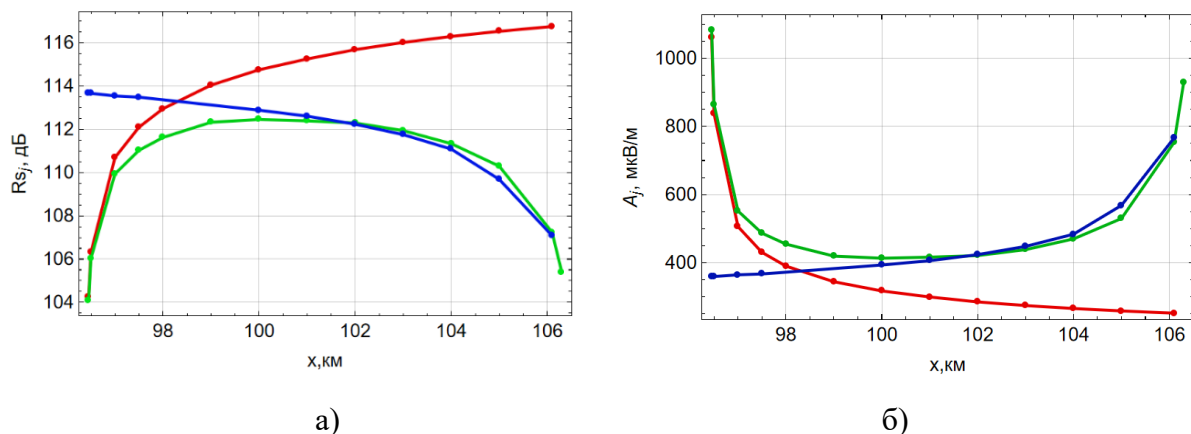


Рис. 3.3.14. Зависимости от расстояния вдоль поверхности земли: а – расходимости, б – амплитуд лучей

Из рис. 3.3.14 б видно, что лучевая амплитуда неограниченно возрастает, когда лучи сливаются, приближаясь к каустике: лучи «1» (красный) и «2» (зелёный) в левой части рисунка и лучи «2» (зелёный) и «3» (синий) в правой части рисунка. Расходимости при приближении к каустикам соответственно убывают (рис. 3.3.14 а).

Хотя амплитуды лучей возрастают в окрестности каустик, коэффициенты l_0, l_1, l_2 не имеют особенностей. Из решения системы (3.3.9) их можно оценить как: $l_0 \approx 695.177$, $l_1 \approx -96.896i$, $l_2 \approx -30.267i$. На рис. 3.3.15 зелёным цветом приведена амплитуда поля, рассчитанная по формуле (3.3.3). Синим цветом показано приближение, не учитывающее производных функции Пирси. Видно, что отличия достаточно значительные (см. также [31]). В трёхлучевой области имеют место значительные осцилляции амплитуды поля, причем, если рассчитать среднее значение амплитуды в этой области (а оно оказывается приблизительно 555.225 мкВ/м), то оно оказывается существенно выше амплитуды поля в однолучевой области (см. рис. 3.3.15).

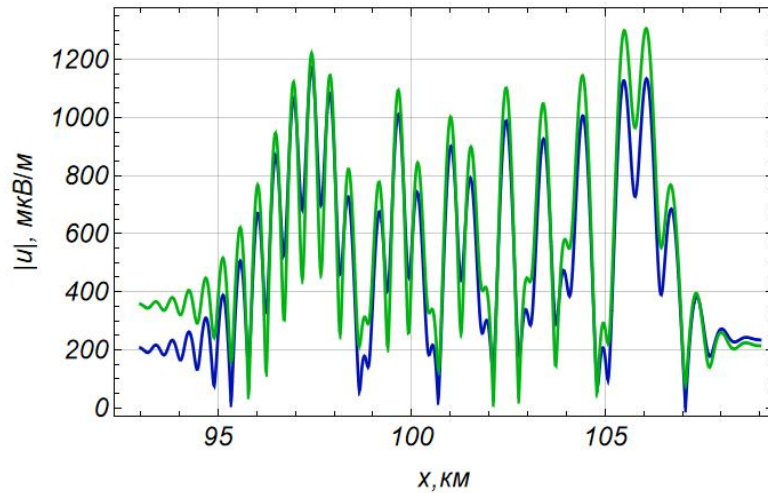


Рис. 3.3.15. Зависимость модуля амплитуды поля без учета поглощения от расстояния, равномерная асимптотика

На рис. 3.3.16 показана амплитуда поля с учетом поглощения, обусловленное частотой соударения электронов (см. (3.3.1)), которое приблизительно постоянно по исследуемому диапазону расстояний и составляет 2.255 Нп.

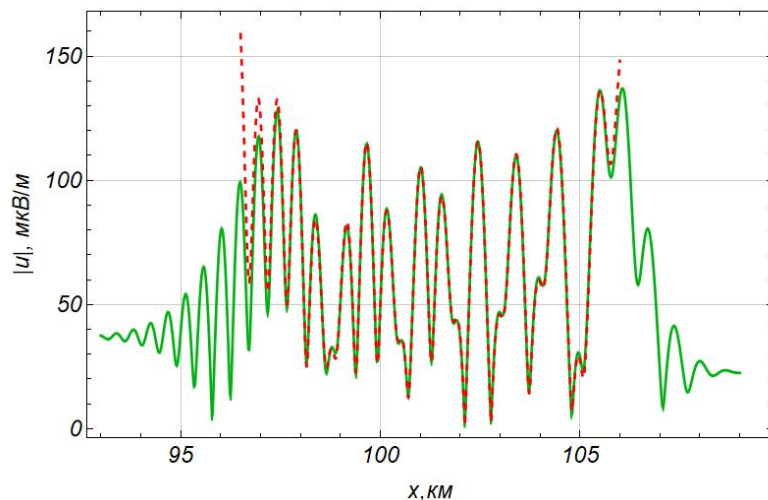


Рис. 3.3.16. Зависимость модуля амплитуды поля с учетом поглощения от расстояния, равномерная асимптотика (зеленая линия), ГО приближение – красный пунктир

На рис. 3.3.16 зеленой линией показана равномерная асимптотика амплитуды поля с учетом поглощения, а красной пунктирной линией геометрооптическое (ГО) приближение, которое на каустиках стремится к бесконечности. Среднее значение амплитуды поля в многолучевой области приблизительно равно 58.228 мкВ/м. (см. [70])

§ 3.4. Исследование особенностей каустической структуры электромагнитных волн, формируемых ПИВ, вдоль поверхности Земли

В настоящем разделе рассмотрены изменения лучевых характеристик при движении ПИВ вдоль поверхности Земли, а также при изменении частоты излучения [115].

3.4.1. Модель электронной концентрации и лучевые траектории

Модель электронной концентрации ионосферных слоёв и ПИВ показана на рис. 3.4.1.

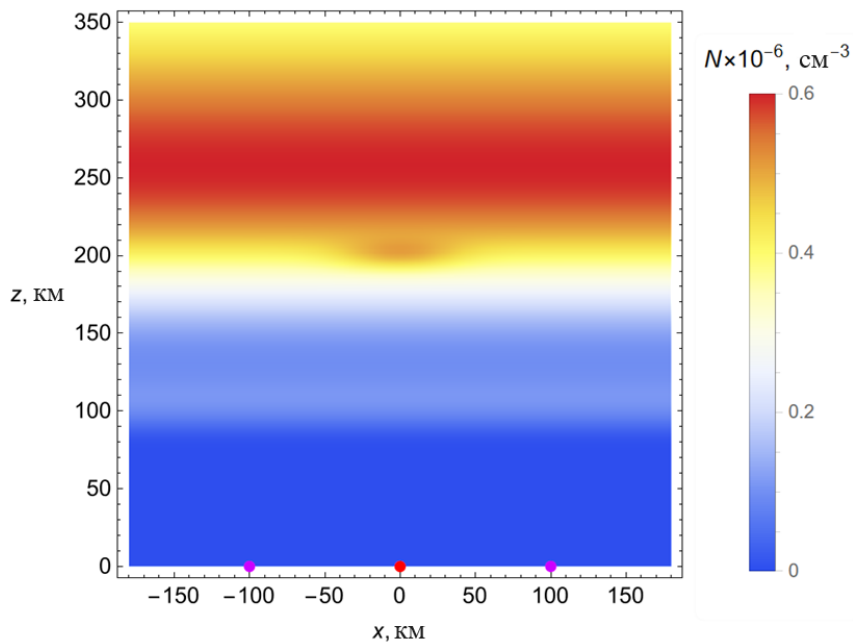


Рис. 3.4.1. Распределение электронной концентрации в плоскости (x,z)

Красной точкой на рисунке показано положение передатчика, а фиолетовыми точками – приёмников справа и слева от передатчика на расстоянии 100 км по горизонтали. Слой F2 на рис. 3.4.1 показан красным цветом. Ниже расположен слой F1 (на рисунке не виден). Слой E расположен еще ниже. Он показан как светло-голубая полоса в районе 108 км. На рис. 3.4.1 центр ПИВ находится над источником излучения. Это небольшое коричневое пятно на высоте примерно 200 км. При моделировании предполагалось, что вектор напряженности магнитного поля лежит в плоскости выхода луча (x,z) , угол $\beta=0$.

Предполагалось, что модель электронной концентрации ионосферы содержит три ионосферных слоя, ПИВ и описывается формулами (3.4.1)–(3.4.3):

$$N(\vec{r}, t) = N_1 + N_2 + N_3 + N_T, \quad (3.4.1)$$

В формуле (3.4.1) каждый ионосферный слой представлен как простой слой Чепмена

$$N_j = B_j \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp[\sigma_j] + \sigma_j) \right], \quad \sigma_j = \frac{1}{p_j} (h_j - z), \quad (3.4.2)$$

а электронная концентрация ПИВ представлена как:

$$N_T = B_T \exp \left[- \left(\frac{h_T - z}{p_T} \right)^2 - \left(\frac{g_T - x + v_T t}{q_T} \right)^2 \right]. \quad (3.4.3)$$

В выражениях (3.4.2)–(3.4.3) x – это горизонтальная координата, z – это вертикальная координата, а t – время.

В таблице 3.4.1 приведены значения параметров модели, при которых проводились расчёты.

Таблица 3.4.1.

Слой, ПИВ	$B_j, \text{см}^{-3}$	$h_j, \text{км}$	$p_j, \text{км}$	$g_T, \text{км}$	$q_T, \text{км}$	$v_T, \text{м/с}$
F2	$B_1=561828,0$	$h_1=263$	$p_1=55$	–	–	–
F1	$B_2=70254,3$	$h_2=196$	$p_2=40$	–	–	–
E	$B_3=104611,7$	$h_3=108$	$p_3=12,5$	–	–	–
ПИВ	$B_T=9.5 \times 10^4$	$h_T=200$	$p_T=10$	$g_T=40$	$q_T=50$	$v_T=200$

Как и предыдущих разделах лучевые траектории были рассчитаны методом бихарактеристик на основе системы уравнений Гамильтона-Лукина [25]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = - \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{k}} / \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{\partial \Gamma}{\partial \vec{r}} / \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{dt} = - \frac{\partial \Gamma}{\partial t} / \frac{\partial \Gamma}{\partial \omega} \quad (3.4.4)$$

с гамильтонианом

$$\Gamma = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega, t). \quad (3.4.5)$$

В формуле (3.4.5) $\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega, t)$ – эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения (3.2.6) [12]. Косинус угла ϕ между волновым вектором \vec{k} и вектором напряженности магнитного поля Земли \vec{H}_0 определяется как:

$$\cos \phi = \frac{(\vec{k}, \vec{H}_0)}{H_0 |\vec{k}|}. \quad (3.4.6)$$

Систему (3.4.4)–(3.4.5), содержащую семь обыкновенных дифференциальных уравнений, необходимо дополнить начальными условиями. В данной задаче они имеют вид:

$$\begin{aligned} \vec{r}(0) = 0, \quad k_x(0) = k_0 \cos \alpha \cos \beta, \quad k_x(0) = k_0 \cos \alpha \sin \beta, \\ k_z(0) = k_0 \sin \alpha, \quad \omega(0) = \omega_0 \end{aligned}, \quad (3.4.7)$$

причем $k_0 = \omega_0 / c$, а ω_0 – начальная круговая частота. Таким образом, когда среда распространения нестационарна, последнее уравнение в (3.4.4) определяет изменение частоты вдоль траектории. Поскольку источник излучения находится вне плазмы, то предполагается, что $\varepsilon(0)=1$.

На рис. 3.4.2 показана лучевая структура в плоскости (x, z) , при двух различных горизонтальных положениях центра ПИВ: рис. 3.4.2 а – $g_T=0$ км, рис. 3.4.2 б – $g_T=-60$ км. Начальная частота источника излучения $f_0=6,2$ МГц. При этой частоте все лучи отражаются от ионосферных слоёв и не просачиваются сквозь ионосферу. Рассмотрена обыкновенная волна.

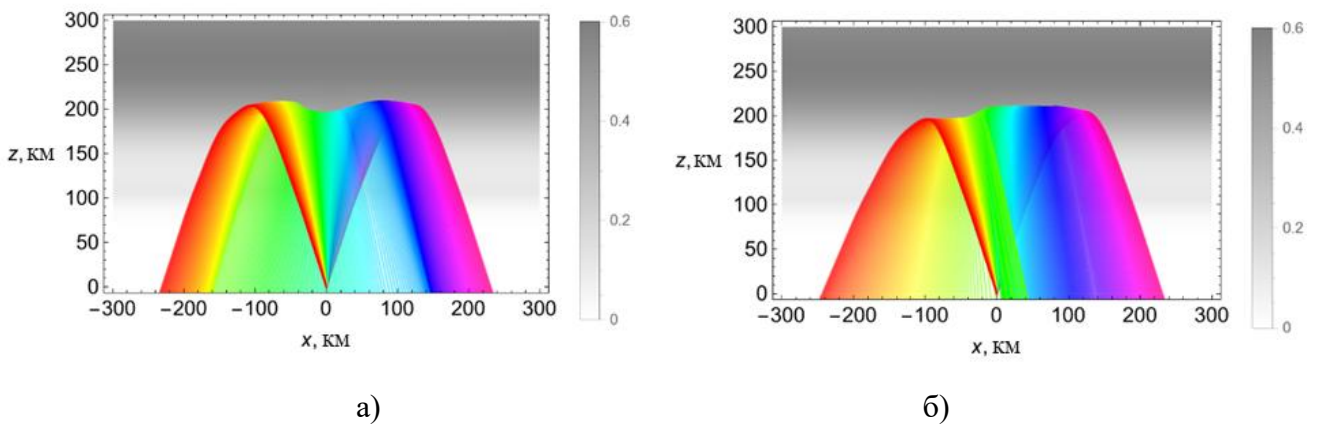


Рис. 3.4.2. Лучевые траектории: (а) – $g_T=0$ км, (б) – $g_T=-60$ км

Угол α , характеризующий начальный раствор конуса лучей, меняется от 68° до 112° . На каждом рисунке показан 301 луч, причем каждый цвет траектории соответствует определённому углу выхода луча. Цвет меняется в соответствии со спектром. Распределение концентрации электронов в выбранной плоскости показано серым цветом. Единица соответствует 10^6 см^{-3} . На рисунках видно, что верхняя огибающая семейства лучей (верхняя каустика) прогибается из-за влияния ПИВ.

На рис. 3.4.3 показано доплеровское смещение частоты вдоль лучей, вызванное движением ПИВ. Рис. 3.4.3 а соответствует $g_T=0$ км, а рис. 3.4.3 б – $g_T=-60$ км. Цвет линий на рис. 3.4.3 согласован с цветом траекторий на рис. 3.4.2. На рис. 3.4.3 а видно, что крайние (красные и фиолетовые) лучи имеют очень небольшой доплеровский сдвиг, поскольку они проходят вдали от ПИВ. Лучи, уходящие из источника влево, испытывают отрицательный доплеровский сдвиг, а уходящие вправо – положительный. Когда центр ПИВ смещается влево (рис. 3.4.2 б), доля лучей, испытывающих положительный доплеровский сдвиг, возрастает (рис. 3.4.3 б), причем смещение частоты увеличивается до 1.7 Гц. Анализ рис. 3.4.3 б показывает, что доплеровское смещение частоты в основном происходит в верхней части траектории.

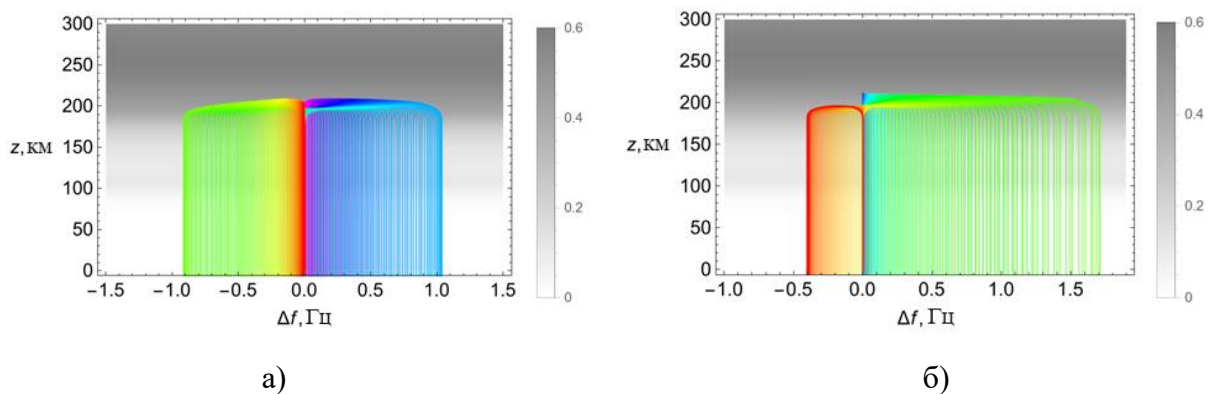


Рис. 3.4.3. Доплеровский сдвиг частоты вдоль лучей: (а) – $g_T=0$ км, (б) – $g_T=-60$ км

3.4.2. Численное моделирование лучевых характеристик вдоль поверхности Земли в зависимости от положения центра ПИВ

Рассмотрим различные характеристики распространения радиоволн вдоль поверхности Земли, рассчитанные на основе метода, изложенного в предыдущем разделе. На рис. 3.4.4 приведены графики доплеровского сдвига частоты Δf вдоль поверхности Земли, обусловленного ПИВ.

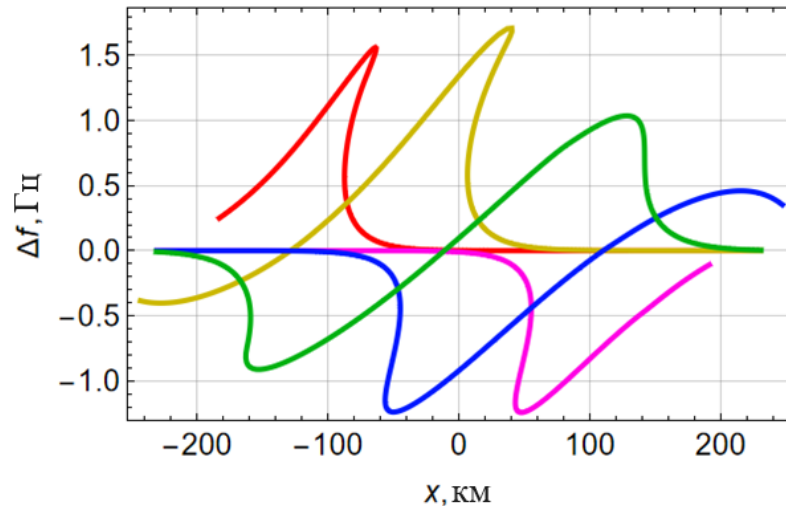


Рис. 3.4.4. Зависимость доплеровского смещения частоты Δf от расстояния x вдоль поверхности земли

Красным цветом показан доплеровский сдвиг, когда горизонтальная координата центра ПИВ равна -110 км ($g_T = -110$ км), жёлтым цветом — доплеровский сдвиг при $g_T = -60$ км, зелёный цвет соответствует положению центра ПИВ строго над источником излучения ($g_T = 0$ км), синим цветом показано доплеровское смещение частоты, когда $g_T = 60$ км и, наконец, фиолетовой линией показан доплеровский сдвиг при $g_T = 110$ км. На каждой кривой видны S-образные участки, интерпретируемые как области многолучевости: одному значению координаты x соответствует несколько (а именно 3) значений Δf . Для крайних положений центра ПИВ доплеровский сдвиг имеет определенный знак: если $g_T = -110$ км доплеровский сдвиг положительный, если $g_T = 110$ км — он отрицательный. Впрочем, знак зависит от направления движения ПИВ. Для остальных положений центра ПИВ, знак Δf меняется при движении вдоль кривой. Как видно из рисунка по модулю доплеровское смещение частоты может превышать 1.7 Гц. Хотя

зелёная линия соответствует $g_T=0$ км, то есть источник находится в центре симметрии задачи, сама линия несколько несимметрична. В частности, $\Delta f=0$ не над источником, а немного левее. Это объясняется наличием магнитного поля Земли. При расчетах предполагалось, что $H_0 = 0.465$ Э, угол наклона равен 57° , угол склонения – 0° . Таким образом, каждая кривая имеет область трёхлучевости, которая соответствует сечению особенности (волновой катастрофы) A_3 , известной как каустическое остриё (клюв) [34,48]. Вертикальные касательные к графикам функций (а их должно быть две) соответствуют каустикам. В правой части зелёной линии вместо второй S-образной кривой мы видим вертикальную точку перегиба. Это само каустическое остриё – центр особенности.

На рис. 3.4.5 приведены зависимости группового времени t от расстояния x вдоль поверхности Земли. Цвета линий на рисунке имеют тот же смысл, что и цвета линий на рис. 3.4.4. Вместо S-образных кривых области многолучевости на этом рисунке характеризуются петлями, получившим название – “петель времени”. Самая большая петля времени образовалась при положении центра ПИВ $g_T=-60$ км (жёлтая кривая), самая маленькая – при $g_T=0$ км (зелёная кривая, левая часть рисунка). В правой части зелёной кривой вместо петли времени сформировалась точка излома (точка возврата), соответствующая точке перегиба на рис. 3.4.4.

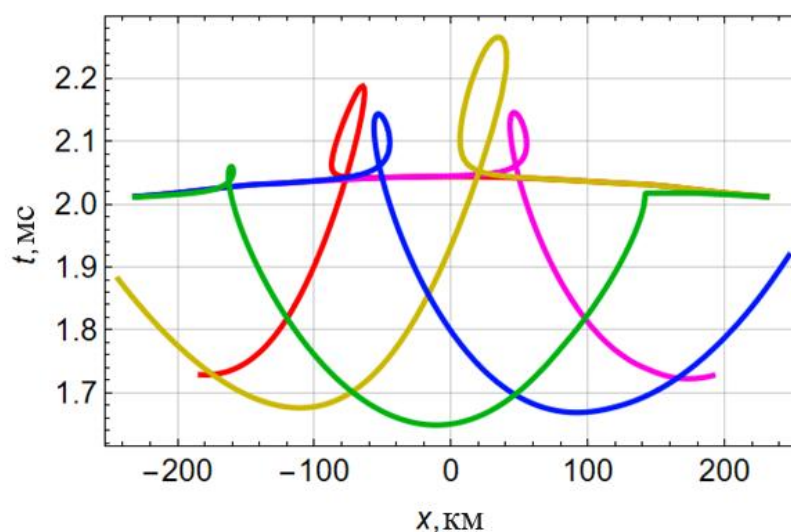


Рис. 3.4.5. Зависимости группового времени t от расстояния x вдоль поверхности Земли при разных положениях центров ПИВ

Если координата x приёмника находится под петлёй времени, в приёмник приходят три луча каждый со своим временем запаздывания. Вертикальные касательные к кривым справа и слева от петли времени соответствуют каустикам. Видно, что при небольших изменениях g_T , то есть при перемещении ПИВ, петля времени как бы движется вдоль поверхности Земли. Каждая кривая на рисунке имеет минимум группового времени. Для трёх центральных линий (жёлтой, зелёной и синей) значения минимумов очень близки, поскольку лучи отражаются от ПИВ.

На рис. 3.4.6 приведены кривые зависимостей угла выхода луча α из источника излучения вдоль поверхности Земли для пяти различных положений центров ПИВ: $g_T = -110$ км, красная линия; $g_T = -60$ км, жёлтая линия; $g_T = 0$ км, зелёная линия; $g_T = 60$ км, синяя линия и $g_T = 110$ км, фиолетовая линия.

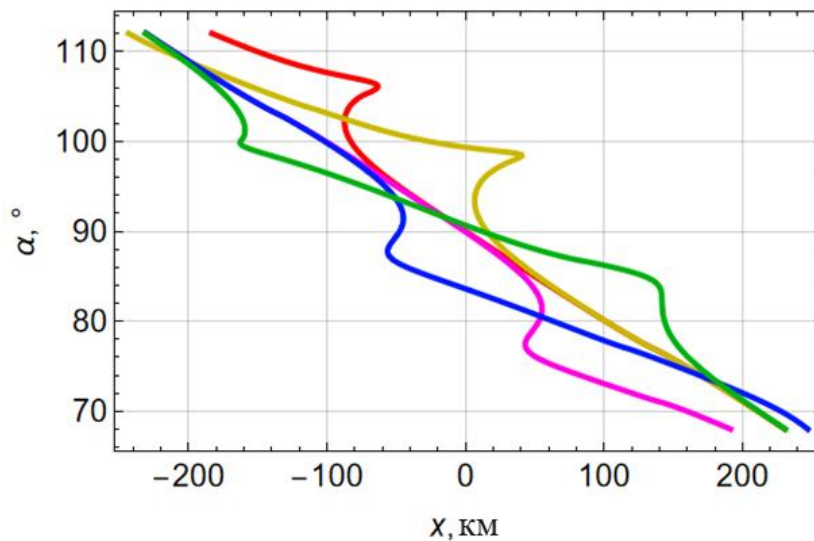


Рис. 3.4.6. Зависимость угла выхода луча α от расстояния x вдоль поверхности Земли при различных положениях центров ПИВ

Также, как и на рис. 3.4.4, описывающего зависимости доплеровского сдвига, на рис. 3.4.6 образуются S-образные кривые, свидетельствующие о том, что в точку наблюдения приходят три луча, вышедшие из источника под разными углами.

3.4.3. Численное моделирование лучевых характеристик вдоль поверхности Земли в окрестности каустического острья

Рассмотрим подробнее лучевую структуру и характеристики радиоволн в окрестности каустического острья. На рис. 3.4.7 показан 71 луч. Рабочая частота излучения $f_0=6.25$ МГц. Положение центра ПИВ – $g_T=34$ км. Красный луч соответствует $\alpha=102^\circ$, фиолетовый луч – $\alpha=89^\circ$. Между ними цвета меняются по спектральному закону. Общая лучевая структура показана на рис. 3.4.7 а. Фрагмент, содержащий каустическое острье, показан на рис. 3.4.7 б.

На рисунке видно, что лучевой поток перекручивается: при движении к Земле зелёные и синие лучи как бы меняются местами. На поверхности Земли область многолучевости занимает больше 10 км, а по высоте достигает 120 км.

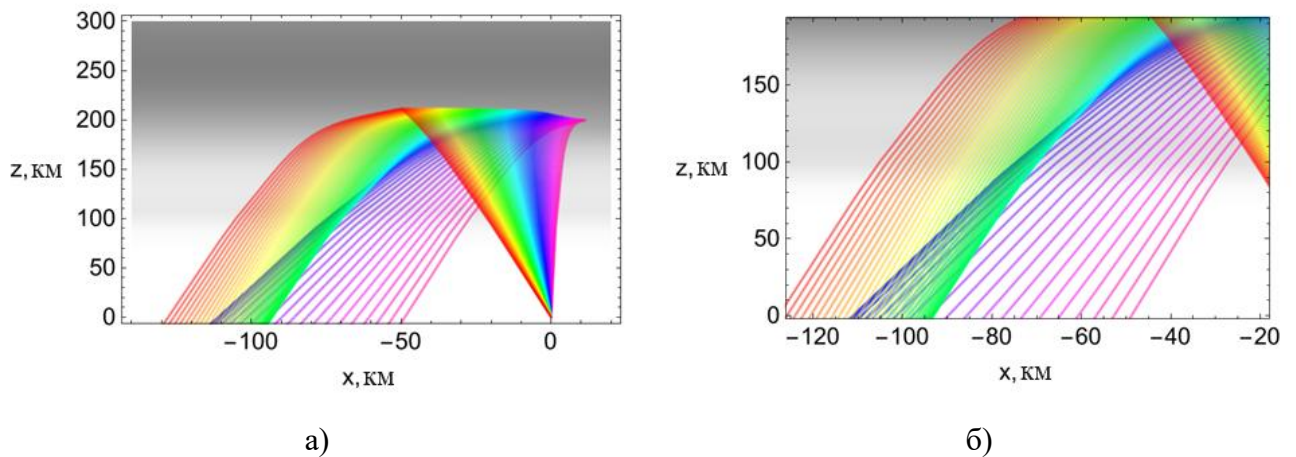


Рис. 3.4.7. Лучевые траектории в окрестности каустического острья: а) – полная структура, б) – фрагмент

Для расчета электромагнитного поля окрестности каустического острья (волновая катастрофа A_3) следует использовать функцию Пирси и её производные [34,48,118]:

$$I^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[i(\xi^4 + \lambda_2 \xi^2 + \lambda_1 \xi)\right] d\xi. \quad (3.4.8)$$

Равномерная асимптотика имеет вид:

$$u \cong \exp(i\theta - i\pi/4) \left(l_0 I^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2) + l_1 \frac{\partial I^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} + l_2 \frac{\partial I^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} \right). \quad (3.4.9)$$

Параметры λ_1 и λ_2 – аргументы функция Пирси, коэффициенты асимптотического разложения l_0, l_1, l_2 , и фаза бегущей волны θ являются функциями координат и могут быть определены либо из более общего интегрального представления [96,97], либо методом асимптотического сшивания с лучевым решением [49]:

$$u \cong A_1 \exp(i\Phi_1) + A_2 \exp(i\Phi_2 - i\pi/2) + A_3 \exp(i\Phi_3), \quad (3.4.10)$$

либо методом локальной асимптотики [26,35] (см. также предыдущий раздел 3.3, где приведен конкретный расчет).

Рассмотрим теперь параметры отраженных от ионосферы и приходящих на Землю радиоволн в области многолучевости, показанной на рис. 3.4.7 б. На рис. 3.4.8 приведены зависимости доплеровского смещения частоты вдоль поверхности Земли для трёх различных частот: $f_0=6.0$ МГц – красная линия; $f_0=6.11$ МГц – синяя линия; $f_0=6.25$ МГц – зелёная линия.

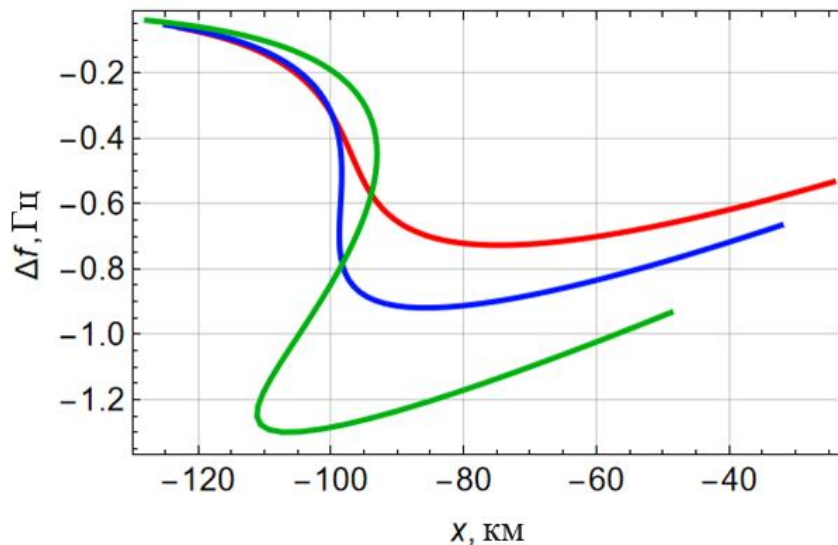


Рис. 3.4.8. Доплеровское смещение частоты вдоль поверхности Земли при разных начальных частотах

Видно, что при частоте 6.0 МГц зависимость Δf от x взаимно-однозначная и лучи каустик не образуют, хотя уже начинают фокусироваться. При частоте 6.11 МГц на графике возникает точка перегиба, соответствующая центру каустического острья, то есть самой особенности A_3 . Таким образом в этом случае центр каустического острья опускается на поверхность Земли. На частоте 6.25

МГц мы видим S-образную кривую, содержащую область трёхлучевости и положения двух каустик: точки, где кривая $x(\Delta f)$ имеет локальный максимум и минимум. Лучевая структура типа каустическое остриё как бы выплывает из-под земли с ростом частоты (см. рис. 3.4.7). Отметим, что в данном случае доплеровский сдвиг отрицательный.

Рассмотрим теперь зависимость группового времени прихода сигнала на поверхность Земли от расстояния x (рис. 3.4.9).

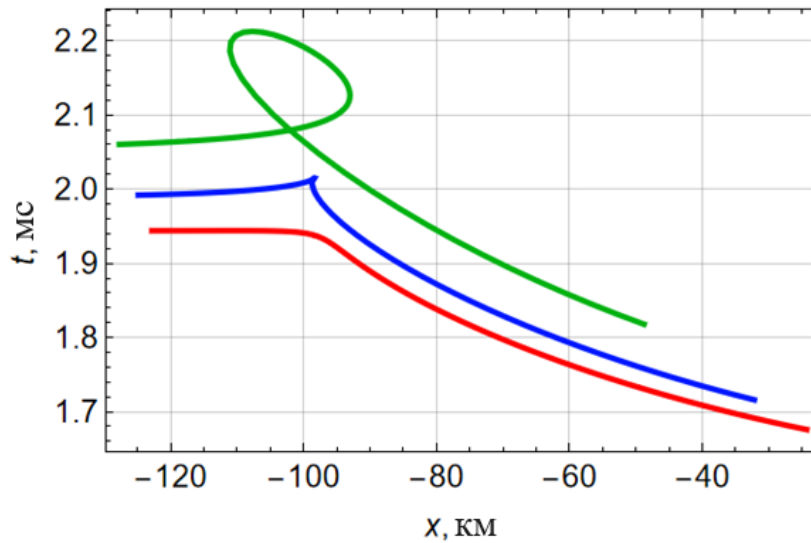


Рис. 3.4.9. Зависимость времени запаздывания t вдоль поверхности Земли при разных начальных частотах

При частоте 6.0 МГц (красная линия) кривая взаимно-однозначна, хотя область, в которой будет формироваться особенность, уже обозначена. С увеличением частоты (6.11 МГц, синяя линия) возникает точка возврата, которая в дальнейшем развивается в петлю времени (6.25 МГц, зелёная линия). Размер петли увеличивается с ростом частоты. Если провести вертикальные линии, касающиеся петли времени, то можно определить положения каустик, ограничивающих каустическое остриё.

На рис. 3.4.10 показаны зависимости угла выхода луча α вдоль поверхности Земли от координаты x при разных начальных частотах.

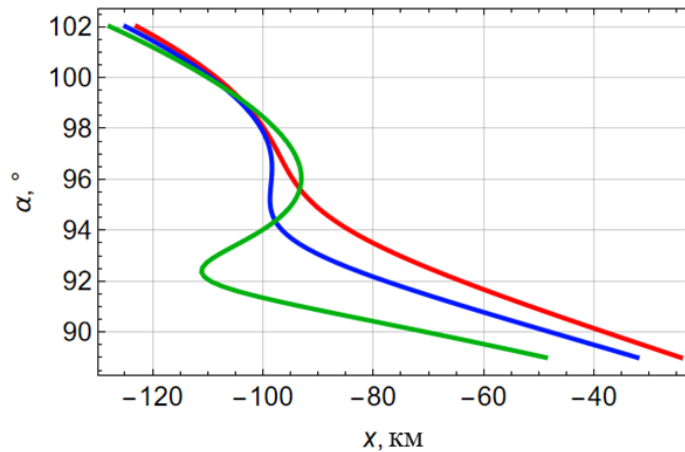


Рис. 3.4.10. Зависимость угла выхода луча α вдоль поверхности Земли от координаты x при разных начальных частотах

Во многом характер этих кривых напоминает поведение линий на рис. 3.4.8. При частоте 6.25 МГц (зелёная линия) имеет место S-образная зависимость, так как в области каустического острья в каждую точку на Земле приходят три луча с разными углами выхода. На частоте 6.11 МГц (синяя линия) все три луча сливаются и имеет место точка перегиба. При дальнейшем уменьшении частоты (6.0 МГц, красная линия) зависимость $\alpha(x)$ взаимно-однозначная. Следует отметить, что все три кривые на рис. 3.4.10 начинаются и заканчиваются на одинаковых высотах, так как угловой диапазон для них одинаков.

На рис. 3.4.11 приведены зависимости угла выхода луча α вдоль поверхности Земли от группового времени t при различных начальных частотах, полученный комбинацией рис. 3.4.10 и рис. 3.4.9.

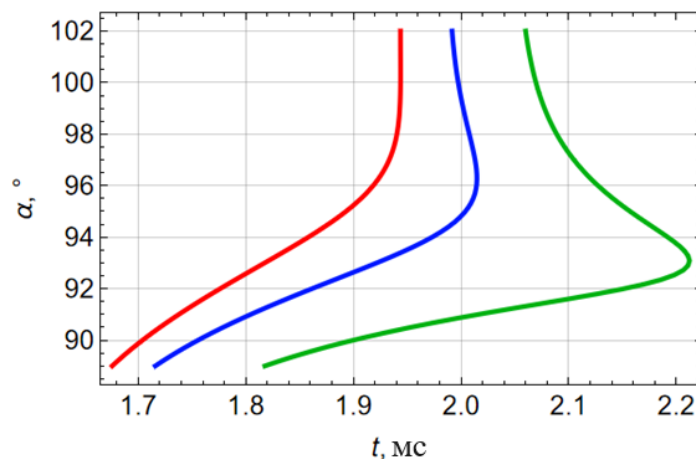


Рис. 3.4.11. Зависимость угла выхода луча α вдоль поверхности Земли от группового времени t при различных начальных частотах

3.4.4. Численное моделирование лучевых характеристик вдоль поверхности Земли в случае наклонно ориентированного ПИВ

В предыдущих разделах были рассмотрены ПИВ, ориентированные горизонтально. В данном разделе рассмотрим отражения радиосигналов от наклонно ориентированного ПИВ (см. рис.3.4.12). Видно, что ПИВ расположен над источником излучения и наклонен к горизонтальной оси под углом 135° .

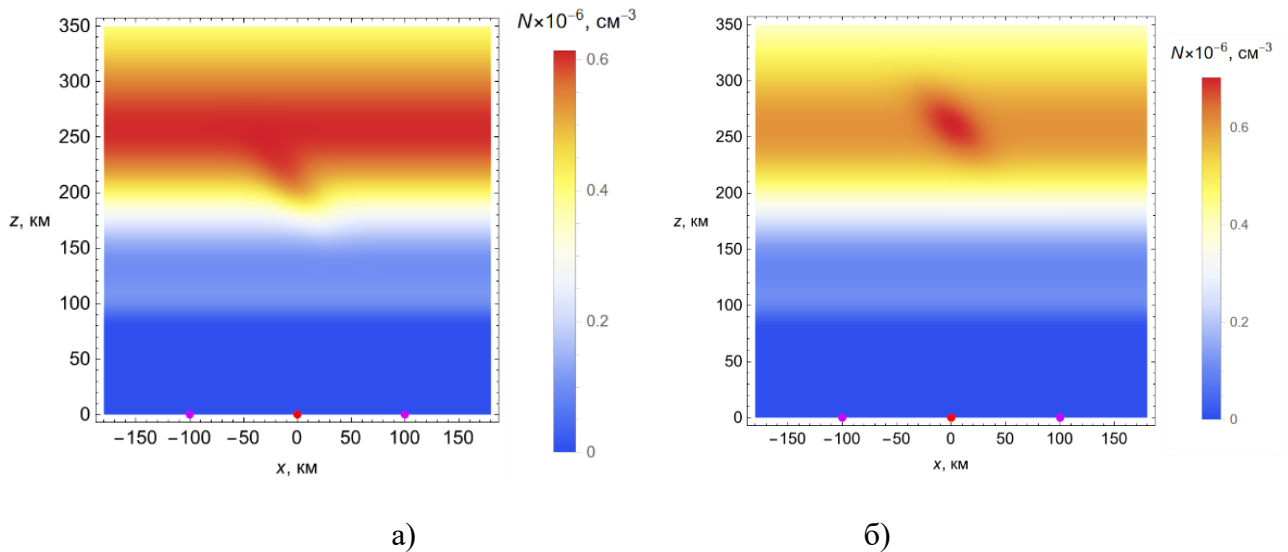


Рис. 3.4.12. Модель ионосферы; а – модель 1, б – модель 2

Рассмотрены два варианта модели. В первом случае (Модель 1) максимум ПИВ расположен на высоте 200 км, а во втором случае (Модель 2) – на высоте 262.2 км, то есть в максимуме ионосферного слоя F2.

На основе системы бихарактеристик выполнено моделирование лучевого распространения радиоволн из источника излучения, расположенного в начале координат (см. рис. 3.4.13). В случае модели 1 рабочая частота передатчика $f=5.91$ МГц, а в случае модели 2 – $f= 6.99$ МГц. Видно, что в обоих случаях справа от источника на земле имеется область с пониженным значением амплитуды поля (редкие лучи) – от источника до каустики.

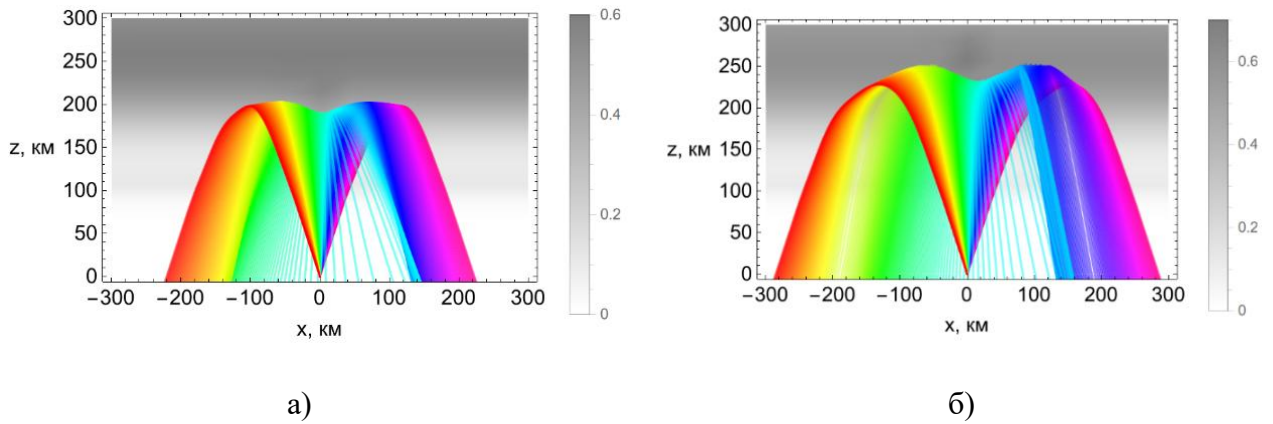


Рис. 3.4.13. Лучевые траектории; а – модель 1, б – модель 2

На рис. 3.4.14 показано изменение доплеровского сдвига частоты вдоль лучей, распространяющихся от источника к приёмнику. Цвета лучей на рис. 3.4.14 соответствуют рис. 3.4.13. Видно, что в случае модели 2 лучи глубже проникают в ионосферу и максимальное доплеровское смещение больше. ПИВ движется вдоль большой оси сверху вниз и слева на право со скоростью 200 м/с.

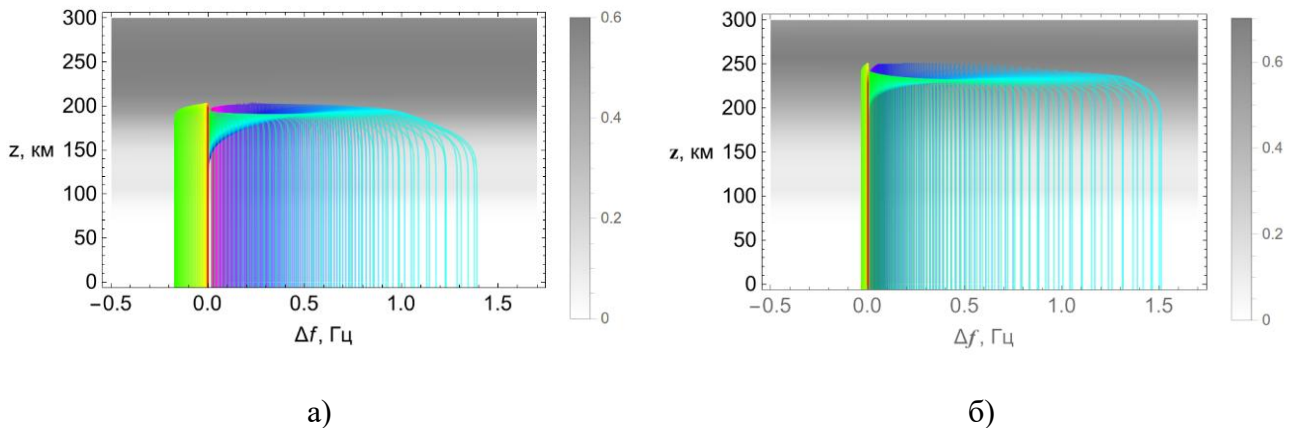


Рис. 3.4.14. Доплеровский сдвиг вдоль лучей; а – модель 1, б – модель 2

На рис. 3.4.15 приведены графики зависимостей угла выхода луча от горизонтальной координаты x . В модели 1 (рис. 3.4.15 а) видим образование двух S-образных кривых: при отрицательных (< -100 км) и положительных (> 100 км) значениях горизонтальной координаты. S-образная кривая соответствуют образованию в ионосфере каустического острья. В модели 2 (рис. 3.4.15 б) возникло одно каустическое острье (одна S-образная кривая) только при положительных значениях x .

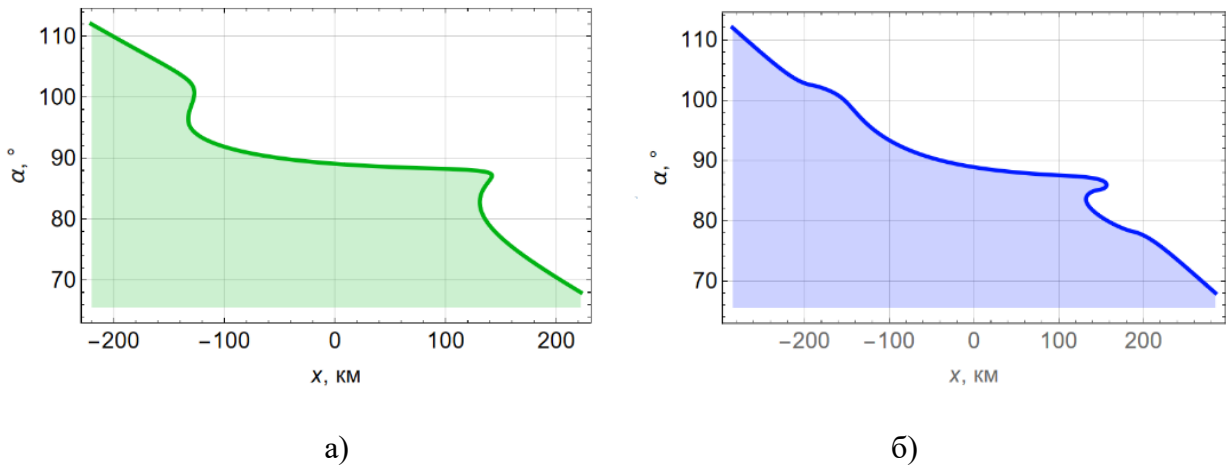


Рис. 3.4.15. Зависимости угла выхода луча от горизонтальной координаты; а – модель 1, б – модель 2

На рис. 3.4.16 приведены зависимости группового времени запаздывания радиосигнала от горизонтальной координаты x . Видно, что кривые не симметричны. На рис. 3.4.16 а (модель 1) в правой области (области многолучевости) наблюдается петля времени, а в левой области многолучевости вместо петли времени наблюдается S-образная зависимость. На рис. 3.4.16 б (модель 2) в правой области также вместо петли времени наблюдается S-образная зависимость.

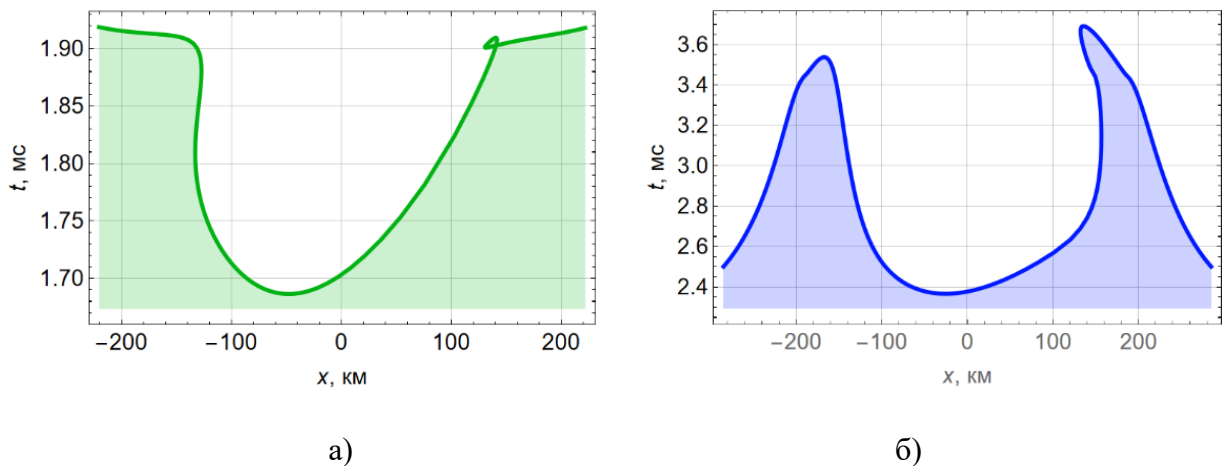


Рис. 3.4.16. Зависимости времени группового запаздывания радиосигнала от горизонтальной координаты; а – модель 1, б – модель 2

На рис. 3.4.17 показаны зависимости доплеровского смещения частоты от горизонтальной координаты. Интересно отметить, что в отличие от рис. 3.4.16 а на рис. 3.4.17 а петля образуется слева, а не справа, а S-кривая, наоборот, справа, а не

слева. На рис. 3.4.17 б (модель 2) справа образуется S-кривая, так же, как и на рис. 3.4.17 а.

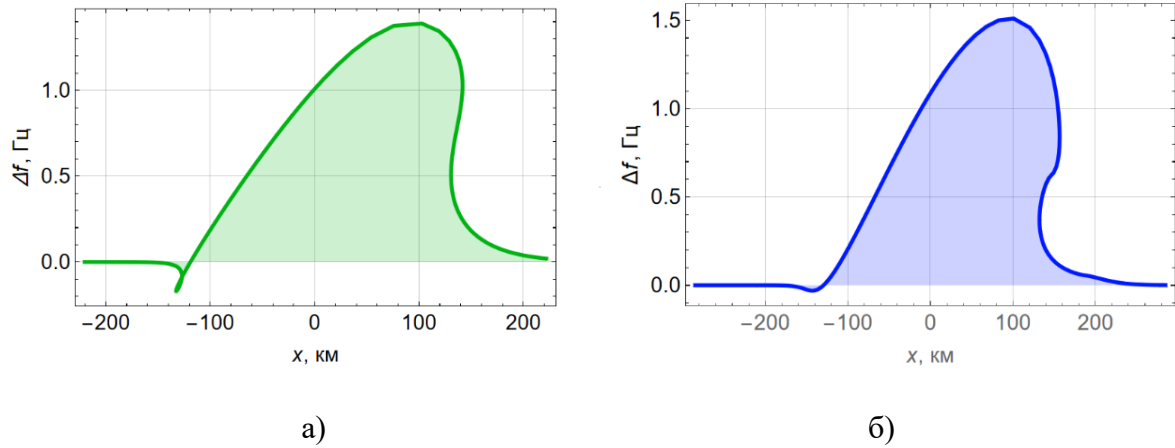


Рис. 3.4.17. Зависимости доплеровского сдвига частоты от горизонтальной координаты; а – модель 1, б – модель 2

Если же считать, что ПИВ перемещается горизонтально (например, слева на право), то доплеровские кривые восстанавливаются (см. рис. 3.4.18-19).

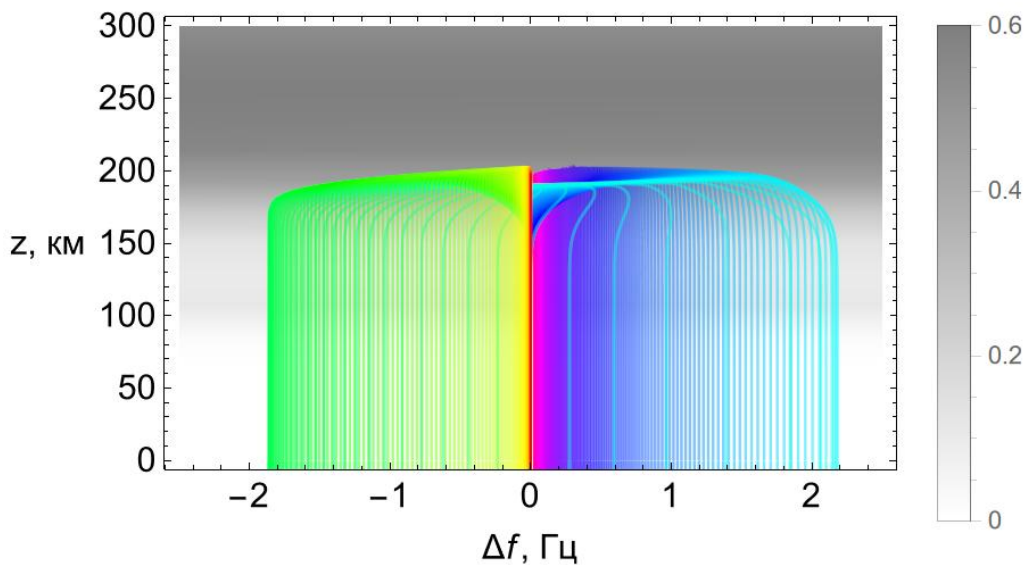


Рис. 3.4.18. Доплеровский сдвиг вдоль лучей; модель 1

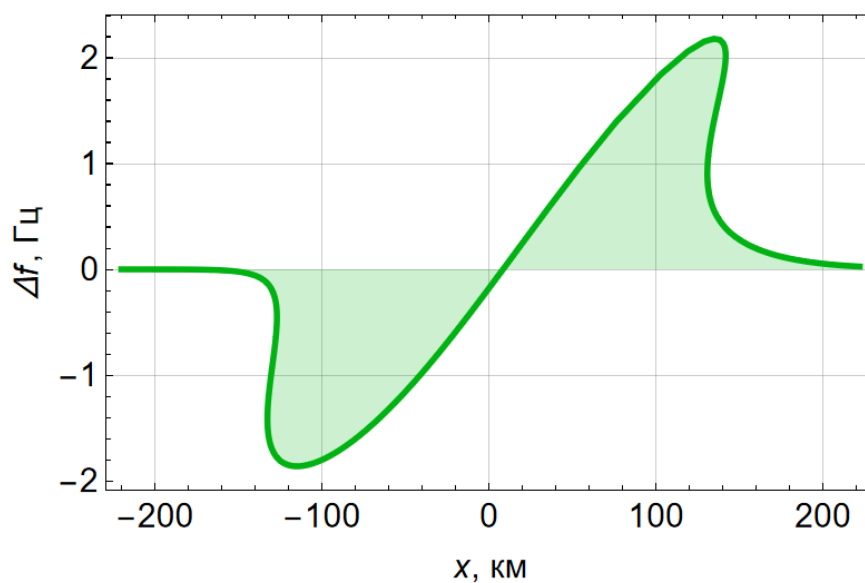


Рис. 3.4.19. Зависимости доплеровского сдвига частоты от горизонтальной координаты; модель 1

Таким образом, определяющим является не наклон ПИВ, а направление его распространения.

§ 3.5. Выводы к главе 3

Выполнено математическое моделирование распространения декаметровых радиоволн на слабонаклонных трассах из источника в приемник при наличии ПИВ на основе бихарактеристической системы. Рассмотрено перемещение неоднородности как в горизонтальном направлении (от приёмника к передатчику), так и в вертикальном направлении (снизу вверх). Исследованы доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, а также зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях электромагнитной волны.

Показано, что при горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского сдвига в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер. При вертикальном перемещении возникает

трехлучевая область, характеризующаяся повышенными значениями доплеровского смещения и группового запаздывания.

Установлено, что при движении ПИВ в верхнем ионосферном слое в горизонтальном направлении возникает каустическая структура типа «каустическое остриё» (катастрофа A_3), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий, объясняющихся образованием при отражении от ПИВ трёхлучевых областей, соответствующих волновым катастрофам A_3 – каустическое остриё.

Показано, что при описании зависимости задержек сигналов (группового времени в точке прихода) от расстояния, S-образным кривым соответствуют «петли времени».

Исследована фазовая структура в трехлучевой области между каустиками и показано, что фазы лучей образуют сечение особенности «ласточкин хвост» (катастрофа A_4). Методом расширенной бихарактеристической системы с привлечением результатов волновой теории катастроф рассчитана амплитудная структура поля на поверхности Земли как без учета, так и с учетом поглощения и показано, что не только поле на каустиках, но и среднее значение амплитуды поля в многолучевой области существенно возрастает. Рассмотрены равномерная и неравномерная асимптотики.

Исследовано влияние частоты на образование катастроф A_3 и показано, что каустическое остриё развивается с ростом начальной частоты, втягиваясь в лучевую структуру. Исследовано влияние положения центра ПИВ на образование катастроф A_3 и показано, что S-образные структуры и петли времени перемещаются вдоль поверхности Земли при движении ПИВ.

Показано, что в случае наклонно ориентированных ПИВ, на кривых, описывающих временную зависимость, а также на доплеровских кривых могут образовываться как S-образные участки, так и петли.

Показано, что образование сложных каустик маскирует истинное положение ПИВ, его размеры и мощность.

ГЛАВА 4. АМПЛИТУДНЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ СОУДАРЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ИОНОСФЕРЕ

§ 4.1 Методика восстановления эффективной частоты соударений электронов с нейтральными молекулами

Необходимость диагностики и контроля параметров ионосферной плазмы определяется влиянием состояния ионосферы Земли на функционирование радиосистем различного назначения. В связи с воздействием ионосферы на работу систем радиолокации, радиосвязи и радионавигации (позиционирования), актуальной задачей является диагностика и контроль ионосферы. Также актуальность исследований связана с осуществлением мониторинга экстремальных явлений в атмосфере Земли [19,58,61,87].

При расчете характеристик распространения радиоволн на ионосферных трассах помимо распределения электронной концентрации в пространстве и времени, а также величины и направления магнитного поля Земли, важную роль играет эффективная частота соударений электронов с нейтральными молекулами [92], от которой зависит поглощение электромагнитных волн, особенно в нижних слоях ионосферной плазмы – слоях E и D.

Существуют разные способы определения эффективной частоты соударений. Например, могут быть использованы ракетные измерения плотности и температуры в нижних слоях ионосферы, что позволяет рассчитать эффективную частоту соударений электронов. В последнее время развивается метод определения эффективной частоты столкновения в области нижней ионосферы по данным анализа радиозатменных измерений [99].

Наиболее естественные подходы к определению эффективной частоты соударений связаны с измерением поглощения радиоволн при прохождении ионосферных слоёв. В монографии [12] отмечены пять способов измерения поглощения: импульсный метод, риометрический метод, метод непрерывного излучения, минимальной частоты и метод развертывания по частоте [93,95]. В настоящей работе, разрабатывая амплитудный подход, мы опираемся на

возникшую относительно недавно возможность прямого измерения излучения антенной системы с помощью беспилотных летательных аппаратов [62]. Математическое моделирование распространения радиоволн в возмущенной ионосферной плазме [33], привязанное непосредственно к оперативным данным наклонного и вертикального зондирования [90,119,120], является перспективным методом решения данной задачи.

В данной главе рассмотрен амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме, основанный на измерении задержки отраженных от ионосферы сигналов и амплитудных характеристик линейно частотно-модулированных (ЛЧМ) сигналов ионозонда вертикального (ВЗ) и наклонного зондирования (НЗ) [90,119,120], так как ионозонды ВЗ и НЗ являются одними из наиболее эффективных и апробированных средств диагностики ионосферы Земли [12].

В разделе 4.2 (см. [43,47,111]) Методом расширенной бихарактеристической системы выполнено численное моделирование как в случае однослойной, так и двухслойной изотропной модели ионосферной плазмы. Построены лучевые траектории частотно-модулированных декаметровых сигналов в координатах время-высота. Исследовано поглощение сигналов от частоты, амплитудные характеристики сигналов, зависимости максимальной высоты отражения и времени прихода от частоты, исследованы зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от высоты и времени. Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

В разделе 4.3 (см. [42,71,107]) разработан метод реконструкции эффективной частоты соударений электронов в ионосфере Земли на основе амплитудных данных об ослаблении частотно-модулированного радиосигнала при вертикальном зондировании ионосферы для анизотропной модели. Для моделирования применена расширенная бихарактеристическая система Лукина, а также рекуррентная система решения интегрального уравнения. Сопоставлены результаты моделирования лучевых траекторий и амплитудных характеристик для

волн о- и х-поляризации. Проведено восстановление эффективной частоты соударений как по данным обыкновенной, так и необыкновенной волны. Показано, что для обыкновенной волны получено хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений.

В разделе 4.4 полученные результаты [47,110,111] обобщены на случай наклонного (а точнее, слабонаклонного) зондирования ионосферы (см. [40,52]). Актуальность такого подхода связана с активно проводящимися в настоящее время экспериментами по мониторингу ионосферы Земли на слабонаклонных трассах [82,90].

§ 4.2 Определения частоты соударений электронов без учета анизотропии среды распространения

4.2.1. Особенности применения расширенной бихарактеристической системы уравнений для определения эффективной частоты соударений электронов

Рассмотрим подход к определению эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме, основанный на решении расширенной бихарактеристической системы Лукина [25,37,50]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega}, \quad (4.2.1)$$

$$\frac{d\vec{r}_\zeta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right), \quad \frac{d\vec{k}_\zeta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right), \quad (4.2.2)$$

$$\frac{d\vec{r}_\eta}{dt} = \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{2\vec{k}c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{k}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right), \quad \frac{d\vec{k}_\eta}{dt} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial \vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2) / \partial \omega} \right). \quad (4.2.3)$$

В формулах (4.2.1–4.2.3) (η, ζ) – это углы выхода луча. Для того чтобы избежать особенностей при вычислениях вертикального луча нами выбрана параметризация волнового вектора, для которой вертикальному лучу

соответствуют $\zeta = 0$, $\eta = \pi / 2$ [110], и которая отлична от той, что выбрана в главе 2.

Шесть уравнений (4.2.1) определяют координаты луча и волновой вектор. Для их нахождения необходимо дополнить систему (4.2.1) начальными условиями:

$$\begin{aligned} k_x(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \zeta, & k_y(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \cos \eta, \\ k_z(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \sin \eta, & \vec{r}(0) &= 0. \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

В формулах (4.2.4) ε_0 —значение эффективной диэлектрической проницаемости среды в источнике, который расположен в начале координат.

Для вертикального луча из (4.2.4) находим:

$$k_x(0) = 0, \quad k_y(0) = 0, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, \quad x(0) = y(0) = z(0) = 0 \quad (4.2.5)$$

Двенадцать уравнений (см. (4.2.2)–(4.2.3)) определяют скорости изменений производных координат и компонент волновых векторов по угловым координатам η и ζ . Для этой группы уравнений начальные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} k'_{x\zeta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta, & k'_{x\eta}(0) &= 0, & k'_{y\zeta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \zeta \cos \eta, \\ k'_{y\eta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \sin \eta, & k'_{z\zeta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \sin \zeta \sin \eta, \\ k'_{z\eta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \zeta \cos \eta, & \vec{r}'_{\zeta}(0) &= 0 & \vec{r}'_{\eta}(0) &= 0. \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

В случае нормального падения:

$$\begin{aligned} k'_{x\eta}(0) &= k'_{y\zeta}(0) = k'_{z\zeta}(0) = k'_{z\eta}(0) = 0 \\ k'_{x\zeta}(0) &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, & k'_{y\eta}(0) &= -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}. \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

Решение расширенной бихарактеристической системы позволяет найти расходимость D , которая вычисляется как корень из отношения якобианов \hat{J}_0 и \hat{J} [37,46]:

$$D = \sqrt{\left| \frac{\hat{J}_0}{\hat{J}} \right|}, \quad \hat{J} = \begin{vmatrix} x_t & y_t & z_t \\ x'_\zeta & y'_\zeta & z'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta & z'_\eta \end{vmatrix}, \quad \hat{J}_0 = \hat{J} \Big|_{r=r_0}. \quad (4.2.8)$$

Если среда изотропная, то есть $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{k}} = 0$, то в системе (4.2.1) первая группа уравнений упрощается:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2c^2}{\partial(\varepsilon\omega^2)/\partial\omega} \vec{k}. \quad (4.2.9)$$

Хорошо известно, что в предположении изотропности среды (ионосферной плазмы) эффективную диэлектрическую проницаемость можно представить как (непосредственно следует из формулы Эпплтона-Хартри (Лассена) [12] (2.2.6)):

$$\varepsilon = 1 - X, \quad X = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = \frac{4\pi e^2 N(\vec{r})}{m_e \omega^2}. \quad (4.2.10)$$

С учетом (4.2.10) формула (4.2.9) преобразуется в (4.2.11):

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{c^2}{\omega} \vec{k}. \quad (4.2.11)$$

Тогда выражение для якобиана \hat{J} принимает вид:

$$\hat{J} = \frac{c^2}{\omega} \begin{vmatrix} k_x & k_y & k_z \\ x'_\zeta & y'_\zeta & z'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta & z'_\eta \end{vmatrix} = \frac{c^2}{\omega} J. \quad (4.2.12)$$

Очевидно, что выражение для расходимости D теперь можно представить как

$$D = \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|}. \quad (4.2.13)$$

Предположим, что эффективная диэлектрическая проницаемость среды зависит только от высоты z , то есть $\varepsilon(z, \omega)$. Тогда из системы (4.2.1) следует, что k_x и k_y вдоль траектории постоянны, а так как для вертикального луча начальные значения k_x и k_y равны нулю (см. (4.2.5)), находим, что $k_x = k_y = 0$. Поэтому выражение для J можно переписать в виде:

$$J = k_z \begin{vmatrix} x'_\zeta & y'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta \end{vmatrix}. \quad (4.2.14)$$

Из системы (4.2.1) находим, что $x(t) = y(t) = 0$, и остаются два уравнения относительно $z(t)$ и $k_z(t)$, образующие подсистему:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{c^2}{\omega} k_z, \quad \frac{dk_z}{dt} = -\frac{1}{2} \omega \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \quad (4.2.15)$$

с начальными условиями:

$$k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, \quad z = 0. \quad (4.2.16)$$

Численное решение системы (4.2.1) с учетом (4.2.5) позволяет найти $z(t)$ и $k_z(t)$.

Для вычисления якобиана J необходимо знать производные x и y по начальным углам выхода луча ζ и η (4.2.14). Эти производные находятся как решения системы (4.2.2)–(4.2.3):

$$\frac{d\vec{r}_\rho}{dt} = \frac{c^2}{\omega} \frac{\partial \vec{k}}{\partial \rho}, \quad \frac{d\vec{k}_\rho}{dt} = -\frac{1}{2} \omega \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \vec{r}} \right), \quad \rho = (\zeta, \eta), \quad (4.2.17)$$

с начальными условиями (4.2.6) или (4.2.7). В предположении, что горизонтальные градиенты отсутствуют можно установить, что:

$$k'_{x\zeta} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, \quad k'_{y\zeta} = 0, \quad k'_{x\eta} = 0, \quad k'_{y\eta} = -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}. \quad (4.2.18)$$

4.2.2. Амплитудный метод диагностики эффективной частоты соударений

Амплитуда A зондирующего сигнала связана с расходимостью D и поглощением ψ формулой [46,110]

$$A = E_0 D \exp[-\psi], \quad (4.2.19)$$

в которой величина E_0 это значение амплитуды поля вне ионосферы на расстоянии r_0 от источника излучения, расположенного в начале координат. В случае изотропного излучателя

$$E_0 = \frac{\sqrt{30W}}{r_0}. \quad (4.2.20)$$

При необходимости в выражение (4.2.20) могут быть включены диаграмма направленности, коэффициент усиления и другие параметры. Если мощность W источника излучения выражена в ваттах, а r_0 в метрах, то размерность E_0 – В/м. При вычислениях предполагалось, что $W = 1$ кВт.

Предполагается, что из данных вертикального зондирования (ВЗ) можно получить зависимость задержки $2t_m$ отразившегося от ионосферы сигнала от частоты f , а также зависимость амплитуды A принятого сигнала от частоты зондирования f . Параметр $t_m(f)$ – это время прихода сигнала из излучателя в точку отражения от ионосферы.

Считая, что зависимость электронной концентрации $N(z)$ от высоты z известна, то есть уже восстановлена по зависимости задержки сигнала от частоты излучения, можно, опираясь на формулы предыдущего раздела, определить расходимость D (4.2.13).

Тогда из (4.2.19) находим поглощение ψ :

$$\psi = -\ln \frac{A}{DE_0} \equiv L(f). \quad (4.2.21)$$

Поглощение ψ можно найти по формуле [6,36]

$$\psi = -\frac{\omega}{2} \int_0^t \varepsilon_2 dt, \quad (4.2.22)$$

в которой ε_2 – мнимая часть диэлектрической проницаемости среды. Мнимую часть диэлектрической проницаемости среды можно приближенно представить в виде [6,12]:

$$\varepsilon_2 \cong -X \frac{Z}{1+Z^2} \quad . \quad (4.2.23)$$

В (4.2.23)

$$Z = v_e / \omega, \quad X = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m_e \omega^2} \quad . \quad (4.2.24)$$

Предполагая, что эффективная частота соударений электронов v_e на высотах выше 80 км не превышает 10^6 с^{-1} , в знаменателе выражения (4.2.23) можно пренебречь величиной Z^2 и считать, что:

$$\varepsilon_2 \approx -X Z \quad . \quad (4.2.25)$$

Приравняв (4.2.21) и (4.2.22) и исключив ψ , можно для определения $v_e(z)$ получить интегральное уравнение типа Вольтерра второго рода:

$$-\frac{\omega}{2} \int_0^t \varepsilon_2 dt = L \quad . \quad (4.2.26)$$

С учетом (4.2.24) и (4.2.25) уравнение (4.2.26) нетрудно переписать в виде:

$$\frac{1}{\omega^2} \int_0^{t_m} G dt = L, \quad G = v_e V_c N, \quad V_c = \frac{4\pi e^2}{m_e} \quad . \quad (4.2.27)$$

Для решения уравнения (4.2.27) применим метод итераций [46,110] и найдём эффективную частоту соударений v_e как функцию высоты z . Следует подчеркнуть, что высота z зависит от группового времени t и вычисляется вдоль лучевой траектории отдельно для каждой частоты. Поэтому функция $z(t)$ также зависит от частоты.

Рассмотрим алгоритм решение уравнения (4.2.27). Так как ниже определённой высоты ионосферная плазма отсутствует, то электронная концентрация равна нулю. Следовательно, до некоторой частоты f_0 , для которой время t_m равно t_{m0} интеграл в левой части (4.2.27) равен нулю:

$$\int_0^{t_{m0}} G dt = 0. \quad (4.2.28)$$

Рассмотрим частотный интервал (f_0, f_n) , принадлежащий частотному интервалу (f_{\min}, f_{\max}) , на котором осуществляется зондирование, причём $f_{\min} < f_0 < f_n < f_{\max}$. Будем считать, что f_{\max} совпадает с максимальной плазменной частотой ионосферного слоя. Разобьём интервал (f_0, f_n) на n частей: $f_0, f_1, \dots, f_j, \dots, f_n$. Предположим, что на каждом j -ом интервале (f_{j-1}, f_j) функция G постоянная и равна G_j . Пусть t_{mj} – это времена прихода сигнала с частотой f_j из передатчика в точку отражения от ионосферы. Они известны из решения бихарактеристической системы. Тогда из (4.2.27) нетрудно получить:

$$G_1 = L_1 \frac{\omega_1^2}{t_{m1} - t_{m0}}, \quad G_2 = L_2 \frac{\omega_2^2}{t_{m2} - t_{m1}} - G_1 \frac{t_{m1} - t_{m0}}{t_{m2} - t_{m1}},$$

$$G_j = L_j \frac{\omega_j^2}{t_{m,j} - t_{m,j-1}} - \sum_{i=1}^{j-1} G_i \frac{t_{m,i} - t_{m,i-1}}{t_{m,j} - t_{m,j-1}}, \quad j \geq 2. \quad (4.2.29)$$

Формулы (4.2.29) можно упростить и получить:

$$G_j = \frac{L_j \omega_j^2 - L_{j-1} \omega_{j-1}^2}{t_{m,j} - t_{m,j-1}}, \quad j \geq 2. \quad (4.2.30)$$

После вычислений G_j , зная, что каждая из этих величин это произведение эффективной частоты соударений электронов $N(z)$, электронной концентрации в точке отражения и константы V_c , можно легко найти зависимость эффективной частоты соударений ν_e от высоты z .

4.2.3. Результаты численного моделирования. Однослойная модель

Приведем примеры численной реализации рассмотренных выше алгоритмов. Ниже на основе приведенных выше формул рассчитана амплитуда поля в точке приёма, совпадающей с точкой излучения сигнала, для разных частот, восстановлена эффективная частота соударений электронов в плазме ν_e и выполнено сравнение модельных и расчетных значений.

Рассмотрим однослойную модель ионосферы. Зависимость электронной концентрации от высоты приведена на рис. 4.2.1 а и б и показана как фоном, так и линией. Весь ионосферный слой показан на рис. 4.2.1 а, а та часть ионосферы, которая доступна сигналам станции ВЗ, на рис. 4.2.1 б.

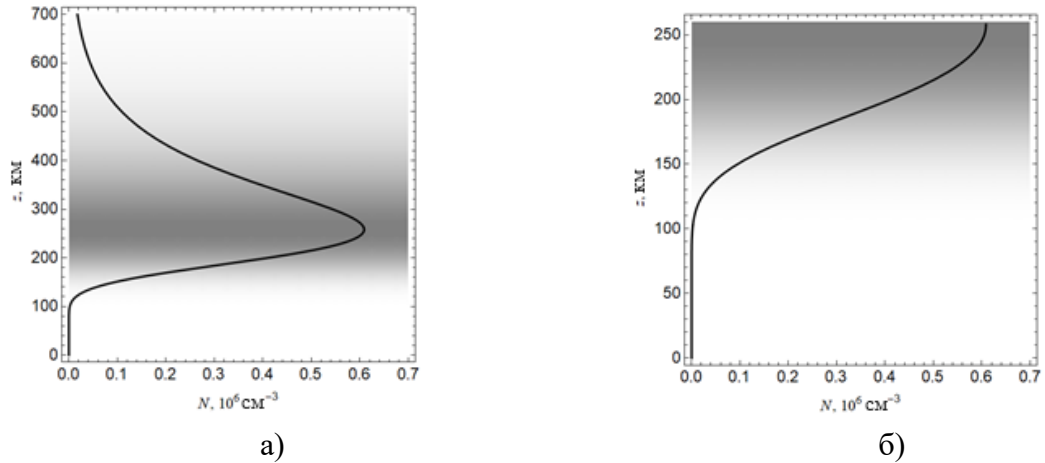


Рис. 4.2.1. Зависимость $N(z)$; а) – весь ионосферный слой, б) – фрагмент

Модель зависимости эффективной частоты соударений электронов ν_e от высоты z , взятая из экспериментальных данных, показана на рис. 4.2.2 а и б широкой белой линией [110]. Как и на рис. 4.2.1, плотность электронной концентрации показана фоном.

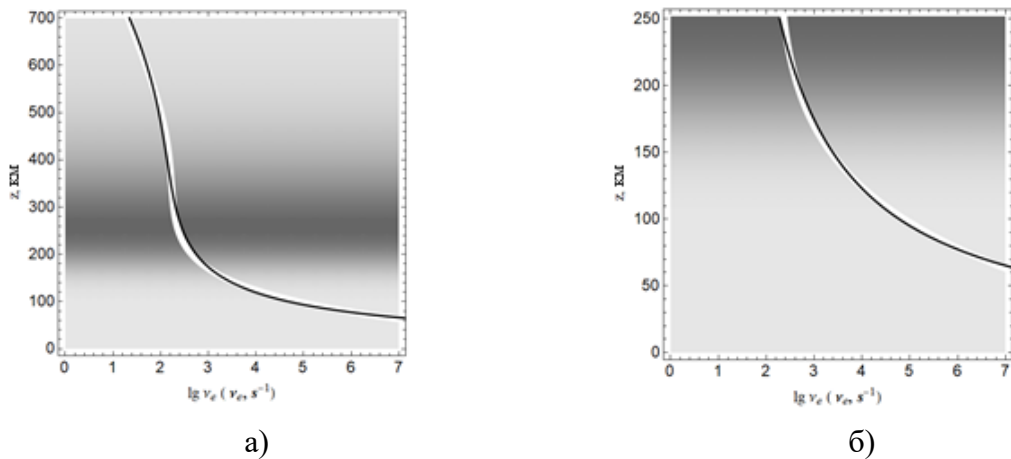


Рис. 4.2.2. Зависимость $\lg \nu_e$ от высоты: а) – полный профиль, б) – фрагмент

Аппроксимация эффективной частоты соударений ν_e , полученная методом наименьших квадратов, на рис. 4.2.2 а показана тонкой линией. Она может быть описана выражением:

$$\lg v_e = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \frac{b_1}{z}, \quad (4.2.31)$$

в котором $a_0 \approx -1.02$, $b_1 \approx 498.9$, $a_1 \approx 0.0080$, $a_2 \approx -8.04 \cdot 10^{-6}$. По данным ВЗ зависимость $v_e(z)$ может быть восстановлена не выше максимума слоя F2, то есть только в нижней части ионосферы, показанной на рис. 4.2.2 б. Зависимость эффективной частоты соударений от высоты в этой области проще. Аппроксимацию можно представить гиперболической функцией:

$$\lg v_e = a + \frac{b}{z}, \quad (4.2.32)$$

в которой $a \approx 0.617$, $b \approx 416.18$. В формулах (4.2.31) и (4.2.32) размерность z километры.

Рассмотрим численные решения системы бихарактеристических уравнений (4.2.15)–(4.2.16) (рис. 4.2.3–4.2.4). На рис. 4.2.3 показаны лучевые траектории.

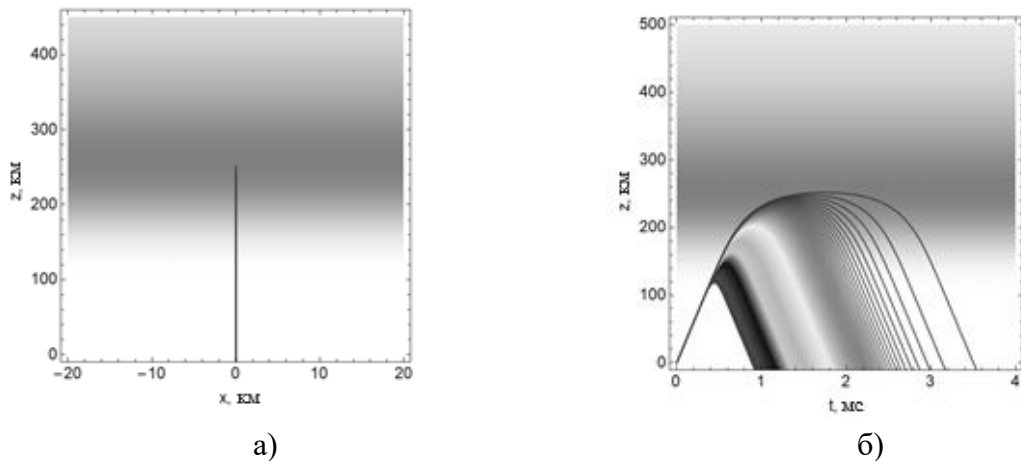


Рис. 4.2.3. Лучевые траектории: а) – в плоскости (x, z) , б) – в плоскости (t, z)

В плоскости (x, z) все лучевые траектории образуют вертикальную прямую линию (рис. 4.2.3 а), а в координатах (t, z) каждая частота имеет свою траекторию и показана своим оттенком серого цвета (рис. 4.2.3 б). Нижняя линия соответствует частоте 1 МГц, а верхняя линия – частоте 6.993 МГц. Из рисунка видно, что с возрастанием частоты растет время распространения сигнала.

Зависимости вертикальной компоненты волнового вектора k_z от времени t и от высоты z показаны на рис. 4.2.4 (а и б соответственно).

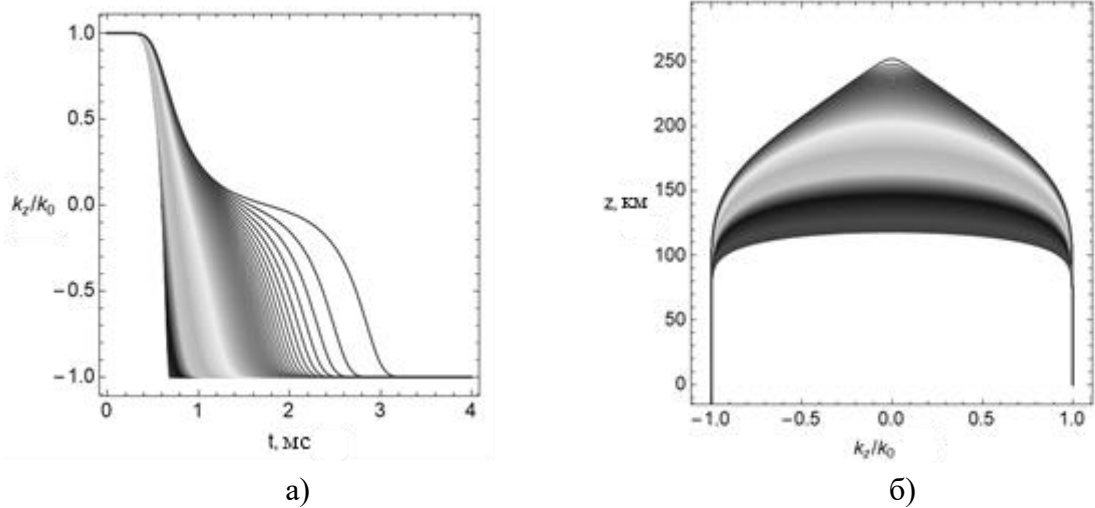


Рис. 4.2.4. Зависимость k_z : а) – от времени, б) – от высоты

Левая линия на рис. 4.2.4 а и нижняя линия на рис. 4.2.4 б соответствует частоте 1 МГц, а правая линия на рис. 4.2.4 а и верхняя линия на рис. 4.2.4 б – частоте 6.993 МГц. При построении рис. 4.2.4 волновой вектор k_z нормирован на начальное значение волнового вектора $k_0 = k_z(0)$. Отметим, что величина k_0 является функцией частоты (4.2.16). Из рис. 4.2.4 видно, что значение нормированного волнового вектора меняется при распространении в ионосфере, уменьшаясь до 0 в точке отражения. После смены знака волновой вектор опять по модулю возрастает. Когда отношение k_z/k_0 становится равным -1 , луч покидает ионосферу.

Рассмотрим теперь амплитудные характеристики, получаемые из решения расширенной бихарактеристической системы (4.2.17, 4.2.18). Зависимости ослабления сигнала A_m

$$A_m = -20 \lg \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|}. \quad (4.2.33)$$

вдоль лучей, соответствующих различным частотам, приведены на рис. 4.2.5: от времени – рис. 4.2.5 а, от высоты – рис. 4.2.5 б.

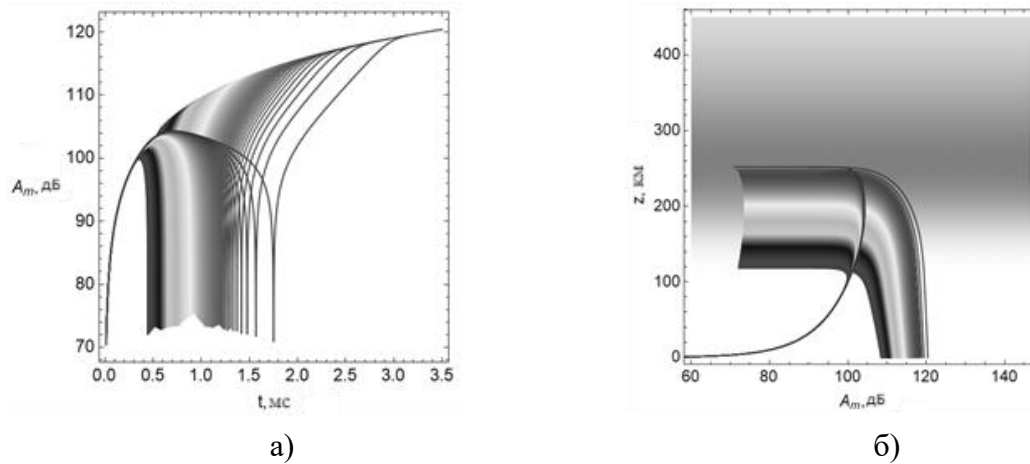


Рис. 4.2.5. Амплитуды сигнала: а) – от времени, б) – от высоты

При движении вдоль луча от источника ослабление сначала резко увеличивается (до 100 дБ). Далее ослабление резко уменьшается при приближении к точке отражения, соответствующей каустике [21,36,54,106], а потом опять возрастает, когда луч возвращается в источник излучения. На каустике (в точке отражения) в геометрическом приближении амплитуда сигнала обращается в бесконечность, хотя из рис. 4.2.5 это не очевидно. Однако более точные расчеты показывают, что при приближении к точке отражения, а также в источнике $A_m \rightarrow -\infty$ [47].

Рассмотрим характеристики радиосигнала, отраженного от ионосферы, в точке приёма. Зависимость высоты отражения сигнала z_m от частоты, вычисленная по модельным данным, представлена на рис. 4.2.6 а, а на рис. 4.2.6 б показана зависимость от частоты времени t_m прихода луча в точку отражения. Видно, что и время t_m , и высота отражения z_m сигнала, монотонно растут с ростом частоты f . При приближении частоты f к критической f_m (≈ 7 МГц) наблюдается особенно быстрый рост как высоты z_m , так и времени t_m .

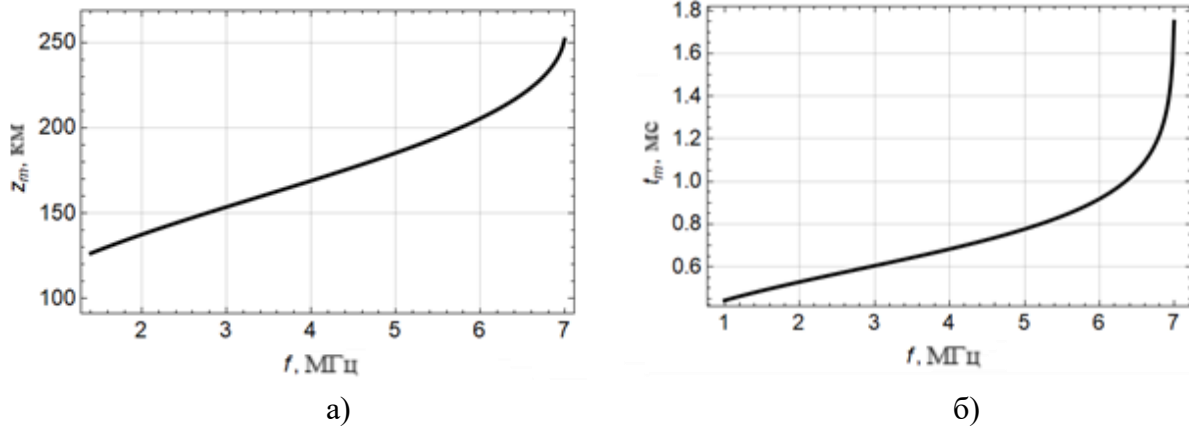


Рис. 4.2.6. Зависимость z_m от частоты f – (а), зависимость t_m от частоты f – (б)

Используя частоту f как параметр и опираясь на рис. 4.2.6 а и б, можно построить зависимость высоты отражения сигнала z_m от задержки t_m (рис. 4.2.7). Для однослойной модели эта кривая плавная и взаимно-однозначная.

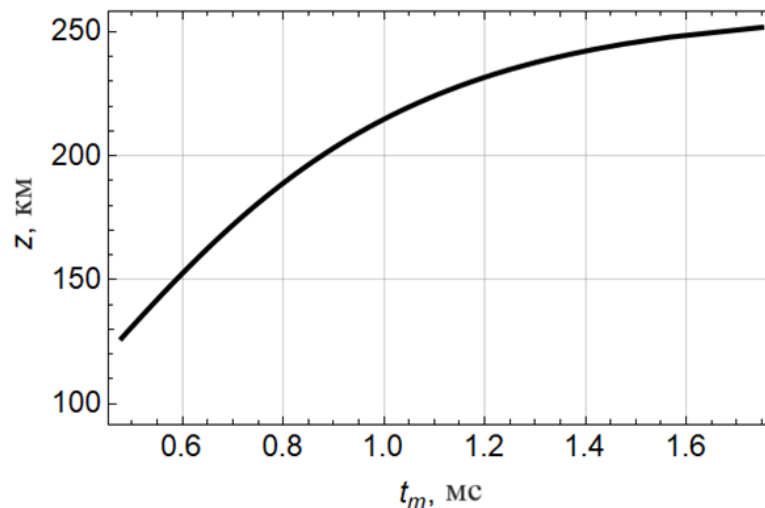


Рис. 4.2.7. Функция высоты z_m отражения от времени t_m

На рис. 4.2.8 приведена зависимость от частоты f поглощения ψ , найденная по формулам (4.2.22), (4.2.23) при условии, что зависимость логарифма эффективной частоты соударений ν_e от высоты z определяется графиком на рис. 4.2.2 б. Видно, что поглощение убывает с частотой и начинает вновь увеличиваться при приближении частоты f к критической.

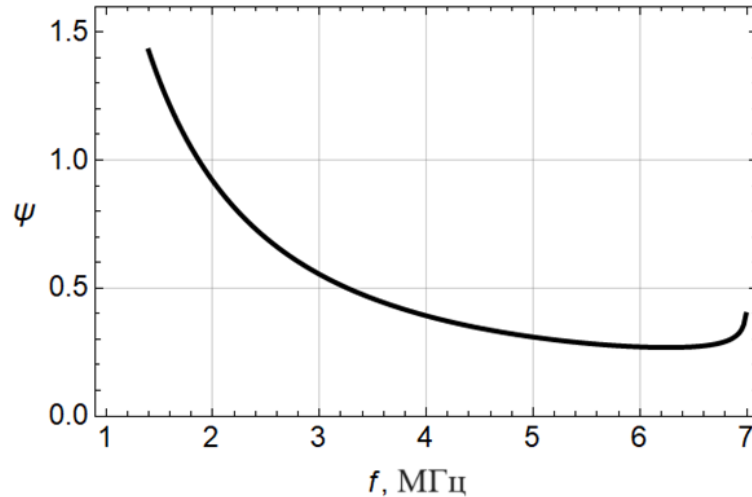


Рис. 4.2.8. Зависимость поглощения ψ от частоты f

Зависимости амплитуды сигнала в точке приёма A (4.2.19) и функции L (4.2.21) от частоты f показаны на рис. 4.2.9 а и б соответственно. Амплитуда радиосигнала, отражённого от ионосферы, сначала растёт с увеличением частоты (до ~ 2.5 МГц), а затем резко убывает (рис. 4.2.9 а). Зависимость функции L (4.2.21) от частоты f более плавная (рис. 4.2.9 б), поскольку она пропорциональна логарифму отношения амплитуды сигнала и лучевой расходимости, умноженной на постоянный коэффициент. Участок рис. 4.2.9 б на частотах меньше 1 МГц получен с помощью экстраполяции (пунктирная линия) и важен для вычислений.

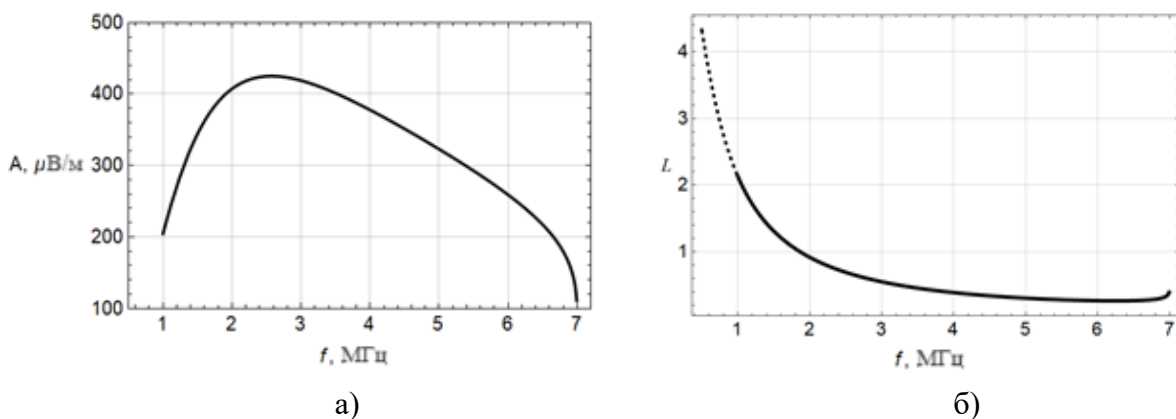


Рис. 4.2.9. Зависимость амплитуды A от частоты f – (а), зависимость логарифма амплитудной функции L от частоты f – (б)

Результаты моделирования зависимости эффективной частоты соударений электронов ν_e от высоты z показаны на рис. 4.2.10.

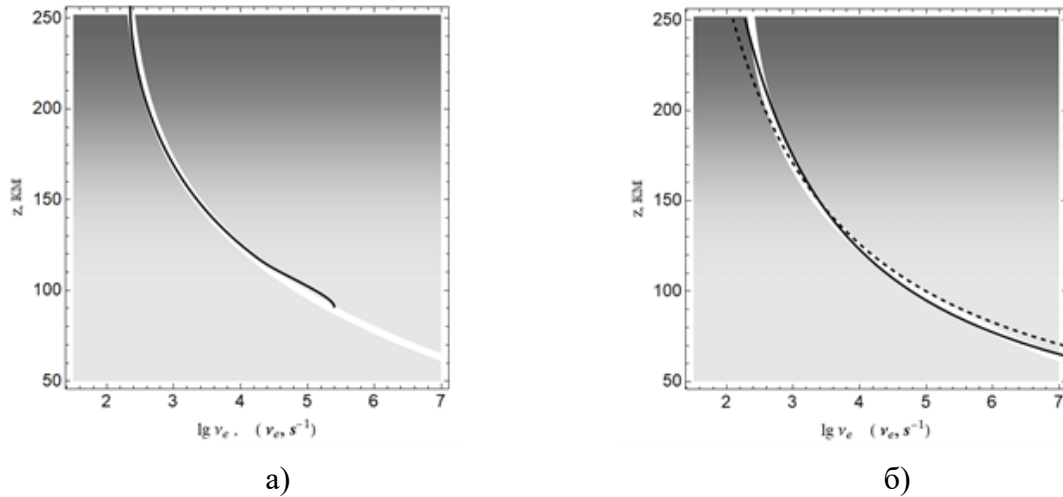


Рис. 4.2.10. Частота соударений: а) – сопоставление зависимости от высоты модельной и расчётной частоты соударений, б) – аппроксимация эффективной частоты соударений

Светлой широкой линией показана модельная зависимость эффективной частоты соударений ν_e от высоты, а тонкой – расчётные значения. Видно, что модельные и расчётные значения совпадают с хорошей точностью, а сама точность совпадений модельных и расчётных значений увеличивается с высотой (рис. 4.2.10 а). На рис. 4.2.10 б помимо модельной зависимости ν_e приведены экстраполяционные кривые, построенные по формуле (4.2.32) (тонкая линия) и по формуле (4.2.34):

$$\lg \nu_e = a + \frac{b}{z}, \quad a \approx 0.164, \quad b \approx 483.5, \quad (4.2.34)$$

полученной по расчётным данным (пунктирная линия). Из рис. 4.2.10 б следует, что совпадение удовлетворительное.

4.2.4 Результаты численного моделирования. Двуслоевая модель

Проблемы с восстановлением эффективной частоты соударений возникают тогда, когда имеет место двуслоевая модель электронной концентрации или присутствуют локальные неоднородности [47]. На рис. 4.2.11 показана зависимость электронной концентрации от высоты для двуслоевой модели со слоями F и E, используемая в расчетах.

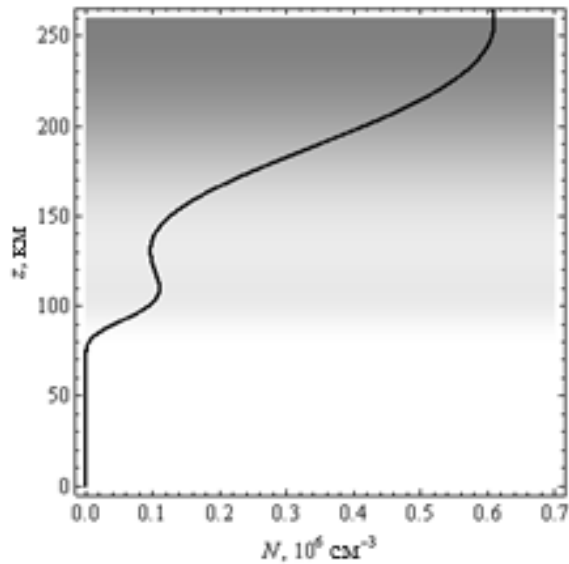


Рис. 4.2.11. Зависимость электронной концентрации от высоты. Двухслойная модель

На рис. 4.2.12 представлены траектории лучей для двухслойной модели.

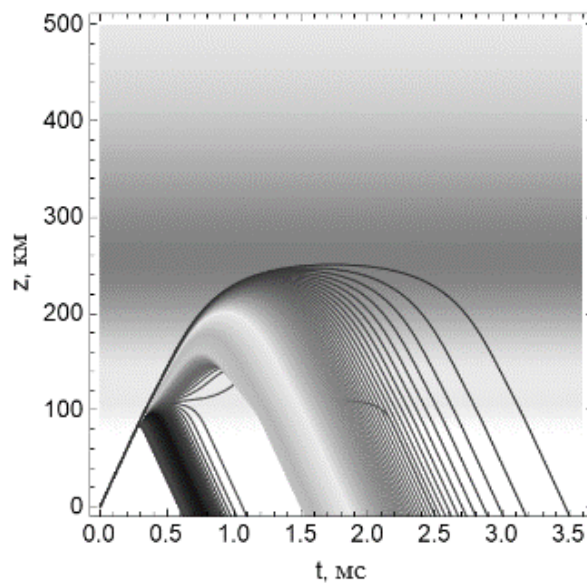


Рис. 4.2.12. Лучевые траектории в плоскости (t, z)

Как и на рис. 4.2.3 б, каждая частота имеет свою траекторию и показана своим оттенком серого цвета. Нижняя линия соответствует частоте 1 МГц, а верхняя линия – частоте 6.993 МГц. В отличие от рис. 4.2.3 б, на рис. 4.2.12 хорошо видна группа лучей, отразившаяся от нижнего слоя Е.

Зависимости вертикальной компоненты волнового вектора k_z / k_0 от времени t и от высоты z показаны на рис. 4.2.13 (а и б соответственно).

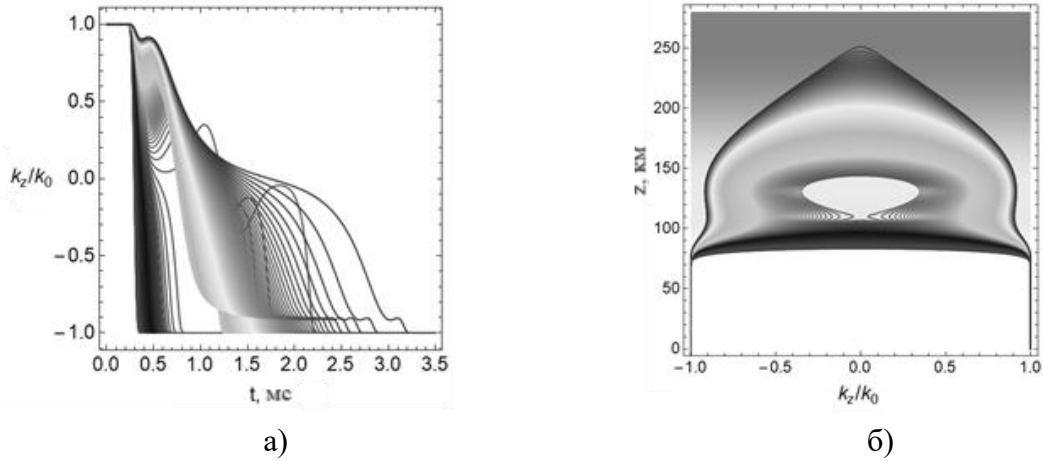


Рис. 4.2.13. Зависимость k_z / k_0 : а) – от времени, б) – от высоты

Левая линия на рис. 4.2.13 а и нижняя линия на рис. 4.2.13 б соответствует частоте 1 МГц, а правая линия на рис. 4.2.13 а и верхняя линия на рис. 4.2.13 б – частоте 6.993 МГц. Сравнение рис. 4.2.4 и 4.2.13 позволяет оценить влияние слоя Е на волновой вектор. Особенно следует отметить центральную область на рис. 4.2.13 б, соответствующую волновому межслоевому каналу, в которую не проникают лучи.

Рассмотрим особенности характеристик радиосигнала, отраженного от ионосферы, в точке приёма в двуслойной модели. Зависимость высоты отражения сигнала от частоты показана на рис. 4.2.14. Видно, что, как и в случае однослойной модели, высота отражения z_m сигнала монотонно растёт с ростом частоты f . В районе частоты порядка 3 МГц виден разрыв, обусловленный межслоевой долиной.

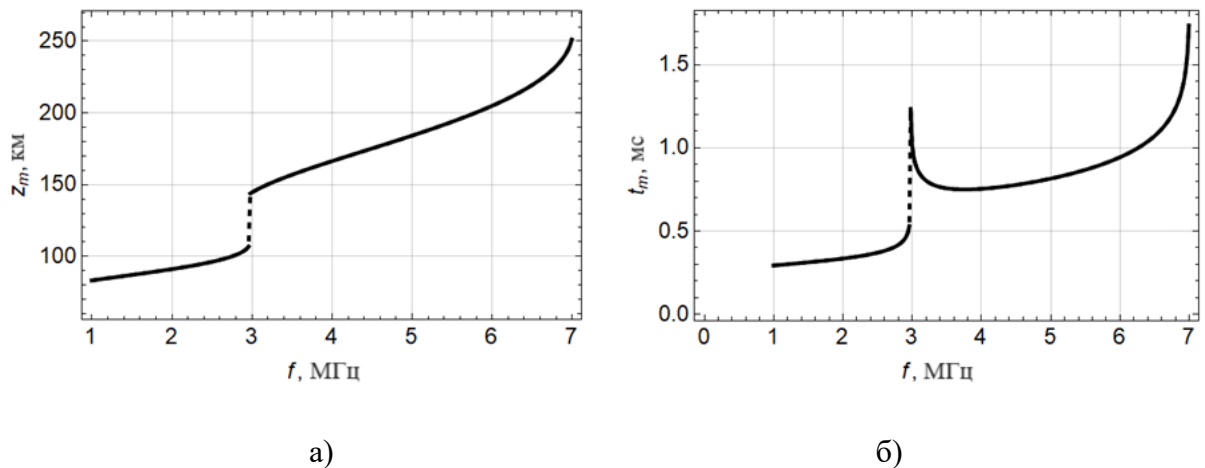


Рис. 4.2.14. Зависимость z_m от частоты f – (а), зависимость t_m от частоты f – (б)

Однако зависимость времени t_m прихода луча в точку отражения от частоты уже не является монотонной. Особенно резкий рост времени t_m наблюдается при приближении частоты f к критической частоте слоя F f_m (≈ 7 МГц), так и при приближении к критической частоте слоя E (≈ 3 МГц). Резкий рост кривых на рис. 4.2.14 в районе межслоевой долины и максимума слоя F2 приводит к неустойчивости итерационного процесса при восстановлении эффективной частоты соударений.

Как и в случае однослоевой модели, исключив частоту f , можно построить график зависимости высоты отражения z_m от задержки t_m (рис. 4.2.15).

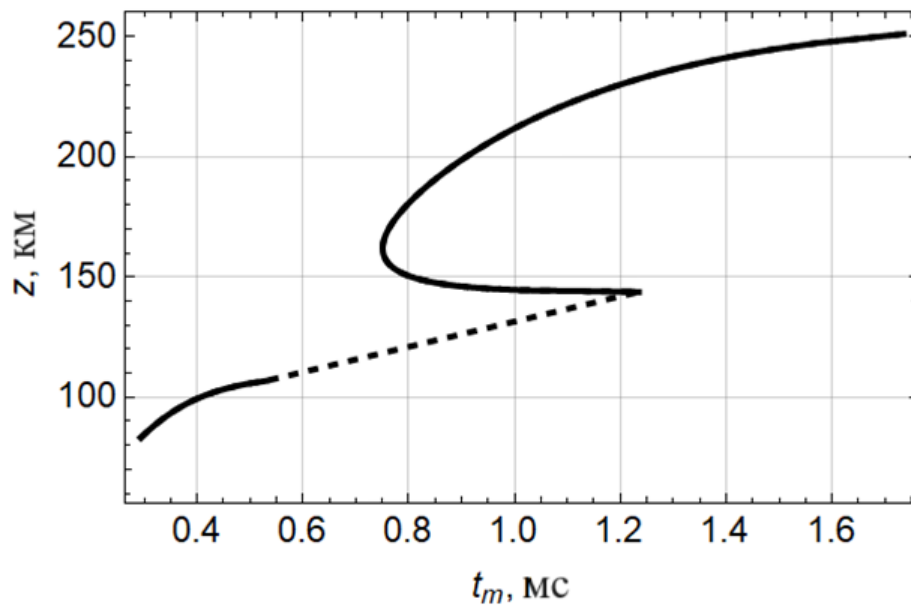


Рис. 4.2.15. Зависимость высоты z_m отражения от времени t_m

Как и на рис. 4.2.14, пунктирная линия на рис. 4.2.15 связана с разрывом, обусловленным межслоевой долиной, и условно соединяет две части графика. Следует отметить неоднозначность: одному и тому же времени t_m могут соответствовать две различные высоты отражения, что связано с резким увеличением времени t_m при приближении к критическим частотам как слоя E, так и F.

Зависимости ослабления сигнала A_m для двухслойной модели, рассчитанные по формуле (4.2.33) вдоль лучей, соответствующих различным частотам, приведены на рис. 4.2.16: на рис. 4.2.16 а – от времени, на рис. 4.2.16 б – от высоты.

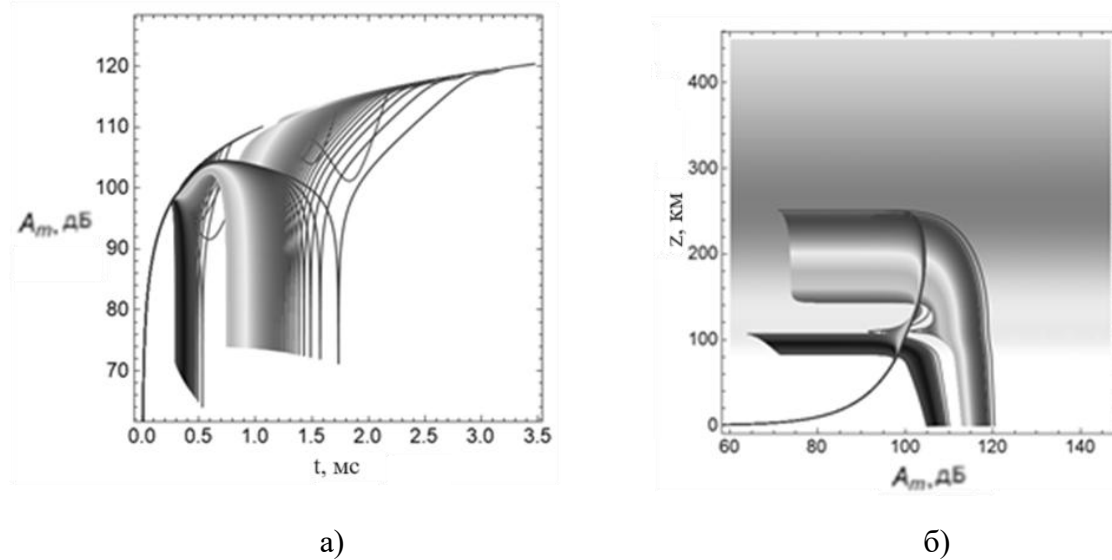


Рис. 4.2.16. Амплитуды сигнала: а) – от времени, б) – от высоты

Сравнивая рис. 4.2.5 (однослойная модель) и рис. 4.2.16 (двухслойная модель), видим, что для двухслойной модели кривые разделились на две группы. Первая группа кривых соответствует лучам, отразившимся от слоя Е. Это левые кривые на рис. 4.2.16 а и нижние кривые на рис. 4.2.16 б. Вторая группа кривых соответствует лучам с более высокой частотой, отразившимся от слоя F. Это правые кривые на рис. 4.2.16 а и верхние кривые на рис. 4.2.16 б. Между ними прослеживаются линии, связанные с переходной областью.

Зависимость поглощения ψ от частоты f представлена на рис. 4.2.17. В отличие от однослойной модели (рис. 4.2.8), функция имеет экстремум (максимум) в окрестности критической частоты слоя Е и не является монотонной.

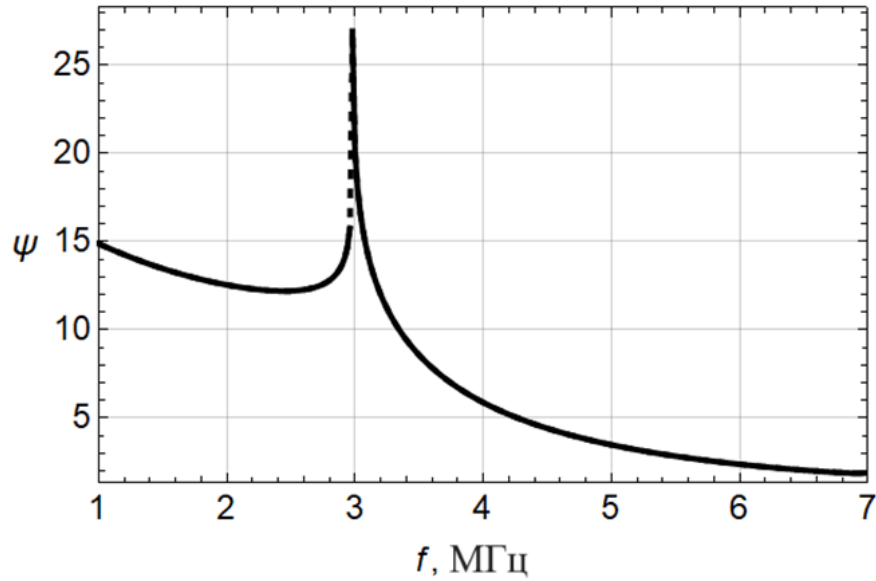


Рис. 4.2.17. Зависимость поглощения ψ от частоты f (двуслойная модель)

Перейдём теперь к восстановлению зависимости эффективной частоты соударений ν_e как функции высоты z . На рис. 4.2.18 показана частотная зависимость функции L , используемой для восстановления.

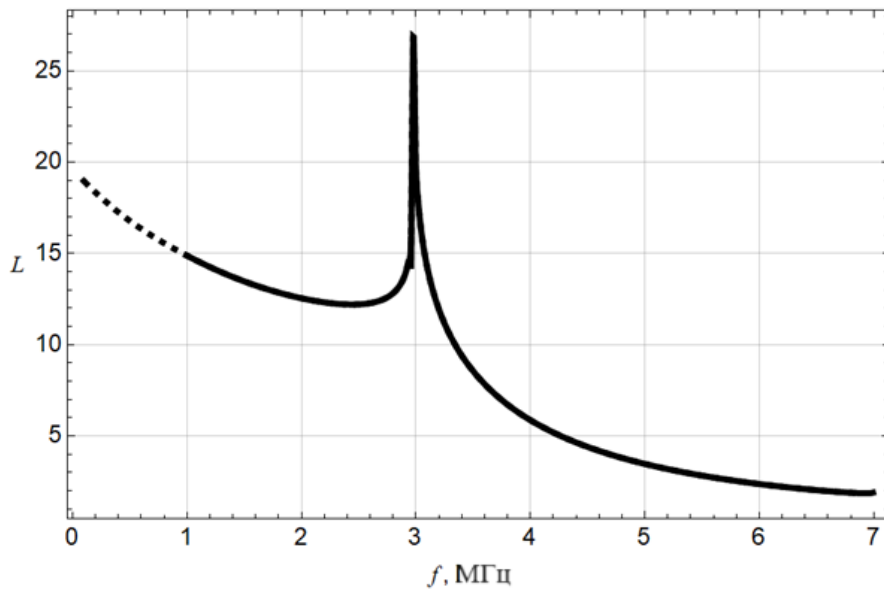


Рис. 4.2.18. Зависимость функции L от частоты f (двуслойная модель)

Она, разумеется, соответствует функции ψ , но имеет аналитическое продолжение в область малых частот, на которых измерения недоступны. Наличие слоя E, а главное, межслоевой долины препятствует прямому применению описанного

выше алгоритма для восстановления ν_e как функции высоты z . Результат восстановления $\nu_e(z)$ на низких частотах (и малых высотах) представлен на рис. 4.2.19.

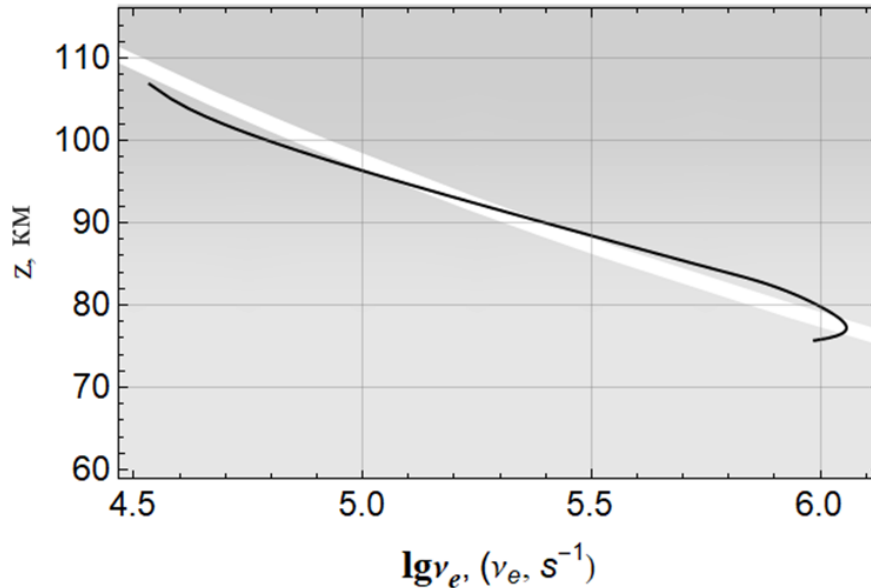


Рис. 4.2.19. Сравнение зависимости модельной и расчетной частоты соударений электронов от высоты

Для нижней ионосферы расчётные (сплошная черная линия) и модельные значения (белая широкая линия) совпадают с хорошей точностью. Петля на конце черной линии – это следствие приближения (4.2.28). Нижняя часть ионосферы является особенно важной областью, поскольку формирует основное поглощение радиоволны.

По данным, представленным на рис. 4.2.19, методом наименьших квадратов можно построить экстраполяционную модель (4.2.35):

$$\lg \nu_e = a + \frac{b}{z}, \quad a \approx 0.443, \quad b \approx 442.8, \quad (4.2.35)$$

которая, естественно, отличается и от аналогичной модели для однослойной ионосферы (4.2.34) и от аппроксимации исходной зависимости (4.2.32). Однако результат экстраполяции оказывается вполне приемлемым.

На рис. 4.2.20 сопоставлена экстраполяционная модель (пунктирная линия), построенная по расчётным данным, и исходная зависимость.

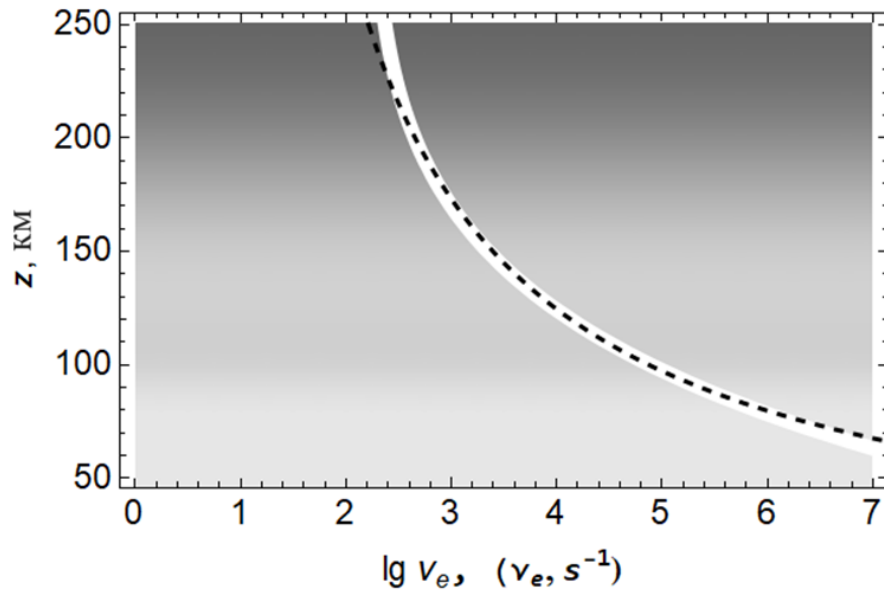


Рис. 4.2.20. Сравнение исходной зависимости и экстраполяционной модели

Очевидно, что совпадение хорошее. На высоких частотах с помощью данных ЛЧМ зондирования возможна дополнительная коррекция.

§ 4.3 Определения частоты соударений электронов с учетом влияния магнитного поля Земли

В настоящем разделе рассмотрен амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов с учётом влияния магнитного поля Земли на основе анализа отражения от ионосферы как обыкновенной, так и необыкновенной волны [42,71,107].

4.3.1. Особенности вычисления лучевых характеристик и расходимости в магнитоактивной плазме

В разделе 4.2.2 показано, что эффективная частота соударений ν_e определяет поглощение ψ , которое в свою очередь определяет амплитуду A зондирующего сигнала, прошедшего в приемник после отражения от ионосферных слоев. По-прежнему амплитуда связана с поглощением формулой (4.2.19) [6,47], а источник излучения, мощностью $W=1$ кВт, является изотропным и расположен в начале координат (4.2.20) [47,111].

Так как из эксперимента может быть известна зависимость амплитуды A принятого сигнала от частоты f , а также задержка отразившегося сигнала t_0 , как функция частоты, то можно найти поглощение ψ по формуле (4.2.21).

Поскольку A и E_0 известны, для того чтобы найти поглощение ψ необходимо вычислить расходимость D . Для этого необходимо решить систему бихарактеристических уравнений Гамильтона-Лукина [6,25,37,42,54] (4.2.1), в которой эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения $\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega)$ зависит не только от координат и частоты, но и от волнового вектора. Будем предполагать, что среда плоскостойкая, то есть $\varepsilon(\vec{r}, \vec{k}, \omega) = \varepsilon(z, \vec{k}, \omega)$.

Систему (4.2.1) необходимо дополнить начальными условиями [42,54] (4.2.4.). По-прежнему, для рассматриваемой модели ионосферы можно считать, что $\varepsilon_0 \approx 1$.

Для вертикального луча $\zeta = 0$, $\eta = \pi/2$. Поэтому формулы (4.2.5) принимают вид:

$$k_x(0) = 0, \quad k_y(0) = 0, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, \quad \vec{r}(0) = 0, \quad (4.3.1)$$

что позволяет упростить бихарактеристическую систему (4.2.1), которая принимает вид:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{2k_z c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_z}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega}, \quad \frac{dk_z}{dt} = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial z}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega}, \quad (4.3.2)$$

$$k_x(t) = 0, \quad \left. \frac{dx}{dt} = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_x}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \right|_{k_x=0}, \quad (4.3.3)$$

$$k_y(t) = 0, \quad \left. \frac{dy}{dt} = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_y}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \right|_{k_y=0}. \quad (4.3.4)$$

Таким образом, система (4.2.1) разбивается на три подсистемы. Сначала интегрируется система (4.3.2) с учетом равенства нулю k_x и k_y . Затем с учетом решения системы (4.3.2) интегрируются выражения (4.3.3) и (4.3.4). Необходимо отметить, что выражения содержат сингулярности. Результатом решения систем

(4.3.2-4.3.4) являются зависимости $\vec{r}(t)$ и $\vec{k}(t)$ для каждой выбранной частоты. Однако этого недостаточно для вычисления расходимости. Для определения расходимость D необходимо знать производные $\vec{r}(t)$ и $\vec{k}(t)$ по углам ζ и η . Эти величины можно найти, решая расширенную бихарактеристическую систему Лукина (4.2.2, 4.2.3) [21,37] с начальными условиями (4.2.6). Для вертикального луча формулы (4.2.6) упрощаются [47,110,111] (см. (4.2.7)).

Анализируя (4.2.2), (4.2.3) с учетом (4.2.7), можно найти, что:

$$k'_{x\zeta}(t) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}, \quad k'_{y\zeta}(t) = 0, \quad k'_{x\eta}(t) = 0, \quad k'_{y\eta}(t) = -\frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}. \quad (4.3.5)$$

Таким образом, в системе (4.2.2), (4.2.3) из 12 остаётся 8 уравнений, которые решаются численно с учетом решения системы (4.3.2–4.3.4).

Теперь можно перейти к определению расходимости, которая вычисляется как корень из отношения якобиана J_0 к J по формулам [21,37]:

$$D = \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|}, \quad J = \begin{vmatrix} T_x & T_y & T_z \\ x'_\zeta & y'_\zeta & z'_\zeta \\ x'_\eta & y'_\eta & z'_\eta \end{vmatrix}, \quad J_0 = J|_{r=r_0}. \quad (4.3.6)$$

где

$$T_x = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_x}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \Big|_{k_x=0}, \quad T_y = -\frac{\omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_y}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega} \Big|_{k_y=0}, \quad T_z = \frac{2k_z c^2 - \omega^2 \partial \varepsilon / \partial k_z}{\partial(\varepsilon \omega^2) / \partial \omega}. \quad (4.3.7)$$

В отличие от [47,111] (см. (4.2.10)) в данном разделе эффективная диэлектрическая проницаемость среды распространения задавалась в виде формулы Эпплтона-Хартри-Лассена:

$$\varepsilon_{\pm} = 1 - \frac{2X(1-X)}{2(1-X) - Y^2 \sin^2 \phi \pm \sqrt{Y^4 \sin^4 \phi + 4Y(1-\nu)^2 \cos^2 \phi}}, \quad (4.3.8)$$

в которой

$$X = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m_e \omega^2}, \quad Y^2 = \left(\frac{\omega_H}{\omega} \right)^2 = \frac{e^2 H_0^2}{m_e^2 c^2 \omega^2}, \quad (4.3.9)$$

угол ϕ – это угол между волновым вектором \vec{k} и вектором напряженности магнитного поля Земли $\vec{H}_0 = (H_{0x}, H_{0y}, H_{0z})$, напряженность $H_0 = 0,465$ Э; угол склонения ($-\gamma$) равен 57° ; а угол наклона ($-\varphi$) равен -45° .

4.3.2. Модель электронной концентрации ионосферы и эффективной частоты соударений электронов

Модель электронной концентрации $N(z)$, рассмотренная в настоящем разделе, показана на рис. 4.3.1.

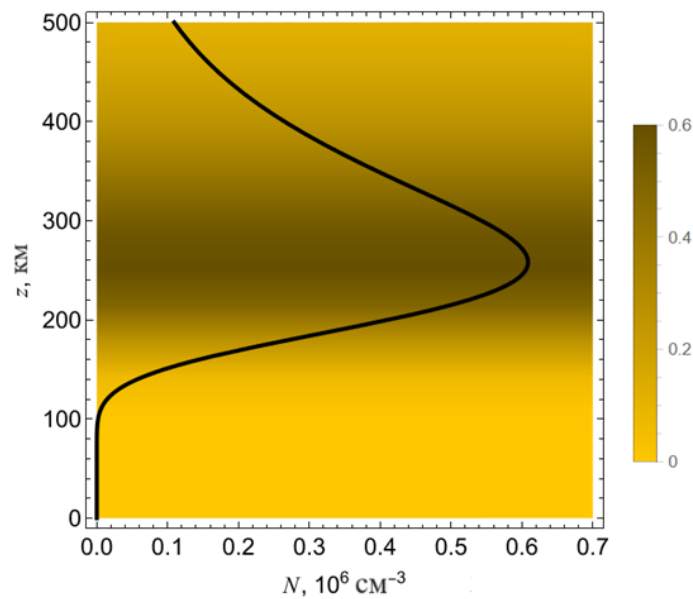


Рис. 4.3.1. Зависимость электронной концентрации от высоты

На рисунке зависимость электронной концентрации от высоты показана дважды: как в виде жирной черной линии, так и в виде жёлтого фона. Модель содержит ионосферные слои F.

$$N(z) \approx 70254.26 \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp \theta_1 + \theta_1) \right] + 561828.04 \exp \left[\frac{1}{2} (1 - \exp \theta_2 + \theta_2) \right], \quad (4.3.10)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{40} (196 - z), \quad \theta_2 = \frac{1}{55} (263 - z). \quad (4.3.11)$$

Максимум слоя F1 расположен на высоте ~ 196 км, а максимум слоя F2 – на высоте ~ 263 км.

Зависимость логарифма эффективной частоты соударений от высоты приведена на рис. 4.3.2 (белая линия) [47,111]. Из рисунка видно, что до высоты примерно 250 км эффективная частота соударений спадает примерно по гиперболическому закону (синяя линия):

$$\lg \nu_e \approx 0.623965 + \frac{415.116}{z} \quad (4.3.12)$$

и на больших высотах не очень сильно влияет на ослабление сигнала. Высота z выбрана в километрах.

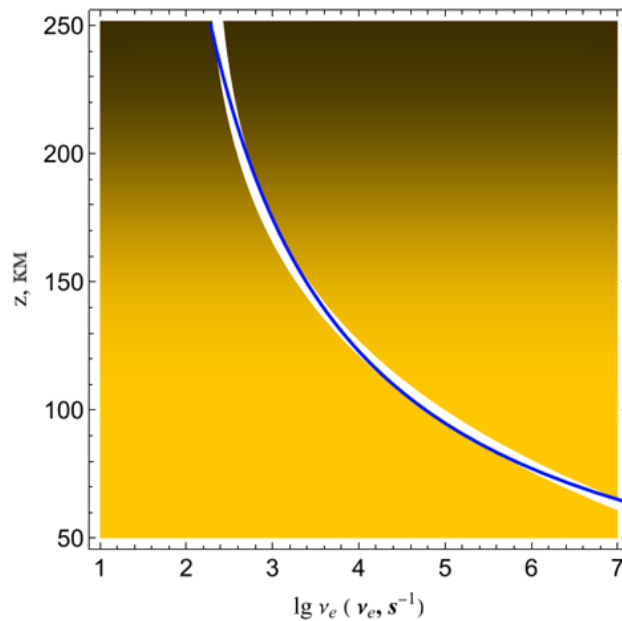


Рис. 4.3.2. Зависимость эффективной частоты соударений от высоты

4.3.3. Метод восстановления эффективной частоты соударений с учетом анизотропии среды

Как и в изотропном случае, зная амплитуду A и начальную амплитуду E_0 можно, после вычисления расходимости D , перейти к определению эффективной частоты соударений ν_e , то есть восстановить кривую, показанную на рис. 4.3.2. Считается, что поглощение волны вдоль лучевой траектории пропорционально интегралу от мнимой части показателя преломления [12]. При расчете амплитуды сигнала по формуле (4.2.19) было использовано выражение для поглощения радиосигнала в виде интеграла вдоль лучевой траектории:

$$\psi = \int_0^{t_0} \psi'(t) dt, \quad (4.3.13)$$

в котором t_0 – время задержки отражённого от ионосферы сигнала,

$$\psi'(t) = -\frac{\omega}{c} \chi \frac{H_k}{H_\omega}, \quad (4.3.14)$$

$$H_\omega = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial(\omega^2 \varepsilon)}{\partial \omega}, \quad H_k = 2 \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + \left(k_z - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right)^2}, \quad (4.3.15)$$

$$\chi = -\sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{(\operatorname{Re}(\varepsilon_r))^2 + (\operatorname{Im}(\varepsilon_r))^2} - \operatorname{Re}(\varepsilon_r)}. \quad (4.3.16)$$

В формуле (4.3.16) χ – это мнимая часть показателя преломления, а ε_r – это выражение для эффективной диэлектрической проницаемости с учетом частоты соударений [12]:

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{X}{1 - iZ - \frac{Y^2 \sin^2 \alpha}{2(1 - X - iZ)} \pm \sqrt{\frac{Y^4 \sin^4 \alpha}{4(1 - X - iZ)^2} + Y^2 \cos^2 \alpha}}, \quad (4.3.17)$$

где

$$Z = \frac{v_e}{\omega}. \quad (4.3.18)$$

Если предположить, что мнимая часть эффективной диэлектрической проницаемости много меньше вещественной и пренебречь влиянием внешнего магнитного поля, то из формул (4.3.14–4.3.18) можно получить упрощенное выражение:

$$\psi'(t) \approx \tilde{\psi}'(t) = -\frac{\omega}{2} \varepsilon_2, \quad \varepsilon_2 = \operatorname{Im} \varepsilon_r. \quad (4.3.19)$$

При расчете амплитуды A использовались формулы (4.3.14–4.3.18) и, в частности, формула (4.3.17) для вычисления мнимой части эффективной диэлектрической проницаемости. Однако при восстановлении эффективной частоты соударений для уменьшения времени вычислений вместо (4.2.21) использовалась формула:

$$\tilde{\psi} = -\ln \frac{A}{DE_0}, \quad (4.3.20)$$

в которой [6,36] (см. (4.3.19)):

$$\tilde{\psi} = -\frac{\omega}{2} \int_0^{t_0} \tilde{\varepsilon}_2 dt. \quad (4.3.21)$$

В формуле (4.3.21) выражение ε_2 (см. (4.3.17)) приближённо заменено на $\tilde{\varepsilon}_2$ [47,110,111]:

$$\tilde{\varepsilon}_2 = -XZ. \quad (4.3.22)$$

Объединяя выражения (4.3.20) и (4.3.21), получаем интегральное уравнение Вольтерра второго рода:

$$\frac{V_c}{\omega^2} \int_0^{t_m} \nu_e N dt = -\ln \frac{A}{DE_0}, \quad V_c = \frac{4\pi e^2}{m_e} \quad (4.3.23)$$

Введем обозначение:

$$\tilde{L} = -\frac{1}{V_c} \ln \frac{A}{DE_0}. \quad (4.3.24)$$

Выражение \tilde{L} является функцией рабочей частоты f и вычисляется в точке приёма сигнала. В уравнении (4.3.23) t_m – это время, за которое сигнал проходит расстояние от источника точки отражения от ионосферы ($t_0=2 t_m$). Как и \tilde{L} величина t_m также является функцией частоты. Электронная концентрация N и эффективна частота соударений ν_e являются функциями высоты z , которая в свою очередь зависит от группового времени t , так как вычисляется вдоль траектории. Поэтому функция $z(t)$ также зависит от частоты.

Для решения уравнения (4.3.23) можно применить метод итераций [47,110,111]. Введем обозначение $G = \nu_e N_c$. Так как существует нижняя граница ионосферы $z(t_{m0})$ ниже которой электронная концентрация равна нулю, то до некоторой частоты f_0 , для которой время t_m равно t_{m0} , интеграл в левой части (4.3.23) равен нулю:

$$\int_0^{t_{m0}} G dt = 0. \quad (4.3.25)$$

Рассмотрим частотный интервал (f_0, f_M) разделим его на n частей $(f_0, f_1, \dots, f_j, \dots, f_n = f_M)$. Здесь f_M – частота, выше которой лучи проходят ионосферные слои и не возвращаются на землю. Будем считать функцию G на каждом таком интервале постоянной и равной G_j . Определим величины t_{mj} для каждой f_j . В результате получим:

$$G_1 = L_1 \frac{\omega_1^2}{t_{m1} - t_{m0}}, \quad G_2 = L_2 \frac{\omega_2^2}{t_{m2} - t_{m1}} - G_1 \frac{t_{m1} - t_{m0}}{t_{m2} - t_{m1}}, \dots, \\ G_j = L_j \frac{\omega_j^2}{t_{m,j} - t_{m,j-1}} - \sum_{i=1}^{j-1} G_i \frac{t_{m,i} - t_{m,i-1}}{t_{m,j} - t_{m,j-1}}, \quad j \geq 2. \quad (4.3.26)$$

После вычислений G_j эффективная частота соударений находится делением G_j на значение электронной концентрации $N(z)$ в соответствующей точке.

4.3.4. Результаты численного моделирования для обыкновенной и необыкновенной волны

Рассмотрим численную реализацию изложенных выше методов. На рис. 4.3.3–4.3.6 приведены результаты решения системы бихарактеристических уравнений (4.2.1). На рис. 4.3.3 а (а также на рисунках 4.3.4–4.3.8 и 4.3.10) показана лучевая структура обыкновенной волны, а на рис. 4.3.3 б – лучевая структура необыкновенной волны.

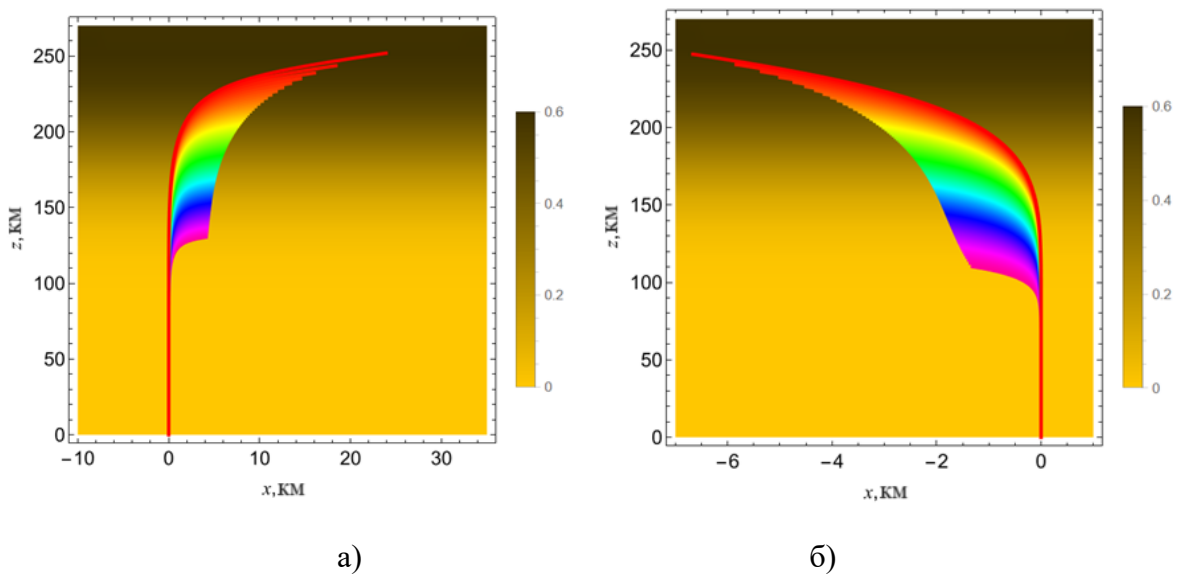


Рис. 4.3.3. Проекция лучевых траекторий на координатную плоскость (x, z) : а) – обыкновенная волна, б) – необыкновенная волна

Проекции лучевых траекторий в ионосфере на координатную плоскость (x,z) приведены на рис. 4.3.3. Видно, что за счет влияния магнитного поля волна при распространении в ионосфере отклоняется от вертикали, причем для обыкновенной и необыкновенной волны это отклонение противоположно [6] и значительно меньше.

После отражения от ионосферы луч возвращается в источник излучения по той же траектории. Цветом на рисунках отмечена рабочая частота: от фиолетового (минимальная частота) до красного (максимальная частота). Плотность электронной концентрации ионосфера показана фоном. В легенде 1 соответствует 10^6 см^{-3} .

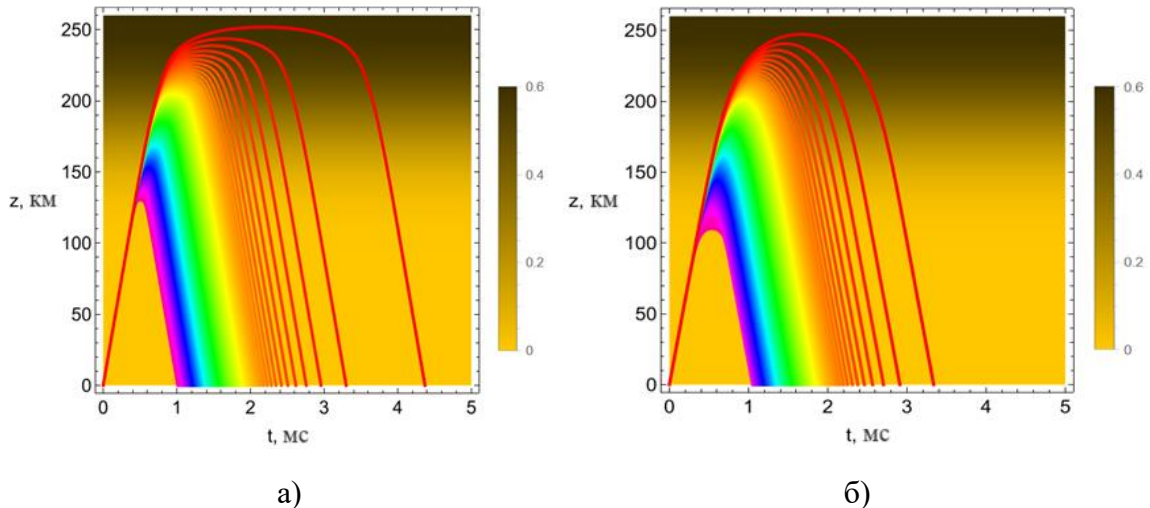


Рис. 4.3.4. Лучевые траектории в координатах (t,z) : а) – обыкновенная волна, б) – необыкновенная волна

На рис. 4.3.4 показаны лучевые траектории в координатах (t,z) для обыкновенной и необыкновенной волны. При этом частота f меняется в соответствии с цветами спектра от 1.6 МГц (фиолетовая линия) до 6.993 МГц (красная линия) для обыкновенной волны и от 1.6 МГц (фиолетовая линия) до 7.65 МГц (красная линия) для необыкновенной волны. Время распространения сигнала возрастает с ростом частоты.

На рис. 4.3.5 показаны зависимости вертикальной компоненты волнового вектора k_z от времени t для волн о- и х-поляризации.

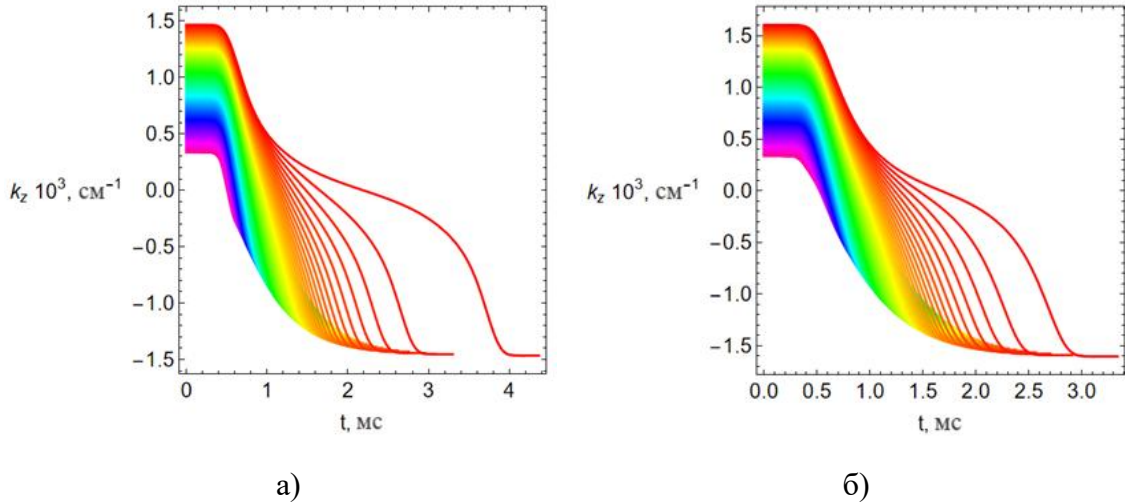


Рис. 4.3.5. Зависимость вертикальной компоненты волнового вектора от времени: а) – обыкновенная волна, б) – необыкновенная волна

По рисунку можно проследить, как меняется вертикальная компонента волнового вектора вдоль лучевой траектории во времени.

На рис. 4.3.6 показаны зависимости вертикальной компоненты волнового вектора k_z от высоты z .

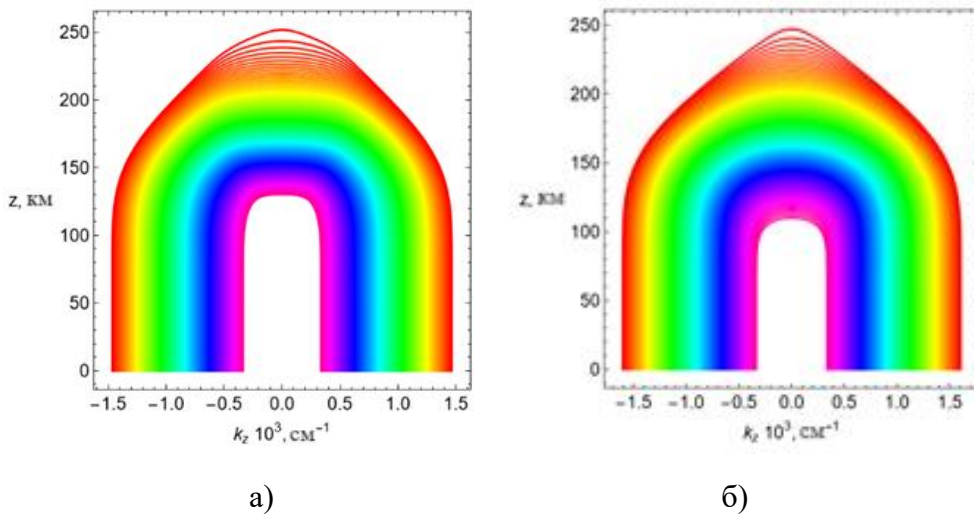


Рис. 4.3.6. Зависимость вертикальной компоненты волнового вектора от высоты: а) – обыкновенная волна, б) – необыкновенная волна

Видно, что кривые симметричны, и основное изменение волнового вектора происходит вблизи точки отражения от ионосферы. Смысл цветовой раскраски рис. 4.3.5 и 4.3.6 тот же, что и рис. 4.3.3 и 4.3.4.

Перейдем теперь к амплитудным характеристикам. Сначала оценим расходимость D (4.3.6.). Решая расширенную бихарактеристическую систему

(4.3.2)–(4.3.4), найдем ослабление A_m сигнала, обусловленного расходимостью, по формуле

$$A_m = -20 \lg \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|}. \quad (4.3.27)$$

На рис. 4.3.7 приведены зависимости ослабления A_m сигнала как функции времени вдоль лучевых траекторий, на рис. 4.3.8 зависимости ослабления A_m от высоты.

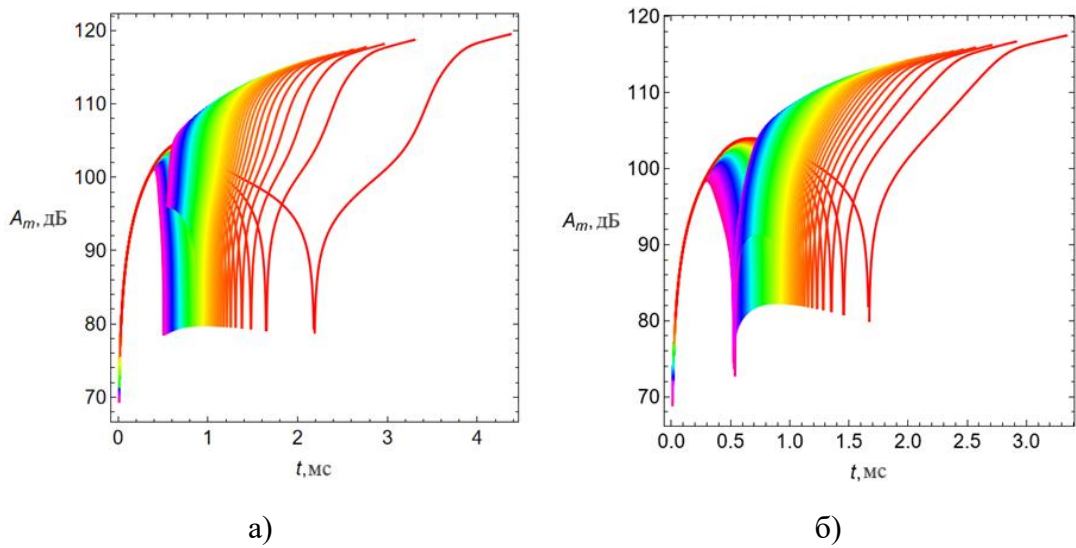


Рис. 4.3.7. Зависимость ослабления сигнала от времени: а) – обыкновенная волна, б) – необыкновенная волна

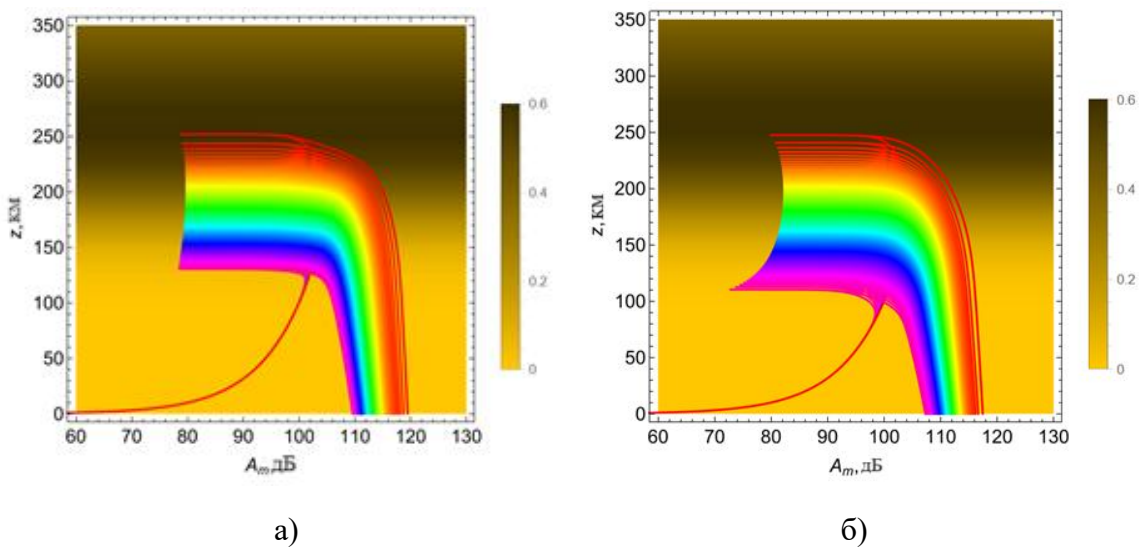


Рис. 4.3.8. Зависимость ослабления сигнала от высоты: а) – обыкновенная волна, б) – необыкновенная волна

Как и на предыдущих рисунках, разными цветами отмечены лучи, принадлежащие разным частотам. Зависимости для обыкновенной и необыкновенной волн различаются незначительно.

Из рис. 4.3.7 и 4.3.8 видно, что при движении вдоль луча к точке отражения от источника ослабление сначала резко увеличивается (более 100 дБ), в окрестности точки отражения (которая соответствует каустике [36]) ослабление A_m уменьшается, в точке отражения $A_m \rightarrow -\infty$, а далее ослабление опять увеличивается.

Теперь рассмотрим результаты математического моделирования в точке приема отраженного сигнала.

На рис. 4.3.9 приведены зависимости высоты отражения сигнала z_m от частоты, вычисленные для обыкновенной и необыкновенной волны (рис. 4.3.9 а) и зависимости от частоты времени t_m прихода луча в точку отражения (рис. 4.3.9 б). Величины z_m и t_m растут с ростом частоты f . Как и следовало ожидать, кривые, соответствующие обыкновенной волне, расположены выше кривых, соответствующих необыкновенной волне. При приближении к максимуму ионосферного слоя наблюдается резкий рост кривых.

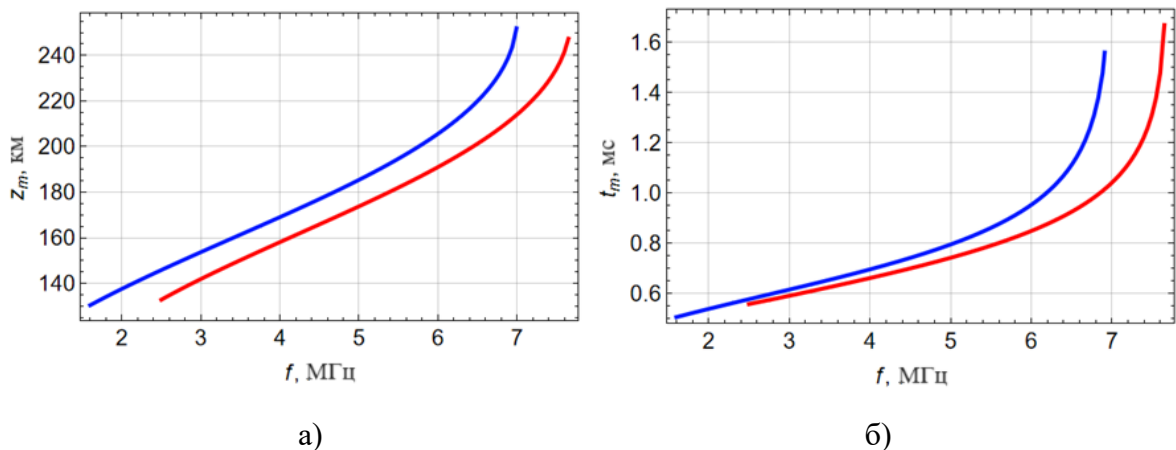


Рис. 4.3.9. Зависимость от частоты: а) – высоты отражения, б) – времени прихода луча в точку отражения; синяя линия – обыкновенная волна, красная линия – необыкновенная волна

Из рис. 4.3.9 а и 4.3.9 б легко получаются графики (рис. 4.3.10) зависимости высоты отражения сигнала от времени отражения t_m . Обе кривые гладкие и взаимно-однозначные, однако они имеют точку пересечения.

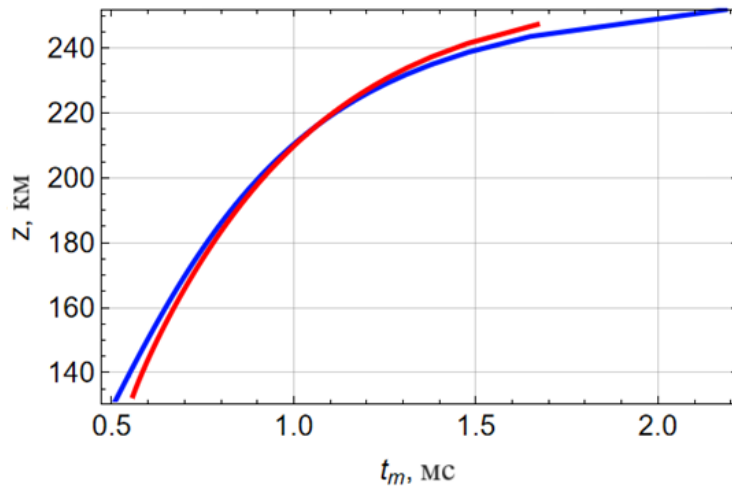


Рис. 4.3.10. Зависимость высоты отражения от задержки

На рис. 4.3.11 а показана зависимость поглощения ψ от частоты f , полученная по формулам (4.3.13)–(4.3.16), на рис. рис. 4.3.11 б амплитуды сигналов для обыкновенной (синяя линия) и необыкновенной (красная линия) волны.

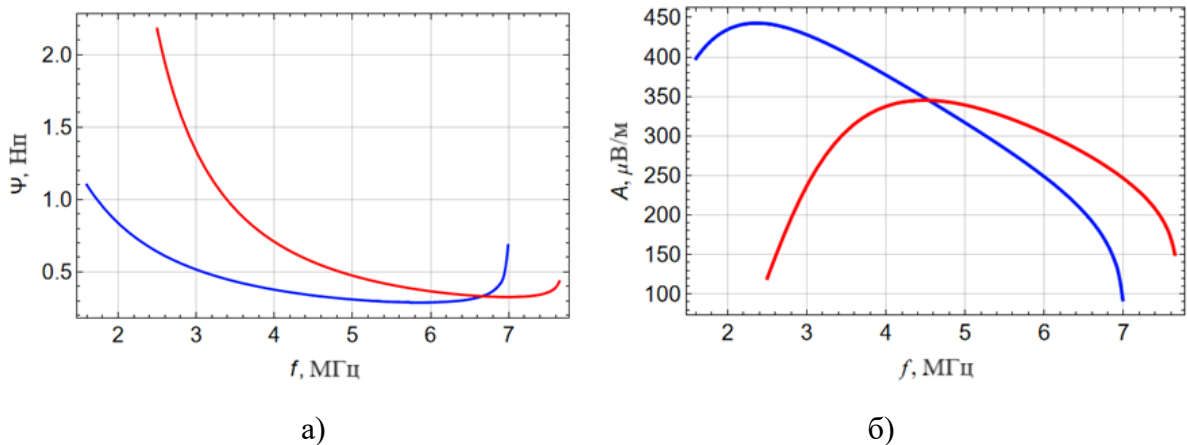


Рис. 4.3.11. Зависимость от частоты f : (а) – поглощения ψ , (б) – амплитуды сигнала A

Видно, что поглощение необыкновенной волны особенно велико на более низких частотах. Амплитуда сигнала, отраженного от ионосферы с увеличением частоты, сначала растёт, а потом убывает (рис. 4.3.11 б). В правой части рис. 4.3.11 б видим, что амплитуда необыкновенной волны превышает амплитуду обыкновенной волны. Это объясняется тем, что при одной и той же частоте необыкновенная волна проходит меньшее расстояние, чем обыкновенная волна.

Перейдем теперь к результатам восстановления эффективной частоты соударений.

На рис. 4.3.12 а и б показаны результаты моделирования зависимости эффективной частоты соударений ν_e от высоты z для обыкновенной (а) и необыкновенной волны (б). Белой линией показана заданная (см. рис. 4.3.2) зависимость эффективной частоты соударений от высоты, а черной линией – результаты восстановления по предложенному выше алгоритму.

Видно, что, если для обыкновенной волны существует значительная область, где заданные и расчётные значения совпадают с приемлемой точностью, то для необыкновенной волны такая область очень невелика. Здесь следует иметь в виду, что для быстроты вычислений в применяемом алгоритме расчета использовались существенные приближения, которые обсуждались выше.

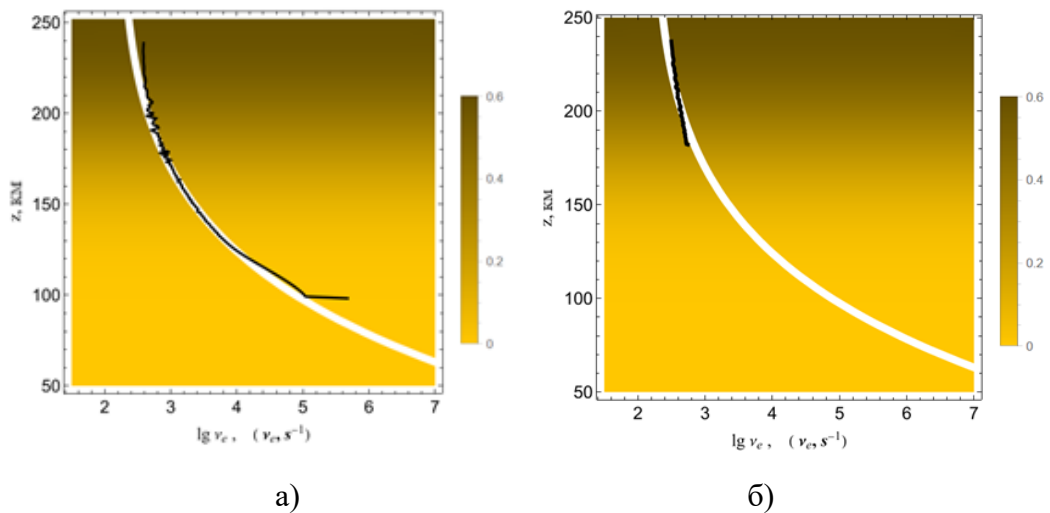


Рис. 4.3.12. Сопоставление модельной и расчётной частоты соударений: а) обыкновенная волна, б) – необыкновенная волна

Тем не менее полученные результаты для обыкновенной волны позволяют методом наименьших квадратов получить формулу для интерполяционной кривой:

$$\lg \nu_e \approx 0.419059 + \frac{450.897}{z}, \quad (4.3.28)$$

которая хорошо согласуется с формулой (4.3.12), построенной по исходным данным.

На рис. 4.3.13 показаны три кривые: исходные данные (белая линия), интерполяционная кривая, построенная по исходным данным (4.3.12) (красная

линия), и результат восстановления по формуле (4.3.28) (синяя линия). Видно, что совпадение красной и синей линий удовлетворительное.

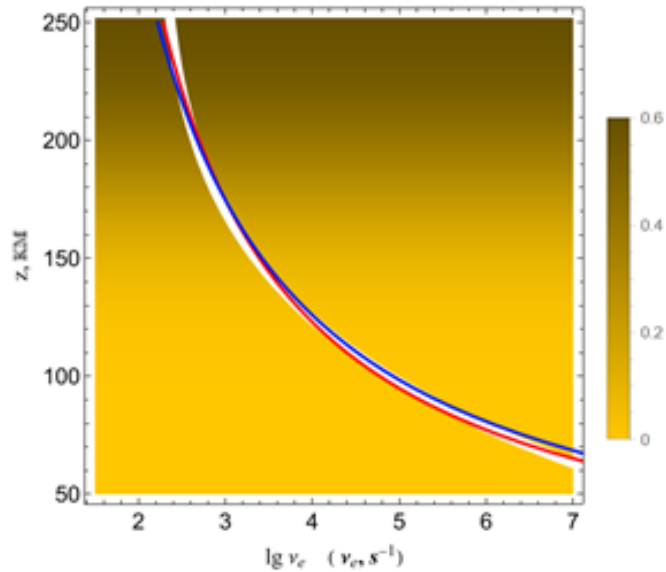


Рис. 4.3.13. Аппроксимация эффективной частоты соударений

§ 4.4. Амплитудный метод восстановления частоты соударений электронов на наклонных трассах

В предыдущих разделах рассматривались случаи, когда методом получения данных об ионосфере Земли было вертикальное зондирование. В этом разделе мы обобщим полученные результаты [47,110,111] на случай наклонного (а точнее, слабонаклонного) зондирования ионосферы. Как уже отмечалось выше, актуальность этого метода связана с активного проводящимися в настоящее время экспериментами по мониторингу ионосферы Земли на слабонаклонных трассах [82,90].

Главным отличием слабонаклонного подхода к построению амплитудного метода восстановления эффективной частоты соударений электронов является необходимость решения задачи “пристрелки”, то есть определения всех лучей пришедших из передатчика в приёмник. Она решается методом бихарактеристик Гамильтона-Лукина (см. раздел 4.2., формулы (4.2.1, 4.2.4). В данном разделе ограничимся изотропны случаем [40,52]. Тогда система (4.2.1) несколько упрощается:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{2\vec{k}c^2}{\partial(\varepsilon\omega^2)/\partial\omega}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{\omega^2\partial\varepsilon/\partial\vec{r}}{\partial(\varepsilon\omega^2)/\partial\omega}, \quad (4.4.1)$$

однако упростить начальные условия (1.3.8) не получится.

Результат вычислений приведен на рис. 4.4.1, где показано 45 лучей. Источник излучения расположен в начале координат, а приёмник правее – на расстоянии 100 км. Электронная концентрация ионосферы N определяется формулами:

$$N(z) \approx 7.025426 \times 10^4 \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp\theta_1 + \theta_1)\right] + \\ + 5.6182804 \times 10^5 \exp\left[\frac{1}{2}(1 - \exp\theta_2 + \theta_2)\right], \quad (4.4.2)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{40}(196 - z), \quad \theta_2 = \frac{1}{55}(263 - z), \quad (4.4.3)$$

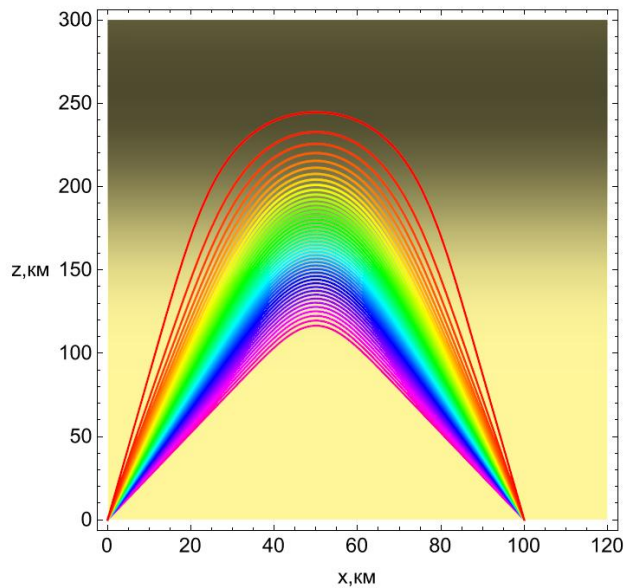


Рис. 4.4.1. Траектории лучей, соединяющих источник и приёмник на разных частотах; фиолетовый нижний луч – частота 1 МГц; красный верхний луч – частота 6.993 МГц

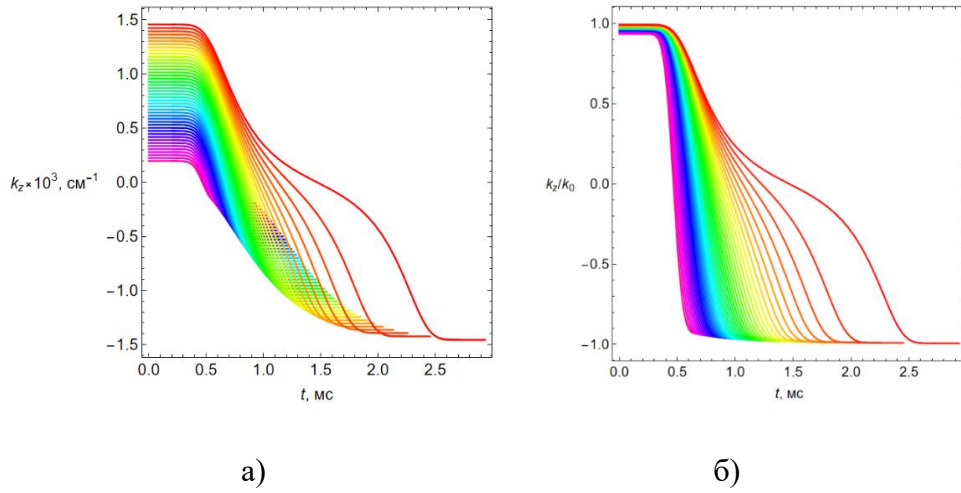


Рис. 4.4.2. Зависимость вертикальной компоненты волнового вектора от времени; а – абсолютные значения, б – относительные значения

а эффективная диэлектрическая проницаемость среды рассчитывается как (см. (4.2.10)):

$$\varepsilon = 1 - X, \quad X = \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = \frac{4\pi e^2 N(z)}{m_e \omega^2}. \quad (4.4.4)$$

На рис. 4.4.2 показаны зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от группового времени. Видно, что до входа в ионосферу вертикальная компонента остаётся постоянной, а потом начинает убывать и меняет знак.

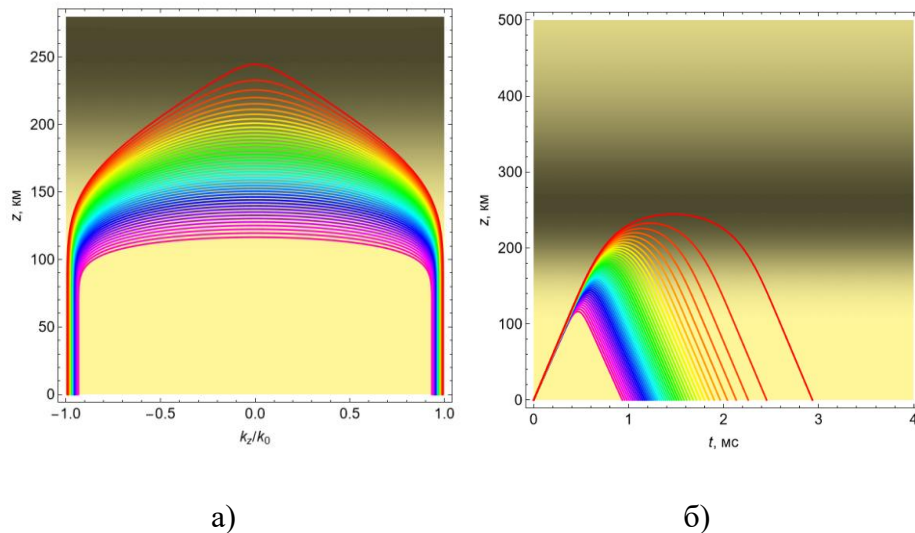


Рис. 4.4.3. Лучевые характеристики; а – зависимость вертикальной компоненты волнового вектора от высоты; б – зависимости высоты лучей от группового времени

На рис. 4.4.3 а показаны зависимости волнового вектора (в относительных единицах) от высоты. На этом рисунке (в отличие от рис. 4.4.1) лучи движутся

слева на право. Частота самого верхнего (красного) луча такова, что небольшое её увеличение приведёт к просачиванию волны сквозь ионосферный слой.

На рис. 4.4.3 б приведены зависимости высоты лучей от группового времени. Видно, что хотя все лучи приходят на поверхность Земли в одну точку, приходят они в разное время.

На основе бихарактеристической системы можно установить зависимость высоты отражения луча $z_m = z(t_m)$ от ионосферы от времени прихода луча в точку отражения t_m . Эта зависимость показана на рис. 4.4.4.

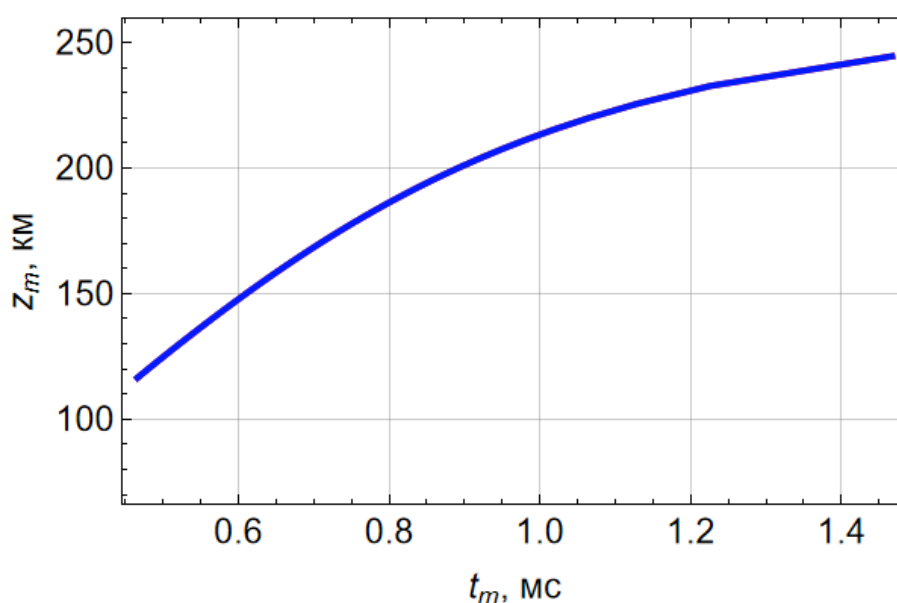


Рис. 4.4.4. Зависимость высоты отражения луча от времени прихода луча в точку отражения

На рис. 4.4.5 приведена зависимость высоты отражения луча от частоты. Высота отражения с частотой плавно растёт: сначала медленно, а после точки перегиба всё быстрее, стремясь к максимуму ионосферного слоя.

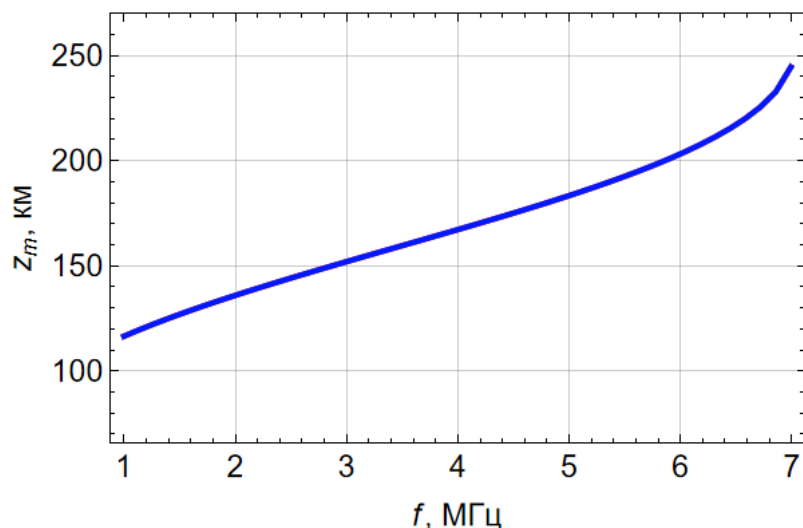


Рис. 4.4.5. Зависимость высоты отражения луча от частоты

На рис. 4.4.6 показана зависимость времени прихода луча t_m в точку отражения от рабочей частоты f . Поскольку траектории слабонаклонные, и горизонтальными градиентами можно пренебречь, то данный рисунок – это ионограмма наклонного зондирования.

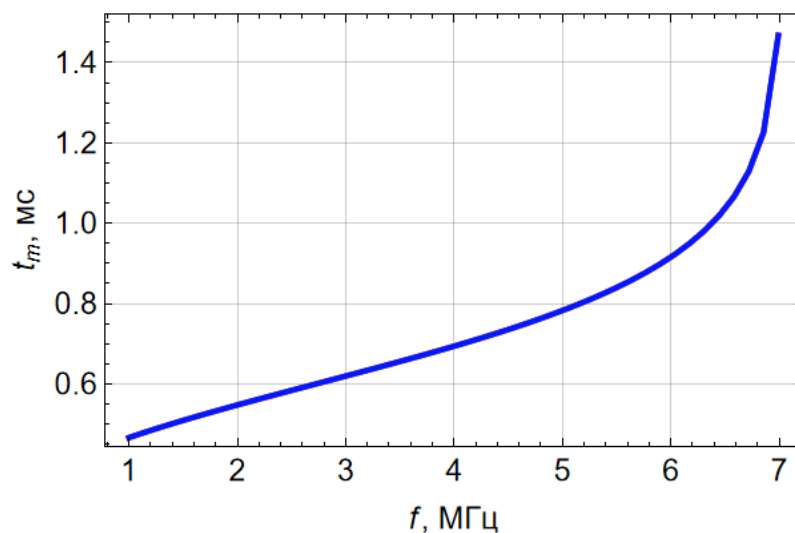


Рис. 4.4.6. Зависимость времени прихода луча t_m в точку отражения от рабочей частоты f

Рассмотрим теперь амплитудные характеристики радиосигналов.

Амплитуда радиосигнала A определяется как (см. (4.2.19))

$$A = E_0 D \exp[-\psi] , \quad (4.4.5)$$

где E_0 – амплитуда поля вне ионосферы на некотором расстоянии r_0 от источника излучения (см. (4.2.20)), ψ – поглощение, а D – лучевая расходимость. Расходимость D находится как соотношение якобианов (см. (4.2.8))

$$D = \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|}, \quad J = \begin{vmatrix} x'_t & y'_t & z'_t \\ x'_{\alpha_0} & y'_{\alpha_0} & z'_{\alpha_0} \\ x'_{\beta_0} & y'_{\beta_0} & z'_{\beta_0} \end{vmatrix}, \quad J_0 = J|_{r=r_0} \quad (4.4.6)$$

Однако существенно упростить формулу (4.4.6) уже не получится. Первая строчка в якобиане находится из решения бихарактеристической системы Гамильтона-Лукина, а две другие – из решения расширенной бихарактеристической системы (4.2.2–3) с начальными условиями (4.2.6).

На рис. 4.4.7 показано ослабление радиосигнала за счет расходимости лучевого потока, вычисленное по формуле:

$$A_m = -20 \lg \sqrt{\left| \frac{J_0}{J} \right|}. \quad (4.4.7)$$

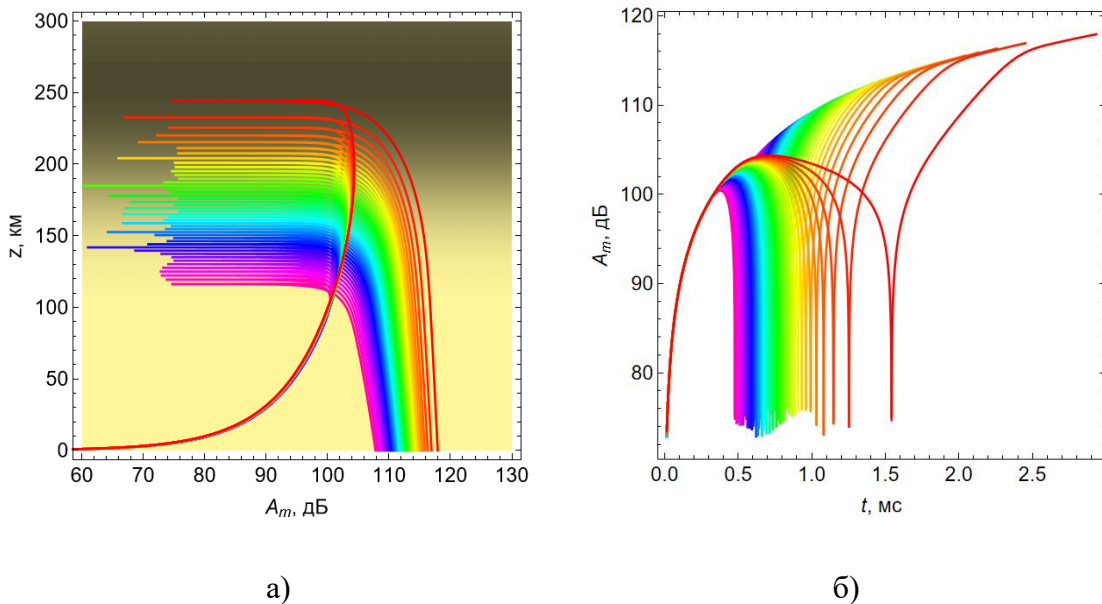


Рис. 4.4.7. Амплитудное ослабление радиосигнала A_m вдоль лучей: а – зависимость от высоты z , б – зависимость от группового времени t

Видно, что ослабление для всех частот сначала резко увеличивается, потом (для каждого луча на своей высоте) возникает каустика (ослабление уменьшается за счет каустической фокусировки), а затем ослабление опять увеличивается и на

Земле составляет от 108 до 118 дБ (рис. 4.4.7 а). Из рис. 4.4.7 б следует, что для каждой частоты каустики возникают при определенном значении группового времени и это значение увеличивается с ростом частоты.

На рис. 4.4.8 показаны зависимости корня из отношения якобианов D и ослабления A_m от частоты f , вычисленные в точке приёма.

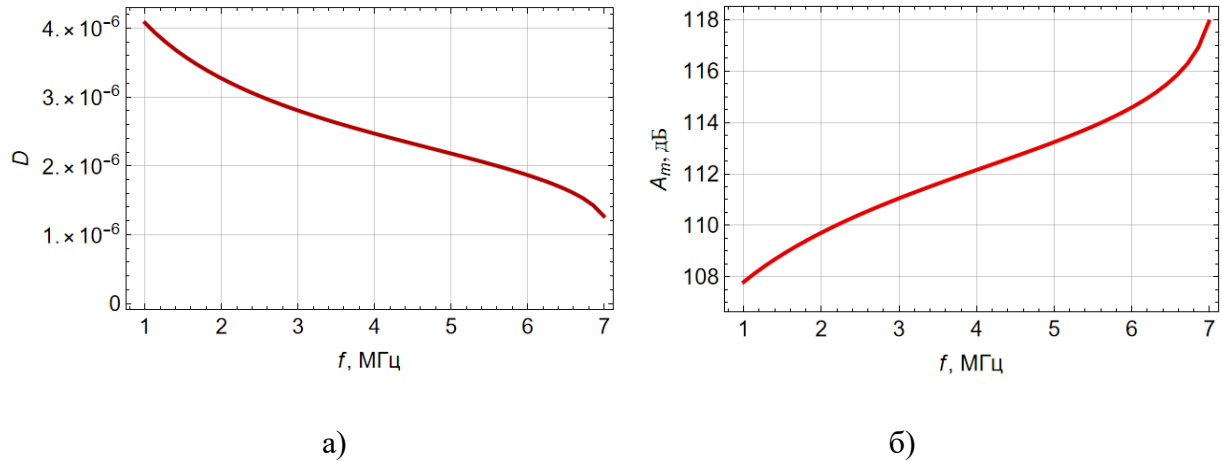


Рис. 4.4.8. Расходимость в точке приёма; зависимость от частоты f : а – корня из отношения якобианов D , б – ослабления радиосигнала A_m

С ростом частоты величина D убывает, а ослабление нарастает.

Предположим, что эффективная частота соударений ν_e электронов известна и определяется формулой:

$$\nu_e = 10^{h_e}, \quad h_e \approx -2,144 + 16,425 \exp(-z/85) + 0,024z - 4,093 \cdot 10^{-5} z^2 + 2,053 \cdot 10^{-8} z^3, \quad (4.4.8)$$

где высота z выражена км. График зависимости десятичного логарифма эффективной частоты соударений ($\lg \nu_e$) от высоты z приведен на рис. 4.4.9.

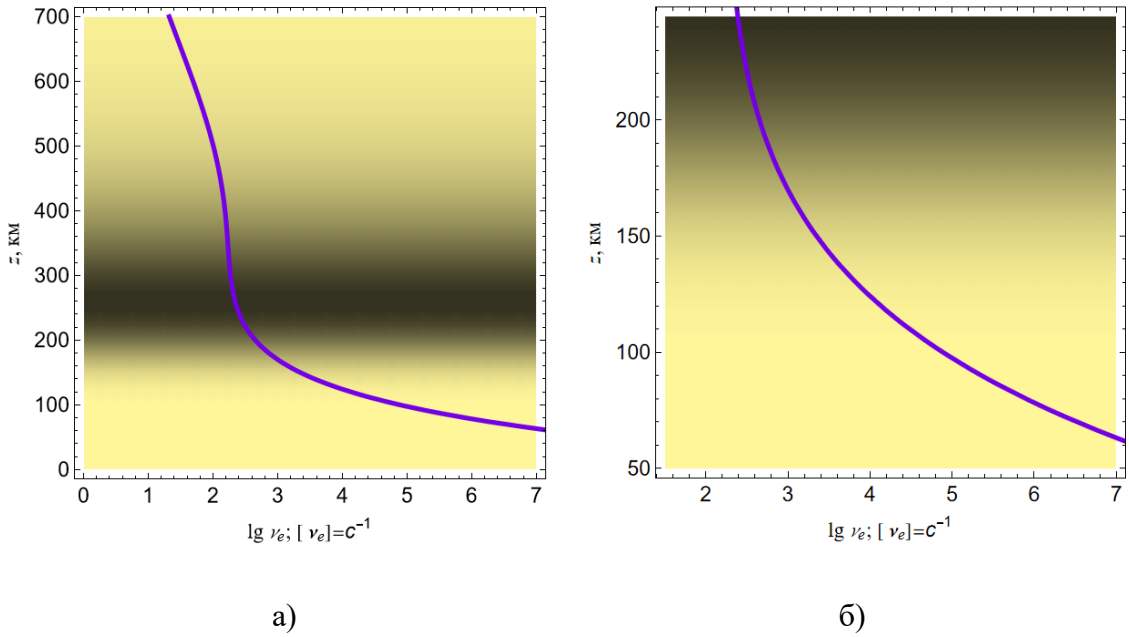


Рис. 4.4.9. Зависимость эффективной частоты соударений от высоты; а – $z \in [60 \text{ км}, 700 \text{ км}]$, б – $z \in [50 \text{ км}, 250 \text{ км}]$

Эффективная частота соударений электронов быстро спадает с высотой несмотря на рост электронной концентрации, поскольку уменьшается плотность нейтралов (рис. 4.4.9 а). Поэтому существенным для задач радиосвязи являются значения эффективной частоты соударений в нижней ионосфере (рис. 4.4.9 б), определить которые и позволяет амплитудный метод.

Воспользовавшись формулой (см. (4.2.22)):

$$\psi = -\frac{\omega}{2} \int_0^t \varepsilon_2 dt, \quad (4.4.9)$$

в которой (см. (4.2.23))

$$\varepsilon_2 \cong -X \frac{Z}{1+Z^2}, \quad (4.4.10)$$

а

$$Z = \frac{V_e}{\omega}. \quad (4.4.11)$$

На рис. 4.4.10 а показана зависимость поглощения (в Неперах) от частоты в точке приёма, а на рис. 4.4.10 б зависимость амплитуды радиосигнала.

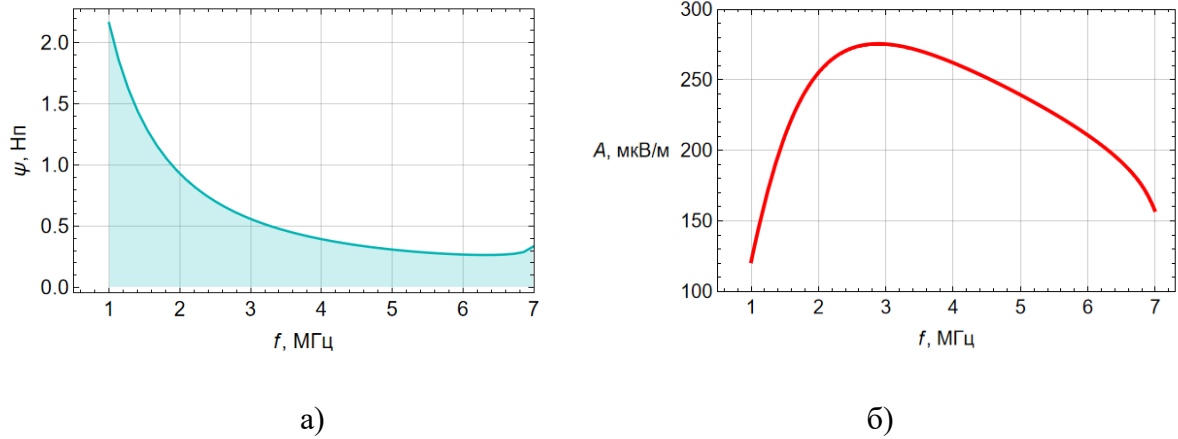


Рис. 4.4.10. Зависимость от рабочей частоты: а – поглощения, б – амплитуды

Поглощение с ростом частоты преимущественно падает, а амплитуда имеет максимум в окрестности 2,5 МГц, из-за конкуренции двух факторов: расходимость растет с частотой, а поглощение уменьшается.

Проведем численный эксперимент. Будем считать, что известна амплитуда сигнала (рис. 4.4.10 б), величина E_0 и расходимость (рис. 4.4.8). Необходимо восстановить эффективную частоту соударений электронов. Поглощение легко находится из (4.4.5) (см. рис. 4.4.10 а)

$$\psi = -\ln \frac{A}{DE_0} \equiv L(f). \quad (4.4.12)$$

С другой стороны, поглощение вычисляется по формуле (4.4.9), только теперь эффективная частота соударений, входящая в ε_2 , считается неизвестной. Поэтому, сопоставляя (4.4.12) и (4.4.9), получаем интегральное уравнение:

$$\frac{\omega}{2} \int_0^t \varepsilon_2 dt = \ln \frac{A}{DE_0}, \quad (4.4.13)$$

в котором будем считать, что (см.4.2.25)

$$\varepsilon_2 \approx -XZ. \quad (4.4.14)$$

Применяя алгоритм, описанный в разделе 4.2.2, (см. формулы (4.2.26-30)), восстанавливаем эффективную частоту соударений электронов, но уже по данным наклонного зондирования.

На рис. 4.4.11 показан результат восстановления высотной зависимости эффективной частоты соударений электронов (фиолетовая линия). Серая широкая линия – это исходный профиль эффективной частоты соударений. Видно, что результат восстановления обеспечивает приемлемую точность, особенно на высотах более 100 км. Если по данным, полученным путем восстановления, методом наименьших квадратов построить аппроксимации:

$$\lg v_e \approx 0.1731 + \frac{487.069}{z}, \quad (4.4.15)$$

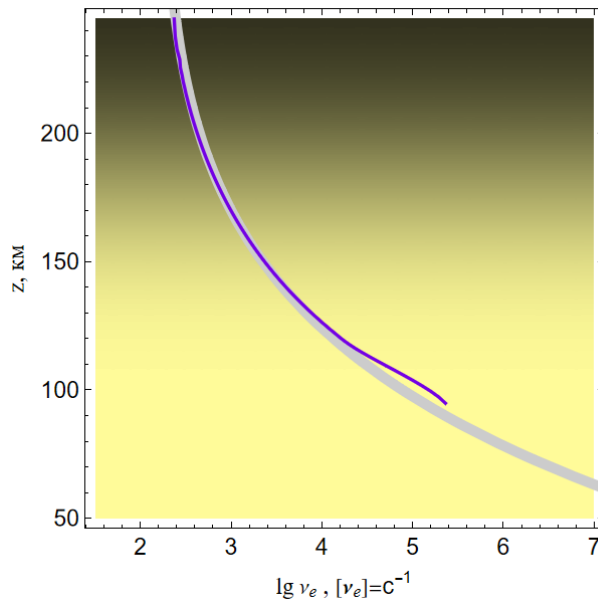


Рис. 4.4.11. Сопоставление исходной и восстановленной зависимостей эффективной частоты соударений от высоты

или

$$\lg v_e \approx 2.64094 - \frac{483.933}{z} + \frac{119511}{z^2} - \frac{4.60491 \times 10^6}{z^3}, \quad (4.4.16)$$

то видим, что они хорошо ложатся на серую широкую кривую (рис. 4.4.12).

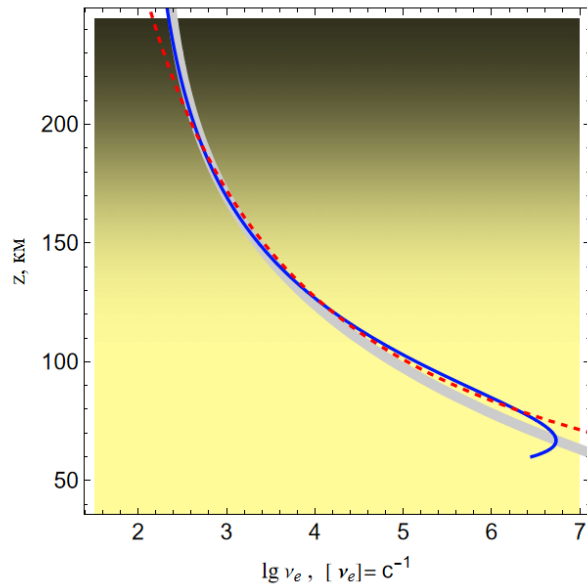


Рис. 4.4.12. Сопоставление исходной эффективной частоты соударений и аппроксимаций, полученных по восстановленным данным

Красной пунктирной линией показана кривая, полученная по формуле (4.4.15), а синей линией показаны – кривая, полученная по формуле (4.4.16). Сравнивая рис. 4.4.12 и рис. 4.4.11, видим, что аппроксимационные выражения позволяют получить оценки эффективной частоты соударений на высотах ниже, чем те, которые получены при непосредственном вычислении. Более того, как следует из рис. 4.4.13,

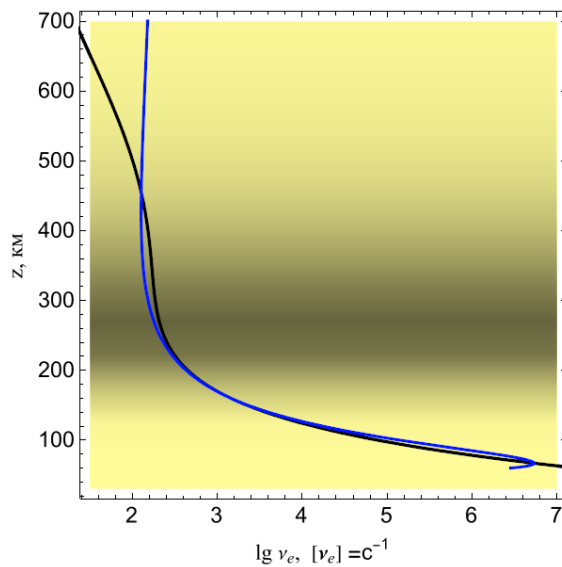


Рис. 4.4.13. Сопоставление исходной эффективной частоты соударений (чёрная линия) и аппроксимации, полученной по формуле (4.4.16) (синяя линия)

аппроксимационная формула неплохо работает и при больших высотах (до 450 км) и начинает существенно отличаться на высотах за пределами главного максимума ионосферного слоя.

§ 4.5. Выводы к главе 4

Создан амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме на основе данных об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов при вертикальном и наклонном радиозондировании ионосферы Земли. Для реконструкции эффективной частоты соударений электронов в ионосфере Земли на основе амплитудных данных об ослаблении ЧМ радиосигнала получена рекуррентная система решения интегрального уравнения Вольтерра.

На основе метода расширенной бихарактеристической системы выполнено численное моделирование как в случае однослойной, так и двухслойной модели. Рассмотрено в изотропное приближение, а также случай магнитоактивной ионосферной плазмы. Получены и исследованы графики лучевых траекторий частотно-модулированных сигналов в координатах время-высота на разных частотах, построены графики зависимостей поглощения сигналов в точке приёма от частоты, графики максимальной высоты отражения и времени прихода сигналов в точку отражения от частоты, получены зависимости амплитуды сигнала от времени и высоты вдоль лучей, построены зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от высоты и времени. Сопоставлены результаты моделирования лучевых траекторий и амплитудных характеристик для волн о- и х-поляризации и показано, что для обыкновенной волны, а также в изотропном случае, получено хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений.

Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в диссертации получены следующие результаты:

1) Изучены лучевые, амплитудные и поляризационные характеристики частотно-модулированных радиосигналов, отражённых от ионосферы при *вертикальном радиозондировании*. Рассмотрена модель электронной концентрации ионосферы Земли, содержащая слои E, F1, F2 и локальную неоднородность с повышенной электронной концентрацией и распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны;

– показано, что несмотря на то, что при распространении в ионосферных слоях поляризационные характеристики существенно меняются, при выходе из ионосферы поляризационные характеристики в целом восстанавливаются и оказываются почти такими же, как и у падающей волны;

– установлено, что без учета поглощения амплитуда отраженного сигнала убывает с ростом частоты, в то время как с учетом поглощения, наоборот, нарастает. Неоднородности ионосферы, обусловленные слоем E и дополнительной локальной неоднородностью, проявляются на амплитудных зависимостях в виде локальных минимумов. По размеру и интенсивности искажений амплитудных зависимостей можно судить и величине неоднородности.

2) Методом бихарактеристик исследованы особенности распространения радиоволн декаметрового диапазона ($\sim 2-8$ МГц) в ионосфере Земли, содержащей слои E, F1 и F2 *при слабонаклонном радиозондировании*. Изучена невозмущенная модель электронной концентрации и возмущенная модель, содержащая ПИВ – гладкую ионосферную неоднородность. Рассмотрено распространение как обыкновенной, так и необыкновенной волны в магнитоактивной плазме. Выполнено численное моделирование ионограмм слабонаклонного зондирования ЛЧМ сигналами;

– показано, что на частотах радиосигналов, отражающихся в окрестности максимума E слоя, а также на частотах, отражающихся в окрестности ПИВ возникает каустика и область трехлучевости;

– установлено, что зависимости группового времени запаздывания сигнала от частоты и угла выхода радиосигнала от частоты в обоих случаях имеют одну и ту же качественную зависимость;

– показано, что ионограмма необыкновенной волны оказывается сдвинута по частоте относительно ионограммы обыкновенной волны приблизительно на одну и ту же величину как для невозмущенной, так и для возмущенной модели;

– рассчитана расходимость лучевого потока в точке приема излучения, определяющая ослабление амплитуды. Показано, что расходимости и амплитуды принятых сигналов (без учета поглощения, обусловленного частотой соударений электронов в плазме) для обыкновенной и необыкновенной волны приблизительно одинаковы и отличаются только сдвигом по частоте. Расходимость резко убывает в окрестности каустики и резко нарастает при приближении частоты к частоте просачивания волны.

3) Выполнено математическое моделирование распространения дециметровых радиоволн на слабонаклонных трассах из источника в приемник при наличии ПИВ на основе бихарактеристической системы. Рассмотрено перемещение неоднородности как в горизонтальном направлении (от приёмника к передатчику), так и в вертикальном направлении (снизу вверх). Исследованы доплеровское смещение частоты, время группового запаздывания радиосигнала, а также зависимости углов выхода лучей от положения центра ПИВ при различных частотах и поляризациях электромагнитной волны.

Показано, что при горизонтальном перемещении неоднородности центр кривой доплеровского сдвига смещается в зависимости от поляризации излучения, вид кривой с ростом частоты переходит от синусоидальной формы к пилообразной, кривая группового запаздывания имеет минимум доплеровского

сдвига в области влияния ПИВ, а сама область влияния возмущения существенно превосходит её характерный размер. При вертикальном перемещении возникает трехлучевая область, характеризующаяся повышенными значениями доплеровского смещения и группового запаздывания.

Установлено, что при движении ПИВ в верхнем ионосферном слое в горизонтальном направлении возникает каустическая структура типа «каустическое остриё» (катастрофа A_3), что отражается на доплеровских кривых в виде S-образных линий, объясняющихся образованием при отражении от ПИВ трёхлучевых областей, соответствующих волновым катастрофам A_3 – каустическое остриё.

Показано, что при описании зависимости задержек сигналов (группового времени в точке прихода) от расстояния, S-образным кривым соответствуют «петли времени».

Исследована фазовая структура в трехлучевой области между каустиками и показано, что фазы лучей образуют сечение особенности «ласточкин хвост» (катастрофа A_4). Методом расширенной бихарактеристической системы с привлечением результатов волновой теории катастроф рассчитана амплитудная структура поля на поверхности Земли как без учета, так и с учетом поглощения и показано, что не только поле на каустиках, но и среднее значение амплитуды поля в многолучевой области существенно возрастает. Рассмотрены равномерная и неравномерная асимптотики.

Исследовано влияние частоты на образование катастроф A_3 и показано, что каустическое остриё развивается с ростом начальной частоты, втягиваясь в лучевую структуру. Исследовано влияние положения центра ПИВ на образование катастроф A_3 и показано, что S-образные структуры и петли времени перемещаются вдоль поверхности Земли при движении ПИВ.

Показано, что образование сложных каустик маскирует истинное положение ПИВ, его размеры и мощность.

4) Создан амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме на основе данных об ослаблении и запаздывании частотно-модулированных радиосигналов при радиозондировании ионосферы Земли. Для реконструкции эффективной частоты соударений электронов в ионосфере Земли на основе амплитудных данных об ослаблении ЧМ радиосигнала получена рекуррентная система решения интегрального уравнения.

На основе метода расширенной бихарактеристической системы выполнено численное моделирование как в случае однослойной, так и двухслойной модели. Рассмотрено изотропное приближение, а также случай магнитоактивной ионосферной плазмы. Получены и исследованы графики лучевых траекторий частотно-модулированных сигналов в координатах время-высота на разных частотах, построены графики зависимостей поглощения сигналов в точке приёма от частоты, графики максимальной высоты отражения и времени прихода сигналов в точку отражения от частоты, получены зависимости амплитуды сигнала от времени и высоты вдоль лучей, построены зависимости вертикальной компоненты волнового вектора от высоты и времени. Сопоставлены результаты моделирования лучевых траекторий и амплитудных характеристик для волн о- и х-поляризации и показано, что для обыкновенной волны, а также в изотропном случае, получено хорошее совпадение исходных значений эффективной частоты соударений и расчётных значений.

Разработанная методика обработки экспериментальных данных позволяет получить зависимость эффективной частоты соударений от высоты с хорошей точностью.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ

1. Список обозначений

N – электронная концентрация;

$\vec{r} = (x, y, z)$ – декартовы координаты луча;

ε – эффективная диэлектрическая проницаемость;

t – групповое время;

f – рабочая частота;

$\omega = 2\pi f$ – круговая рабочая частота;

\vec{k} – волновой вектор;

ν_e – эффективной частотой соударений электронов;

$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi e^2 N}{m_e}}$ – круговая плазменная частота;

$\omega_H = \frac{e H_0}{m_e c}$ – круговая гирочастота;

$Z = \frac{\nu_e}{\omega}$ – отношение эффективной частотой соударений к рабочей частоте;

$X = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ – отношение квадрата круговой плазменной частоты к квадрату рабочей частоты;

$Y = \frac{\omega_H}{\omega}$ – отношение круговой гирочастоты к круговой рабочей частоте;

c – скорость света;

e – заряд электрона;

m_e – масса электрона;

H_0 – величина напряженности магнитного поля Земли;

ϕ – угол между волновым вектором и вектором напряженности магнитного поля Земли;

W – мощность излучателя в ваттах;

J – якобиан расходимости;

α_0 и β_0 – лучевые координаты (начальные углы выхода луча, параметризация первого типа);

(η, ζ) – начальные углы выхода луча (параметризация второго типа);

R_s – расходимость;

A_m – ослабление сигнала ($A_m = R_s$);

R_o – поляризационный коэффициент обыкновенной волны;

R_x – поляризационный коэффициент необыкновенной волны;

$(-\gamma)$ – угол склонения напряженности магнитного поля Земли;

$(-\varphi)$ – угол наклона напряженности магнитного поля Земли;

V_x – скорость движения ПИВ в горизонтальном направлении;

V_z – скорость движения ПИВ в вертикальном направлении;

Δf – доплеровского смещения частоты;

u – напряженность электрического поля;

$\Gamma^{A_3}(\lambda_1, \lambda_2)$ – функция Пирси;

A_3 – символ катастрофы «каустическое остриё»;

λ_1, λ_2 – аргументы функции Пирси;

A_j – амплитуды лучей;

Φ_j – фазы лучей;

θ – фаза бегущей волны.

2. Список сокращений

ЧМ – частотно-модулированный;

ЛЧМ – линейный частотно-модулированный;

ПИВ – перемещающееся ионосферное возмущение;

ВЗ – вертикальное зондирование;

НЗ –наклонное зондирование;

СНЗ – слабонаклонное зондирование;

ГО – геометрооптический.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеев В.Б., Демин А.В., Кравцов Ю.А., Тинин М.В., Ярыгин А.П. Метод интерференционных интегралов //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1988. – Т. 31. – № 11. – С. 1279.
2. Арнольд В.И., Варченко А.Н., Гусейн-Заде С.М. Особенности дифференцируемых отображений. Часть I. Классификация критических точек каустик и волновых фронтов – М.: Наука, 1982. – 304 с.
3. Ахияров В. В., Тютин И. В., Сапрыкин С. Д. Моделирование распространения радиоволн КВ-диапазона в ионосфере Земли //Распространение радиоволн. – 2023. – С. 475-478.
4. Бабич В.М., Попов М.М. Метод суммирования гауссовых пучков. (Обзор) // Известия ВУЗов. Радиофизика. – 1989. – Т. 39. – № 12. – С.1447–1466.
5. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Моделирование распространения частотно-модулированного излучения в анизотропной ионосферной плазме //Электромагнитные волны и электронные системы. – 2017. – Т. 22. – № 5. – С. 4–11.
6. Бова Ю. И., Крюковский А. С., Лукин Д. С. Распространение частотно-модулированного излучения электромагнитных волн в ионосфере Земли с учетом поглощения и внешнего магнитного поля //Радиотехника и электроника. – 2019. – Т. 64. – №. 1. – С. 3-14.
7. Вертоградов Г. Г. и др. Моделирование распространения декаметровых радиоволн в условиях волновых возмущений концентрации электронов //Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2018. – Т. 61. – №. 6. – С. 462-473.
8. Гершман Б.Н., Ерухимов Л.М., Яшин Ю.Я. Волновые явления в ионосферной и космической плазме – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1984. – 392 с.

9. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме – 2-е изд. М.: Наука, 1967. – 684 с.
10. Гузминов П. П. и др. Исследование ионосферы амплитудно-доплеровским методом. Постановка эксперимента, методика обработки данных на ЭВМ //Распространение и дифракция волн в неоднородных средах. – 1989. – С. 15-23.
11. Долуханов М.П. Распространение радиоволн – М.: Связь, 1972. – 336 с.
12. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере – М.: Мир, 1972. – 502 с.
13. Жеребцов Г.А. и др. Ионосферные возмущения в Восточно-Азиатском регионе – М.: ООО "ИЗДАТЕЛЬСТВО ГЕОС", 2021. – 340с.
14. Заец П. Г. и др. Экспериментальные исследования доплеровских спектров КВ-сигналов, излучаемых с ИСЗ // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Горький. – 1981. – Т.1. – С. 238–240.
15. Зернов Н. Н., Бисярин М. А., Герм В. Э. Дифракционная теория распространения радиоволн высоких частот в сферически-слоистом ионосферном радиоканале //Радиотехника и электроника. – 2023. – Т. 68. – №. 6. – С. 563-570.
16. Иванов В. А., Иванов Д. В., Рябова Н. В. Зондирование ионосферы и декаметровых каналов связи сложными радиосигналами //Вестник Марийского государственного технического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2010. – №. 1 (8). – С. 3-37.
17. Иванов В. А. и др. Определение основных параметров многомерного коротковолнового радиоканала с использованием панорамного ионозонда //Вестник Марийского государственного технического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2011. – №. 2 (12). – С. 15-23.
18. Иванов В. А. и др. Исследование влияния перемещающихся ионосферных возмущений на характеристики линий декаметровой связи

//Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2014. – №. 2. – С. 6-21.

19. Иванов Д.В. Методы и математические модели исследования распространения в ионосфере сложных декаметровых сигналов и коррекции их дисперсионных искажений. Монография. – Йошкар-Ола: Марийский гос. технический ун-т, 2006. – 266 с.

20. Ипатов Е. Б., Лукин Д. С., Палкин Е. А. Численная реализация метода канонического оператора Маслова в задачах распространения коротких радиоволн в ионосфере Земли //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1990. – Т. 33. – №. 5. – С. 562-573.

21. Ипатов Е. Б. и др. Методы моделирования распространения электромагнитных волн в ионосфере с учетом распределений электронной концентрации и магнитного поля Земли //Радиотехника и электроника. – 2014. – Т. 59. – №. 12. – С. 1180-1187.

22. Ипатов Е. Б., Палкин Е. А. Исследование сканирующих многолучевых зеркальных антенн методами волновой теории катастроф //Радиотехника и электроника. – 1999. – Т. 44. – №. 4. – С. 431-441.

23. Казанцев А.Н. Поглощение коротких радиоволн в ионосфере и напряженность электрического поля в месте приема. //Изв. АН СССР, отд. тех. наук. – 1947. – №. 9. – С. 1107–1137.

24. Казанцев А. Н. Теоретические расчеты поглощения радиоволн в ионосфере //Изв. АН СССР, отд. тех. наук. – 1946. – №. 9. – С. 1261-1296.

25. Казанцев А. Н., Лукин Д. С., Спиридонов Ю. Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере //Космические исследования. – 1967. – Т. 5. – №. 4. – С. 593-600.

26. Карепов С. Л., Крюковский А. С. Расчет волнового поля методом интерполяционной локальной асимптотики //Радиотехника и электроника. – 2001. – Т. 46. – №. 1. – С. 40-46.

27. Котова Д. С. и др. Сравнительный анализ метода пристрелки и вариационного метода в краевой задаче о расчете лучевых траекторий коротковолновых радиотрасс //Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2021. – Т. 85. – №. 3. – С. 372-377.
28. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред – М.: Наука, 1980. – 304 с.
29. Краснушкин П.Е. Метод нормальных волн в применении к проблеме дальних радиосвязей – М.: Изд-во МГУ, 1947. – 52 с.
30. Краснушкин П.Е. Теория распространения сверхдлинных волн – М.: Вычислительный центр АН СССР, 1963. – 94 с.
31. Крюковский А.С. Локальное определение структуры электромагнитного поля в областях одномерной и двумерной фокусировки : дис. – Диссертация... кандидата физико-математических наук //Московский физико-технический институт (государственный университет). Москва, 1983. 219 с.
32. Крюковский А. С., Зайчиков И. В. Особенности распространения радиоимпульсов в средах с дисперсией //Электромагнитные волны и электронные системы. – 2008. – Т. 13. – №. 8. – С. 36-41.
33. Крюковский А. С. и др. Численное моделирование амплитудных карт для скорректированной модели IRI-2012 с плавными возмущениями ионосферы //Радиотехника и электроника. – 2016. – Т. 61. – №. 8. – С. 794-799.
34. Крюковский А. С., Лукин Д. С. К вопросу о поле в окрестности каустического острия в ионосферном плазменном слое //Радиотехника и электроника. – 1981. – Т. 26. – №. 6. – С. 1121-1126.
35. Крюковский А. С., Лукин Д. С. Локальная асимптотика быстроосциллирующих интегралов, описывающих волновое поле в областях фокусировки //Дифракция и распространение электромагнитных волн. – 1984. – С. 39-53.
36. Крюковский А. С., Лукин Д. С., Бова Ю. И. Моделирование поля в окрестности каустик обыкновенной и необыкновенной волн при

ионосферном распространении //Радиотехника и электроника. – 2020. – Т. 65. – №. 12. – С. 1160-1169.

37. Крюковский А. С., Лукин Д. С., Кирьянова К. С. Метод расширенной бихарактеристической системы при моделировании распространения радиоволн в ионосферной плазме //Радиотехника и электроника. – 2012. – Т. 57. – №. 9. – С. 1028-1034.

38. Крюковский А. С. и др. Исследование неоднородностей ионосферы Земли на основе регистрации амплитудных и поляризационных характеристик непрерывных линейно частотно-модулированных сигналов //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2022. – №. 1. – С. 49-60.

39. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Михалёва Е.В., Палкин Е.А., Растягаев Д.В. Моделирование влияния неоднородностей ионосферы Земли на распространение радиоволн коротковолнового диапазона //Распространение радиоволн: Сборник докладов XXVIII Всероссийской открытой научной конференции. Йошкар-Ола. – 2023. – С. 35–42.

40. Крюковский А. С. и др. Амплитудный метод восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосфере на слабонаклонных трассах //Физические основы приборостроения. – 2024. – Т. 13. – №3 (53). – С.30-42.

41. Крюковский А. С. и др. Влияние перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровское смещение частоты //Физические основы приборостроения. – 2023. – Т. 12. – № 3 (49). – С. 64-75.

42. Крюковский А. С. и др. Восстановление эффективной частоты соударений электронов в магнитоактивной ионосферной плазме на основе амплитудных данных //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2022. – №. 1. – С. 36-48.

43. Крюковский А. С. и др. Восстановление эффективной частоты соударений электронов в ионосфере на основе метода бихарактеристик //Распространение радиоволн. Труды XXVII Всероссийской открытой научной конференции. Калининград. – 2021. – С. 900–905.

44. Крюковский А. С. и др. Математическое моделирование амплитудных, угловых и временных характеристик коротких радиоволн при слабонаклонном зондировании ионосферы //Радиотехника и электроника. – 2023. – Т. 68. – №. 6. – С. 553-562.

45. Крюковский А. С. и др. Математическое моделирование влияния перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровский сдвиг частоты зондирующего сигнала // Радиолокационное исследование природных сред: Материалы XXXIII Всероссийского симпозиума, посвященного 100-летию со дня рождения доктора технических наук, профессора Ключева Николая Фомича. Санкт-Петербург. – 2024. – С. 553-558.

46. Крюковский А. С. и др. Применение метода бихарактеристик для восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосфере //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2021. – №. 1. – С. 57-66.

47. Крюковский А. С. и др. Развитие метода восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме //Радиотехника и электроника. – 2022. – Т. 67. – №. 2. – С. 117-129.

48. Крюковский А. С., Лукин Д. С., Палкин Е. А. Численное сравнение двух асимптотических методов решения задач дифракции волн в плавно неоднородных средах //Известия высших учебных заведений. Радиофизика. – 1986. – Т. 29. – №. 1. – С. 79-88.

49. Крюковский А. С. и др. Волновые катастрофы-фокусировки в дифракции и распространении электромагнитных волн //Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51. – №. 10. – С. 1155-1192.

50. Крюковский А. С. и др. Математическое моделирование распространения частотно-модулированных радиоволн в ионосферной плазме //Радиотехника и электроника. – 2015. – Т. 60. – №. 10. – С. 1001-1009.

51. Крюковский А. С. и др. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде //Т-Сотт-Телекоммуникации и Транспорт. – 2015. – Т. 9. – №. 9. – С. 40-47.

52. Крюковский А. С., Михалёва Е. В., Растягаев Д. В. Амплитудный метод диагностики частоты соударений в ионосфере Земли методом бихарактеристик //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2024. – №. 1. – С. 59-70.

53. Крюковский А.С., Михалёва Е.В., Растягаев Д.В. Моделирование лучевой каустической структуры радиоволн, образованных перемещающимися ионосферными возмущениями //Физические основы приборостроения. – 2023. – Т. 12 – № 4 (50). – С. 11-21.

54. Крюковский А. С., Растягаев Д. В., Скворцова Ю. И. Исследование распространения частотно-модулированных пространственно-временных сигналов в неоднородной анизотропной ионосфере //Вестник Российского нового университета. Серия «Управление, вычислительная техника и информатика». – 2013. – №. 4. – С. 47-52.

55. Крюковский А. С., Скворцова Ю. И. Влияние пространственно-временных возмущений ионосферной плазмы на распространение радиоволн //Известия высших учебных заведений. Физика. – 2016. – Т. 59. – №. 12-3. – С. 131-135.

56. Крюковский А. С., Скворцова Ю. И. Математическое моделирование распространения радиоволн в нестационарной плазме с учетом кривизны поверхности Земли и ионосферных слоев //Вестник Российского нового университета. Серия: Сложные системы: модели, анализ и управление. – 2016. – №. 1-2. – С. 34-40.

57. Крюковский А. С., Скворцова Ю. И. Применение теории катастроф для описания пространственно-временной структуры частотно-модулированного сигнала в плазме // *Электромагнитные волны и электронные системы*. – 2013. – Т. 18. – №. 8. – С. 018-023.

58. Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С. Радиотомография ионосферы – М.: Физматлит, 2007. – 336 с.

59. Куркин В. И. и др. Влияние внезапного стратосферного потепления на характеристики среднemasштабных перемещающихся ионосферных возмущений в азиатском регионе России // *Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн*. Муром. – 2022. – №. 1. – С. 27-35.

60. Куркин В.И., Орлов А.И., Орлов И.И. Исследование огибающих импульсного КВ-сигнала в окрестности каустики на основе метода нормальных волн. // *Исследования по геомагнетизму, аэронауке и физике Солнца*. – 1982. – Вып. 60. – С. 198–205.

61. Куркин В.И., Орлов И.И., Попов В.Н. Метод нормальных волн в проблеме коротковолновой радиосвязи – М.: Наука, 1981. – 124 с.

62. Лебедев В. П. и др. Измерение диаграммы направленности КВ антенн методом облета с привлечением беспилотного летательного аппарата DJIMatrice 100 // *Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн*. Муром. – 2022. – №. 1. – С. 538-545.

63. Лукин Д. С. и др. Доплеровский метод экспериментального исследования квазиволновых процессов в ионосфере // *XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн*. Горький. – 1981. – Т.1. – С. 49-52.

64. Лукин Д. С., Спиридонов Ю. Г. Применение метода характеристик для численного решения задач распространения радиоволн в

неоднородной и нелинейной среде //Радиотехника и электроника. – 1969. – Т. 14. – №. 9. – С. 1673-1677.

65. Лукин Д. С., Школьников В. А. Исследование влияния регулярных горизонтальных градиентов, локальной и интегральной электронных концентраций ионосферы на величину и характер изменения вдоль орбиты ИСЗ приведённой разности доплеровских смещённых частот //Космические исследования. – 1972. – Т. 10. – №. 1. – С. 66-72.

66. Лукин Д. С., Школьников В. А. Численный метод расчета эффекта Доплера и приведённой разности доплеровских частот радиоволн, излучаемых когерентно с ИСЗ //Космические исследования. – 1968. – Т. 6. – №. 3. – С. 389-394.

67. Маслов В.П. Теория возмущений и асимптотические методы – М.: МГУ, 1965. – 553 с.

68. Михалёва Е. В. и др. Влияние перемещающихся ионосферных возмущений на характеристики радиосигнала // Материалы 21-й Международной конференции "Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса". – Москва: Институт космических исследований Российской академии наук, 2023. – С. 317.

69. Михалёва Е. В. и др. Исследование влияния перемещающихся ионосферных возмущений на доплеровское смещение частоты //Распространение радиоволн. Йошкар-Ола. – 2023. – С. 549-552.

70. Михалёва Е. В., Крюковский А. С., Растягаев Д. В. Математическое моделирование каустической структуры электромагнитных полей, образованной перемещающимися ионосферными возмущениями //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2023. – №. 1. – С. 47-54.

71. Михалёва Е. В., Крюковский А. С., Растягаев Д. В. Применение амплитудных данных для восстановления эффективной частоты соударений электронов в ионосферной плазме с учетом магнитного поля Земли

//Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. – 2022. – С. 376-378.

72. Носиков И. А. Прямой вариационный метод для расчета траекторных характеристик КВ радиотрасс в ионосфере : дис. – Диссертация... кандидата физико-математических наук //Балтийский федеральный университет им. И. Канта, 2020. 114 с.

73. Носиков И. А. и др. Численное моделирование лучевых траекторий коротких радиоволн вариационным методом и методом пристрелки в реалистичной анизотропной ионосфере //Распространение радиоволн. Йошкар-Ола. – 2023. – С. 560-563.

74. Поляков В. Т. Волновая теория методов дистанционного зондирования – М.: МИИГАиК, 1981. – 88 С..

75. Пономарчук С. Н. и др. Моделирование КВ-радиотрасс на основе волноводного подхода //Солнечно-земная физика. – 2024. – Т. 10. – №. 2. – С. 99-108.

76. Растягаев Д. В. и др. Применение дифракционно-лучевой теории к задачам распространения электромагнитных волн в ионосферной плазме //Известия ВУЗов. Радиофизика. – 2021. – Т. 64. – №. 8/9. – С. 590-602.

77. Раубо К.В., Захаров В.Е. Распространение коротких волн в условиях нарушения слабой неоднородности плазмы ионосферы // Радиотехника. – 2023. – Т. 87. № 2. – С. 5-10.

78. Семенова Н. А., Выборнов Ф. И., Грач С. М. Характеристики ПИВ, полученные при моделировании распространения КВ-радиоволн на слабонаклонных трассах в средних широтах //Распространение радиоволн. – 2023. – С. 180-183.

79. Софьин А. В. Зоны влияния ПИВ различных масштабов на ионограммы наклонного зондирования ионосферы //Международная Байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике. Йошкар-Ола. – 2022. – С. 406-408.

80. Софьин А. В., Куркин В. И. Исследование пространственных областей влияния ПИВ на ионограммы наклонного зондирования ионосферы //Распространение радиоволн. Калининград. – 2021. – С. 358-363.

81. Степанов А. Е., Филиппов Л. Д., Ратовский К. Г. Перемещающиеся ионосферные возмущения по данным вертикального зондирования ионосферы на Северо-Востоке России //Природные ресурсы Арктики и Субарктики. – 2014. – №. 1 (73). – С. 11-15.

82. Цедрик М. В., Подлесный А. В., Куркин В. И. Трехпозиционный прием ЛЧМ-сигналов при слабонаклонном зондировании ионосферы //Всероссийские открытые Армандовские чтения: Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн. Муром. – 2022. – №. 1. – С. 223-229.

83. Черкашин Ю. Н. Применение метода параболического уравнения для расчета волновых полей в неоднородных средах //Радиотехника и электроника. – 1971. – Т. 16. – №. 1. – С. 173-174.

84. Шагимуратов И. И. и др. Исследование структуры перемещающихся ионосферных возмущений на основе томографических экспериментов //Геомагнетизм и аэрономия. – 2001. – Т. 41. – №. 3. – С. 394-399.

85. Шерстюков Р. О., Акчурин А. Д. Анализ дневных среднемасштабных перемещающихся ионосферных возмущений по двумерным картам вариаций полного электронного содержания и ионограммам //Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2017. – Т. 159. – №. 3. – С. 374-389.

86. Яковлев О. И. Распространение радиоволн в космосе. – Наука, 1985. – 216 с.

87. Andreeva E. S. et al. Radiotomography and HF ray tracing of the artificially disturbed ionosphere above the Sura heating facility //Radio Science. – 2016. – Т. 51. – №. 6. – С. 638-644.

88. Baranov V. A., Popov A. V. Generalization of the parabolic equation for EM waves in a dielectric layer of nonuniform thickness //Wave motion. – 1993. – T. 17. – №. 4. – C. 337-347.
89. Budden K.G. Radio waves in the ionosphere – Cambridge University Press, 1961. – 542 c.
90. Cedrik M., Podlesnyi A., Kurkin V. The different scale TIDs diagnostics based on chirp-signals amplitude measurements data in vertical and near-vertical ionosphere sounding //2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2020. – C. 260-262.
91. Cedrik M. et al. Ananysis of dynamic amplitude characteristics for vertical incidence chirp sounders //2019 Russian Open Conference on Radio Wave Propagation (RWP). – IEEE, 2019. – T. 1. – C. 121-122.
92. Danilkin N. P. et al. Electron collision frequency and HF-waves attenuation in the ionosphere //Int. J. Geomagn. Aeron. – 2005. – T. 5. – №. 3.– C. GI3009
93. Denisenko P. F. et al. Errors of ionospheric parameter diagnostics by vertical sounding method //Radio science. – 2001. – T. 36. – №. 5. – C. 1103-1110.
94. Denisenko P. F., Kuleshov G. I., Noranovich D. A. The Errors in Determining the Vertical Velocities of the Ionospheric Plasma Motion from the Doppler Measurements //Geomagnetism and Aeronomy. – 1999. – T. 39. – №. 3. – C. 333-337.
95. Denisenko P. F., Noranovich D. A. Errors in Determining the Vertical Profile of the Effective Electron Collision Frequency from A1-Method Data //Geomagnetism and Aeronomy. – 2000. – T. 40. – №. 2. – C. 184-189.
96. Dobrokhotov S. Y., Nazaikinskii V. E. Lagrangian manifolds and efficient short-wave asymptotics in a neighborhood of a caustic cusp //Mathematical Notes. – 2020. – T. 108. – №. 3. – C. 318-338.
97. Dobrokhotov S. Y., Nazaikinskii V. E., Shafarevich A. I. Maslov's canonical operator in arbitrary coordinates on the Lagrangian manifold //Doklady Mathematics. – Pleiades Publishing, 2016. – T. 93. – C. 99-102.

98. Frolov V. L. et al. Study of large-scale irregularities generated in the ionospheric F-region by high-power HF waves //Radiophysics and Quantum Electronics. – 2000. – T. 43. – C. 446-468.
99. Gubenko V. N. et al. Determination of the Effective Collision Frequency of Electrons in the E and D Regions of the High-Latitude Ionosphere from Analysis of Radio Occultation Measurements //Cosmic Research. – 2023. – T. 61. – №. 6. – C. 464-470.
100. Hamilton W. R., William Rowan, Sir. On a General Method of Expressing the Paths of Light, & of the Planets, by the Coefficients of a Characteristic Function. – PD Hardy, 1833. – C. 34.
101. Ivanov V. A. et al. Studying the parameters of frequency dispersion for radio links of different length using software-defined radio based sounding system //Radio Science. – 2019. – T. 54. – №. 1. – C. 34-43.
102. Kamel A., Felsen L. B. On the ray equivalent of a group of modes //The Journal of the Acoustical Society of America. – 1982. – T. 71. – №. 6. – C. 1445-1452.
103. Kiryanova K. S., Kryukovsky A. S., Lukin D. S. Simulation of decametric wave propagation in the ionospheric plasma //Revista de Matematica: Teoria y Aplicaciones. – 2013. – T. 20. – №. 1. – C. 21-34.
104. Kravtsov Y. A., Ostrovsky L. A., Stepanov N. S. Geometrical optics of inhomogeneous and nonstationary dispersive media //Proceedings of the IEEE. – 1974. – T. 62. – №. 11. – C. 1492-1510.
105. Kryukovskii A. S. et al. Numerical modeling of amplitude maps for the corrected IRI-2012 model with smooth ionospheric disturbances //Journal of Communications Technology and Electronics. – 2016. – T. 61. – C. 920-925.
106. Kryukovskii A. S., Lukin D. S., Rastyagaev D. V. Construction of uniform asymptotic solutions of wave-type differential equations by methods of catastrophe theory //Russian journal of mathematical physics. – 2009. – T. 16. – №. 2. – C. 251-264.

107. Kryukovsky A. S. et al. Mathematical Simulation of the Reconstruction of the Effective Electron Collision Frequency Based on the Amplitude Data of the Ordinary and Extraordinary Waves //2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2022. – C. 334-336.

108. Kryukovsky A. S. et al. Investigation of the inhomogeneous structure of the ionosphere based on the registration of polarization and amplitude characteristics during vertical sounding //2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2022. – C. 270-273.

109. Kryukovsky A. S. et al. Investigation of the Amplitude and Polarization Characteristics of Short Radio Waves in Slightly Inclined Sounding of the Ionosphere //2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2022. – C. 262-265.

110. Kryukovsky A. S. et al. Diagnostics of the effective frequency of electronic collisions in the ionosphere based on analysis of the amplitude characteristics of continuous linear frequency modulated radio signals //2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2020. – C. 211-215.

111. Kryukovsky A. S. et al. Application of the bi-characteristic method for reconstructing the effective frequency of electron collisions in the ionosphere //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. – T. 1991. – №. 1. – C. 012001.

112. Kryukovsky A. S. et al. Specific features of the propagation of frequency modulated radio signals in the ionospheric plasma in the presence of local inhomogeneities //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. – T. 1991. – №. 1. – C. 012002.

113. Kryukovsky A. S., Mikhaleva E. V., Rastyagaev D. V. Influence of Traveling Ionospheric Disturbances on the Caustic Structure of Radio Waves during Low Inclination Sounding of the Ionosphere //Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – T. 68. – №. Suppl 3. – C. S275-S283.

114. Kryukovsky A. S. et al. Mathematical Simulation of the Ray Propagation of Frequency-Modulated Radio Signals in the Ionospheric Plasma in

the Presence of Local Inhomogenies //2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2020. – C. 220-224.

115. Mikhaleva E. V. et al. Mathematical Modeling of the Singularities of Caustic Structure of Electromagnetic Waves Formed by Traveling Ionospheric Disturbances //2024 Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS). – IEEE, 2024. – C. 1-9.

116. Mikhaleva E. V. et al. Simulation of Doppler Frequency Shift in the Presence of Traveling Ionospheric Disturbances //Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – T. 68. – №. Suppl 2. – C. S111-S121.

117. Mikhaleva E. V., Kryukovsky A. S., Rastyagaev D. V. Mathematical modeling of the caustic structure of electromagnetic fields formed by moving ionospheric disturbances //Materials of the All-Russian Open Armand Readings. Modern Problems of Remote Sensing, Radar, Wave Propagation and Diffraction, Murom, Vladimir oblast. – 2023. – C. 47-54.

118. Pearcey T. The structure of an electromagnetic field in the neighborhood of a cusp of a caustic //Philos. Mag., 1946. – V. 37. – C. 311–317.

119. Podlesnyi A., Kurkin V., Cedrik M. Ionosond-MS ionosonde receiving antenna system //2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). – IEEE, 2020. – C. 263-265.

120. Ryabova M. I. et al. Experimental study of phase-frequency responses of HF radio channels with the use of SDR Ionosonde //2020 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). – IEEE, 2020. – C. 1-4.

121. Whitney H. On singularities of mappings of Euclidean spaces. I. Mappings of the plane into the plane //Annals of Mathematics. – 1955. – T. 62. – №. 3. – C. 374-410.