

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт  
радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии  
наук

На правах рукописи



Осокин Сергей Александрович

**Распространение спиновых волн в дискретных  
ограниченных ферромагнитных структурах**

Специальность 01.04.07 —  
«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор, член-корреспондент РАН  
Никитов Сергей Аполлонович

Москва — 2020

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Обзор литературы</b> . . . . .	11
1.1 Спиновые волны в магнетонных кристаллах . . . . .	14
1.1.1 Магнитостатические спиновые волны . . . . .	14
1.2 Спиновые волны в периодических магнитных структурах . . . . .	15
1.2.1 Метод плоских волн для расчета свойств спиновых волн в магнетонных кристаллах . . . . .	18
1.2.2 Топологическая магнетоника . . . . .	22
1.3 Численные методы моделирования динамики спиновых волн . . . . .	27
1.3.1 Метод конечных элементов . . . . .	27
1.3.2 Метод конечных разностей во временной области . . . . .	29
<b>Глава 2. Исследование свойств спиновых волн в массивах ферромагнитных включений в ферромагнитной пленке методом многократного рассеяния</b> . . . . .	31
2.1 Уравнение Уокера для спиновых волн в пленке с включениями . . . . .	31
2.2 Метод Т-оператора рассеяния . . . . .	33
2.3 Собственные моды спиновых волн в ферромагнитной пленке . . . . .	34
2.4 Амплитуды рассеянных спиновых волн . . . . .	36
2.5 Свойства Т-оператора рассеяния . . . . .	38
2.6 Рассеяние спиновой волны на включениях в пленке . . . . .	39
2.7 Самосогласованные амплитуды спиновых волн в методе многократного рассеяния . . . . .	40
2.8 Эффекты невязимности при рассеянии спиновых волн . . . . .	42
2.8.1 Резонансные свойства спиновых волн в кольцевых массивах включений . . . . .	51
2.9 Распространение спиновых волн в цепочке магнитных включений в пленке . . . . .	54
2.9.1 Приближение взаимодействия ближайших соседей . . . . .	54
2.9.2 Резонансные значения параметра взаимодействия . . . . .	55

	Стр.
2.10 Выводы . . . . .	60
<b>Глава 3. Изучение свойств спиновых волн в одномерном массиве ферромагнитных столбиков методом многократного рассеяния . . . . .</b>	<b>61</b>
3.1 Математическая модель . . . . .	61
3.2 Резонансные свойства спиновых волн в цепочках ферромагнитных столбиков . . . . .	65
3.3 Собственные моды спиновых волн в ограниченных цепочках столбиков . . . . .	68
3.4 Дефектные моды колебаний намагниченности в цепочке столбиков	71
3.5 Выводы . . . . .	74
<b>Глава 4. Численное моделирование возбуждения спиновых волн в ограниченных волноводах . . . . .</b>	<b>75</b>
4.1 Численное моделирование динамики намагниченности в ограниченных ферромагнитных столбиках . . . . .	76
4.2 Исследование свойств спиновых волн в ограниченных одномерных волноводах . . . . .	80
4.3 Возбуждение спиновых волн в дискретных волноводах спин-поляризованным электрическим током . . . . .	85
4.4 Выводы . . . . .	86
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>88</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>90</b>
<b>Список авторских публикаций . . . . .</b>	<b>101</b>
<b>Список рисунков . . . . .</b>	<b>104</b>

## Введение

В последнее время исследования периодических ферромагнитных структур, особенно на микро- и наноуровне, стали занимать одну из ключевых позиций для развития современных технологий микро- и наноэлектроники. Возникла новая область микроэлектроники — спинтроника, благодаря важным научным результатам, имеющим потенциал для создания элементной базы на новых физических принципах. В настоящее время спинтроника является активно развивающейся областью электроники, в которой, в частности, изучаются процессы переноса магнитного момента или спина электрическим током в структурах, содержащих магнитные материалы. Перенос магнитного момента может осуществляться также с помощью магнонов или спиновых волн в магнитных металлах и диэлектриках. В связи с этим, возникло такое научное направление, как магноника — область спинтроники, изучающая физические свойства спиновых волн в магнитных микро- и наноструктурах [1;2]. Исследования в областях спинтроники и магноники по применению различных магнитных микро- и нано-структур в устройствах для обработки информации и магнонной логики в последние годы стали крайне актуальной темой [3–6]. Задачи из этих направлений требуют изучения важных физических явлений, связанных с динамикой спиновых волн в магнитных материалах и особенно в структурированных магнитных пленках [7]. Магнитные периодические структуры, в которых распространяются спиновые волны, и с помощью которых возможно производить обработку информации и осуществлять логические операции, получили название – магнонные кристаллы [8]. Магнонными кристаллами могут выступать ограниченные магнитные структуры, такие как - массивы магнитных точек, полосок и т.д. [9]. Основным свойством периодически структурированных магнитных пленок является возможность создавать в частотном спектре спиновых волн запрещенные и разрешенные зоны или создавать выделенные направления распространения волн. Свойства запрещенных зон, как инструмента для управления характеристиками магнонных кристаллов, могут иметь сложную зависимость от внешних параметров. Например, управлять запрещенными зонами и их свойствами можно с помощью внешних магнитных полей, спин-поляризованного тока или металлизации структуры.

Однако во многих цитируемых работах исследования взаимодействия волн с ограниченными периодическими структурами обычно оставляют без внимания. Зачастую, учитывается только коллективное влияние бесконечной магнитной структуры на свойства распространяющейся волны [10]. С другой стороны, исследования краевых и дефектных мод спиновых волн стали очень популярной темой из-за их необычных топологических свойств и предсказания их существования в различных магнитных наноструктурах, таких как ферромагнитные островки и/или круглые магнитные тонкие кольца или диски, а также полубесконечные массивы магнитных столбиков с дипольной связью [11]. Теоретические исследования распространения спиновых волн в магнитных кристаллах или других периодических магнитных структурах проводились в случае, когда эти структуры рассматривались как бесконечный набор периодических возмущений. Кроме того, необходимо учитывать особенности распространения спиновых волн в пространственно-ограниченных магнитных кристаллах. В частности, наиболее подходящие теоретические методы были применены для описания свойств электромагнитных волн в видимом диапазоне частот [12]. Было показано, что ограниченные кластеры диэлектрических частиц малого размера могут обладать выделенным групповым резонансом, и упорядоченный массив похожих частиц может являться средой для резонансного распространения связанных мод электромагнитных волн с достаточно высоким показателем добротности. Поэтому, для применения магнитных кристаллов в качестве устройств обработки информации и магнитной логики необходимо применять теоретические методы для исследования свойств спиновых волн в конечноразмерных магнитных кристаллах. Результаты исследований в этом направлении представлены в данной диссертационной работе.

### **Цель работы**

Целью данной диссертационной работы является исследование резонансных и краевых эффектов при распространении спиновых волн в ограниченных ферромагнитных структурах, образованных дискретными включениями в ферромагнитной пленке и ферромагнитными микро-частицами.

Для этого необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Разработать математическую модель, описывающую распространение спиновых волн в ферромагнитных пленках, содержащих ограниченные массивы ферромагнитных включений с другой намагниченностью.

2. Исследовать распространение спиновых волн в ограниченных массивах ферромагнитных включений в ферромагнитных пленках. Исследовать резонансные и краевые состояния при рассеянии спиновых волны на кольцевых и линейных массивах ферромагнитных включений в ферромагнитной пленке с другой намагниченностью.
3. Разработать математическую модель, описывающую распространение спиновых волн в ограниченном массиве ферромагнитных столбиков, связанных диполь-дипольным взаимодействием. Исследовать влияние краевых эффектов и эффектов формы на резонансные состояния спиновых волн в линейном массиве ферромагнитных столбиков.

**Научная новизна** работы заключается в том, что:

- Предложена и разработана математическая модель, описывающая распространение прямых объемных магнитостатических спиновых волн в ограниченных массивах ферромагнитных включений в ферромагнитной пленке, на основе которой было показано, что одномерные периодические массивы могут выполнять роль волноводов для спиновых волн.
- Исследованы резонансные состояния спиновой системы при распространении спиновых волн в одномерных ограниченных массивах ферромагнитных включений в ферромагнитной пленке и определены геометрические параметры массивов и отдельных включений, при которых возможно распространение спиновых волн с малыми потерями на рассеяние.
- С помощью разработанной математической модели, описывающей распространение спиновых волн в ограниченных массивах ферромагнитных столбиков, обнаружены краевые моды спиновых волн, с резонансной частотой отличной от частоты остальных мод спиновых волн и локализованных на границах массива.
- Методами численного моделирования было показано, что для массивов столбиков конечной высоты существует несколько резонансных частот для колебаний намагниченности, одна из которых является резонансной для краевых состояний с амплитудой колебаний, локализованной на краю массива. Так же из-за проявления краевых эффектов существует дополнительная резонансная частота колебаний намагниченности, локализованных на краю столбиков.

## **Теоретическая и практическая значимость работы**

В данной работе представлены результаты теоретических и численных исследований свойств спиновых волн в ограниченных периодических магнитных структурах. Для таких типов структур было показано, что массивы дискретных элементов могут выполнять роль волноводов и резонаторов. Такие структуры могут служить как элементы для компонентной базы устройств обработки информации. При этом многокомпонентные устройства обработки сигналов с использованием спиновых волн в качестве носителя информации могут состоять из нескольких отдельных элементов, таких как волноводы, резонаторы, логические вентили, разветвители и селекторы. Исходя из этого, важной задачей для магноники и спинтроники является учет эффектов, возникающих при соединении отдельных элементов в одно устройство, в таком случае необходимо учитывать эффекты, возникающие на краях таких структур, а именно эффекты невзаимности в связанных магнитных структурах и изменения в частотных характеристиках, появляющихся в силу ограниченного размера структур.

## **Методология и методы исследования**

Для получения результатов диссертационной работы была предложена и разработана математическая модель, в магнитостатическом приближении описывающая распространение спиновых волн в бесконечных ферромагнитных пленках, содержащих конечноразмерные массивы включений. Данная модель была создана на основе метода многократного рассеяния спиновых волн. С помощью которого также была предложена другая модель, описывающая свойства спиновых волн в ограниченных массивах столбиков в свободном пространстве, при этом использовалось приближение макроспина для каждого столбика. Численные расчеты дисперсионных характеристик и других параметров спиновых волн были проделаны с помощью программ, созданных на языках программирования MATLAB и Python. Микромагнитное моделирование спиноволновых процессов было проделано с помощью программного пакета MuMax3.

## **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Диаграмма рассеяния изотропных прямых объемных спиновых волн, распространяющихся в ферромагнитной пленке с ограниченным массивом ферромагнитных цилиндрических включений с другой намагниченностью насыщения, является анизотропной и неоднородной по направлению, вследствие чего возникает фазово-пространственная модуляция потенциала рассеянной спиновой волны.

2. Существуют различные режимы распространения спиновых волн в ферромагнитных пленках, содержащих линейные ограниченные массивы ферромагнитных цилиндрических включений с другой намагниченностью насыщения, обусловленные резонансными свойствами рассеяния спиновых волн. Возникающие резонансные частоты спиновых волн, определяемые малыми потерями при рассеянии, зависят от совокупности геометрических характеристик линейного массива, таких как радиус включений и расстояние между ними.
3. В ограниченном линейном массиве ферромагнитных столбиков существуют краевые моды колебаний намагниченности, частотные характеристики которых зависят от конфигурации намагниченности насыщения отдельных столбиков в массиве. В случае ферромагнитной конфигурации намагниченности столбиков при этом существует одна резонансная частота для собственной моды колебаний намагниченности массива, для антиферромагнитной конфигурации — две резонансные частоты для двух собственных мод колебаний намагниченности.
4. Собственные частоты колебаний намагниченности в массивах ферромагнитных наноцилиндров зависят от геометрического отношения высоты и радиуса наноцилиндра, и в случае, когда величина этого отношения меньше  $1/4$ , амплитуда колебаний намагниченности краевых собственных мод сравнима с амплитудой мод колебаний намагниченности, локализованных в центре столбиков.
5. Импульсным переменным внешним магнитным полем или спин-поляризованным током могут возбуждаться собственные объемные и краевые моды колебаний намагниченности на резонансных частотах в ограниченных массивах ферромагнитных столбиков. Возбуждение колебаний намагниченности спин-поляризованным током, направленным коллинеарно усредненной намагниченности насыщения, обусловлено эффектом формы, который приводит к уменьшению усредненной намагниченности насыщения на краях столбиков.

**Достоверность** полученных результатов подтверждается: использованием в качестве основы, уже примененных в другой области аналитических и численных методов; сравнением и совпадением отдельных результатов, полученных разными методами (аналитическими, численными и экспериментальными)



между собой; подтверждением полученных автором результатов другими научными группами и ссылками на работы автора.

**Личный вклад** заключается в том, что **автор** принимал участие в постановке задач, создании и применении теоретических методов. Также автор проводил обработку полученных результатов и предлагал подходы для численного решения поставленных задач. На основе созданных автором теорий, математических моделей и методов численного решения и моделирования, было проведено всестороннее исследование свойств спиновых волн, распространяющихся в конечно-размерных магнетонных кристаллах, а именно, исследование модового состава спиновых волн, определение резонансных условий и условий существования краевых мод спиновых волн.

#### **Апробация работы и публикации.**

Автор диссертации выступал с результатами работы на всероссийских и международных научных конференциях:

- Spin Waves (Санкт-Петербург, 3-8 июня 2015),
- EASTMAG-2016 VI "Trends in MAGnetism" (15-19 августа 2016, Красноярск),
- Sol-SkyMag 2017 (San Sebastian, Spain, 19-23 июня, 2017),
- Moscow International Symposium on Magnetism MISM 2017 (Москва, 1-5 июля 2017),
- Spin Waves 2018 (Санкт-Петербург, 3-8 июня 2018),
- Sol-Skymag 2018 (San-Sebastian, Spain, 18-22 июня 2018),
- 61-я Всероссийская научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 19-25 ноября 2018).
- ICMNE-2018 (Звенигород, 1-5 Октября 2018)

Материалы работ были опубликованы в научных журналах «Успехи физических наук», «Physics Review B», «Journal of Magnetism and Magnetic materials», «Нелинейный мир», «Письма в ЖЭТФ», а так же в трудах конференции. Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 публикациях в журналах, вошедших в перечень изданий, рекомендованный ВАК, 6 из них публикации в зарубежных рецензируемых журналах, входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science, в 6 тезисах докладов, опубликованных в материалах всероссийских и международных конференций.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 108 страниц, включая 35 рисунков. Списки цитируемой литературы, публикаций автора и рисунков приводятся в конце диссертации.

## Глава 1. Обзор литературы

Исследования различных магнитных микро- и наноструктур для применения в спинтронике и устройствах магнитной логикой в последнее время стали популярной темой для исследований. [10; 13–20] [A2]. Это, в свою очередь, требует изучения важных физических явлений, связанных с динамикой спиновых волн в магнитных материалах и особенно в микро- и наноструктурированных магнитных пленках. Динамика спиновых волн очень часто связана со свойствами распространения спиновых волн в ограниченных магнитных структурах или в массивах магнитных точек, полосок и т.д. [7; 21–23]. Существуют различные типы магнитных структур, образованных периодической модуляцией геометрических или материальных параметров, называемых магнетонными кристаллами (МК) [24–27], которые подходят для исследования распространяющихся в них спиновых волн, с помощью которых возможно производить обработку информации и осуществлять логические операции. Эти МК могут быть массивами отверстий (антидотов), вытравленных в пленках иттрий-железного граната (YIG) [28; 29], динамическим МК [30] и другими типами структурированных пленок [31–33]. Основным следствием существования периодичности в геометрических или материальных параметрах магнитной пленки является наличие в частотном спектре спиновых волн запрещенных зон. Свойства запрещенных зон спин-волновой зоны, в свою очередь, могут иметь сложную зависимость от параметров системы и могут управляться через изменение внешних параметров, например, внешнего магнитного поля и, в частности, в результате создания слоя металлизации на поверхности структуры [34; 35].

Однако во многих цитируемых работах исследования взаимодействия волн с единичной неоднородностью в периодических структурах обычно оставляют без внимания. В основном, учитывается только коллективное влияние магнитной структуры на свойства распространяющейся волны. В одной из работ автора доклада была рассмотрена проблема рассеяния спиновых волн на бесконечном множестве магнитных или немагнитных включений (цилиндрических столбиков), встроенных в тонкую ферромагнитную пленку (матрицу). [36]. Показано, что при определенных условиях вокруг этих включений возбуждаются краевые моды спиновых волн, которые имеют невзаимный характер распространения по отношению к внешнему магнитному полю, приложенному к

ферромагнитной матрице и включению. Кроме того, исследования топологически защищенных состояний спиновых волновых стали очень популярной темой из-за предсказания их существования в различных магнитных наноструктурах, таких как ферромагнитные островки или круглые магнитные тонкие кольца или круглые диски, или полубесконечные массивы магнитных наностолбиков с диполь-дипольной связью между ними [11; 37–40] [A4, A5, A8]. Скорее всего, этот интерес проявляется из-за аналогии с существованием краевых состояний электрического тока в системах с квантовым эффектом Холла. [14].

Как уже упоминалось, исследования распространения спиновых волн в магнетонных кристаллах или других периодических магнитных структурах проводились, когда эти структуры рассматривались как бесконечный набор периодических возмущений, расположенных вдоль пути распространения спиновых волн. С другой стороны, интересно изучать и важно понимать, как спиновые волны рассеиваются конечноразмерным массивом неоднородностей [41], расположенных в ферромагнитной матрице вдоль пути распространения. В частности, такое исследование было проведено для электромагнитных волн в видимом диапазоне частот [12]. В связи с тем, что низкоразмерные кластеры диэлектрических частиц малого размера могут обладать определенным пространственно групповым резонансом [42; 43], упорядоченный массив похожих резонансных частиц может поддерживать связанные моды с чрезвычайно высоким показателем добротности. В полученных прежде результатах [A3, A9, A10] была разработана обобщенная теория для описания многократного рассеяния магнитостатической спиновой волны (МСВ) на ограниченном двумерном (2D) ансамбле цилиндрических магнитных включений в ферромагнитной матрице, металлизированной с обеих сторон. Было показано, что конечное число таких магнитных включений, периодически расположенных вдоль окружности, может иметь собственные моды спиновых волн и может выступать в качестве специфического микроволнового резонатора с высоким значением добротности. Этот резонатор можно рассматривать как элемент магнетонного логического контура. Другим элементом устройства магнетонного контура, который может играть роль микроволнового волновода, является линейный конечный массив (цепочка) магнитных включений, встроенных в ферромагнитную матрицу с другой намагниченностью насыщения. Физические свойства этого конкретного волновода являются предметом этой работы.

Первая проблема в изучении предмета состоит в том, чтобы показать, что спин-волновое возбуждение может передаваться по линейной цепочке на большое расстояние. Во-вторых, необходимо показать, что модель дискретного волновода для спиновых волн может позволить передавать возбуждение с как можно меньшими потерями на рассеяние. Первая физическая проблема, возникающая при изучении переноса спиновых волн по линейной цепочке магнитных включений, была решена в данной диссертационной работе. При этом мы применяем к системе самосогласованных уравнений [A3, A11–A13] для амплитуд многократного рассеяния спиновых волн итеративный метод, используя в качестве отправной точки метод одномодового рассеяния и взаимодействия ближайших соседних волн. Таким образом, мы получаем аналитические выражения для рассеяния парциальных амплитуд передачи спин-волнового возбуждения вдоль линейной цепочки включений. С помощью этих аналитических выражений было показано, что спин-волновое возбуждение может на резонансной частоте передавать возбуждение на большое расстояние по линейной цепочке с большим количеством магнитных включений. Вторая физическая проблема тесно связана с аналитическим методом оценки общего количества спин-волнового излучения, рассеянного включениями. Эту проблема была решена с помощью метода, заимствованного из оптики [44] для сечения затухания, характеризующего потерю энергии спиновой волны из-за рассеяния и возможного поглощения включениями линейной цепочки. Эта идея была далее использована при исследовании многократного рассеяния магнитостатической спиновой волны на магнитных включениях, встроенных в ферромагнитную матрицу, металлизированную с обеих сторон. Было приведено решение магнитостатического уравнения Уокера [45], которое использовалось в работе [A3], применяя квантово-механический подход T-оператора рассеяния, следуя квантово-механическому аналогу из работ [46–48]. Один из основных результатов - доказательство оптической теоремы для T-оператора рассеяния, которая описывает многократное рассеяние спиновых волн магнитными включениями и вывод формулы для коллективного сечения затухания спиновых волн линейной цепочкой включений. Производная формула представляется особенно полезной в том случае, когда возбуждающий спин-волновой пучок воздействует только на первое включение цепочки. Для такого случая решение показывает, что только непосредственно возбужденное включение вносит вклад в коллективное

сечение затухания, несмотря на то, что общее количество включений может быть большим.

Далее в данной главе будут изложены основные теоретические и численные методы, которые применялись применяются в магнонике для исследования свойств распространения спиновых волн в магнонных кристаллах.

## 1.1 Спиновые волны в магнонных кристаллах

### 1.1.1 Магнитоэлектрические спиновые волны

Спиновые волны — процесс распространения возмущений намагниченности в магнитных средах [49],[A1, A7] Для описания временной зависимости процессов распространения колебаний в сплошных средах используются волновые уравнения Максвелла для магнитного и электрического полей для плоской волны с пространственно-временной зависимостью  $\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - i\omega t)$

$$\begin{aligned} i\mathbf{k} \times \mathbf{H} &= -i\omega\mathbf{D} + \mathbf{J} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{E} &= \omega\mathbf{B} \\ i\mathbf{k} \cdot \mathbf{D} &= \rho \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} &= 0 \end{aligned} \tag{1.1}$$

где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор. Магнитное и электрическое поля разделены на постоянные ( $H_0, E_0$ ) и переменные ( $\mathbf{h}, \mathbf{e}$ ) компоненты  $\mathbf{H} = H_0\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{h}$  позволяют получить вид первых двух уравнений (1.1) для магнитной среды без свободных зарядов и источников тока

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \times \mathbf{h} &= \omega\epsilon\mathbf{e}, \\ \mathbf{k} \times \mathbf{e} &= \omega\mu_0(\mathbf{h} + \mathbf{m}), \end{aligned} \tag{1.2}$$

где  $\mu_0$  — диагональная компонента тензора магнитной восприимчивости в магнитной среде. С помощью данных уравнений возможно записать волновые уравнения для компоненты магнитного поля  $\mathbf{h}$

$$\nabla \times \mathbf{h} = -\frac{k_0^2 \mathbf{k} \times \mathbf{m}}{k_0^2 - k^2}. \tag{1.3}$$

Магнитостатическое приближение действует для частот, при которых в ферромагнетиках существуют медленные волны [45] с волновыми числами  $k \gg k_0 \equiv \omega/c$ . В таком случае уравнения для  $\mathbf{h}$  и  $\mathbf{b}$  принимают вид

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{h} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{b} &= 0.\end{aligned}\tag{1.4}$$

Данные уравнения будут использованы далее для решения волновых уравнений для магнитного поля в магнитостатическом приближении.

## 1.2 Спиновые волны в периодических магнитных структурах

Свойства магнитостатических спиновых волн, распространяющихся в периодических структурах, исследовались теоретически в одномерном [25; 34; 50–56; 56–61], двумерном [62–65] и трехмерном случаях [66]. Имеются также экспериментальные данные, подтверждающие образование запрещенных зон в разных одномерных МК [67]. Такие МК могут быть сформированы периодическими изменениями геометрической структуры пленки или материальных параметров: модуляция толщины для одной или двух поверхностей ферромагнитной пленки [33]; равноудаленные ферромагнитные полосы [68]; МК, составленный из двух различных по материальным характеристикам ферромагнитных полос чередующихся в пространстве (двухкомпонентный МК [69] с различной намагниченностью насыщения слоев) (см. Рис. 1.1). Еще одна важная особенность спиновых волн, распространяющихся в ограниченных структурах, тонких пленках, это их невзаимность. Например, магнитостатические поверхностные спиновые волны (ПМСВ) [70], распространяющиеся в ферромагнитной пленке в противоположных направлениях, локализованы вблизи противоположных поверхностей пленки. Если для такой пленки созданы асимметричные границы (толстая диэлектрическая подложка на нижней поверхности и металлизация на верхней поверхности), то дисперсия будет демонстрировать невзаимность [71] для волн с противоположными направлениями распространения. Очевидным свойством СВ в одномерных МК является появление запрещенных зон.

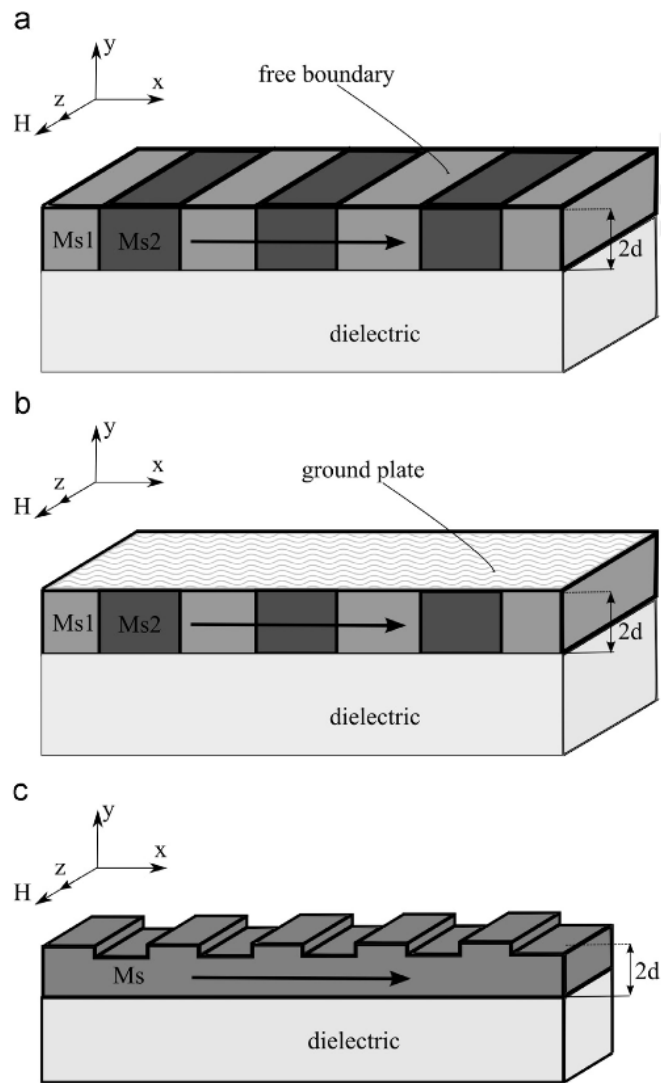


Рисунок 1.1 — Одномерные МК на диэлектрической подложке со свободной верхней границей (а) и периодическим изменением намагниченности насыщения  $M_s$ ; с металлизацией на верхней поверхности (б); с границей в форме меандра (в).

Одним из методов для определения дисперсионных соотношений в магнетонных кристаллах является метод плоских волн, который может быть применен к решению уравнений Уокера для магнитоэлектростатического потенциала. Обсуждаемый метод позволяет определить дисперсионное соотношение магнитоэлектростатических волн в системах, состоящих из магнитных материалов, а также в системах, содержащих как магнитные, так и немагнитные материалы, описываемых тензором магнитной проницаемости, элементы которого являются периодическими функциями положения. В работе [50] применяется к случаю одномерных магнетонных кристаллов, состоящих из чередующихся слоев ферромагнетика и немагнитного материала. Результирующая структура разрешенных зон спи-



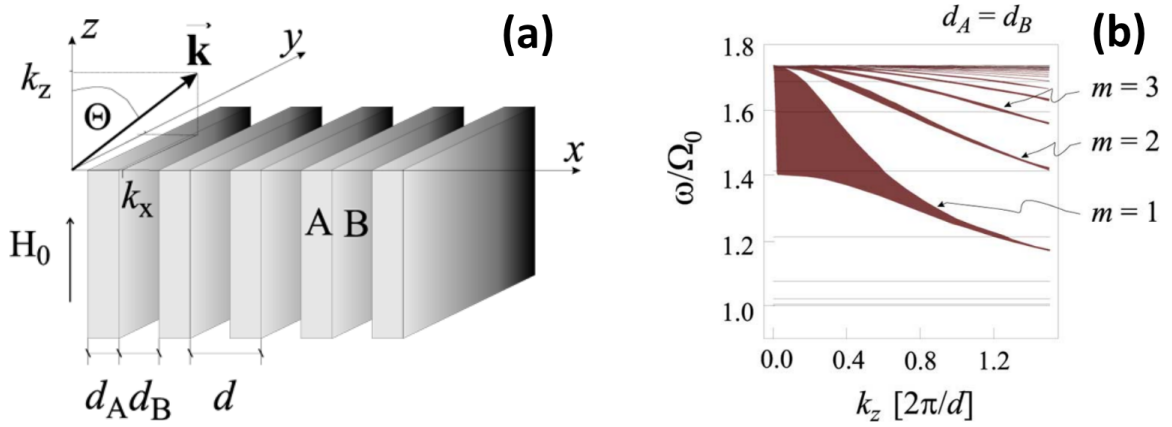


Рисунок 1.2 — (а) ФМ/НМ пленки с одинаковой толщиной  $d_A = d_B$ . Внешнее магнитное  $H_0$  поле сонаправленно с намагниченностью насыщения пленок  $M_s$ .  
 (б) Строение дисперсионных зависимостей ОМСВ с номерами мод  $m$  при распространении СВ вдоль оси  $z$ .

новых волн включает полосы обратных магнитостатических спиновых волн и полосу для поверхностных магнитостатических спиновых волн, сильно зависящих от направления распространения. Далее будет приведено подробное описание применения метода плоских волн для определения дисперсионных характеристик СВ в магнетонных кристаллах.

В случае, когда магнетонный кристалл образован периодическими структурами на границе ферромагнитной пленки, одним из теоретических подходов к изучению дисперсионных характеристик спиновых волн является метод связанных мод [54]. В качестве примера приводится работа, в которой исследуются характеристики отражения магнитостатической поверхностной волны от одномерной периодической структуры в виде неглубоких канавок (аналогично Рис. 1.1), протравленных на плоской поверхности эпитаксиальной пленки железо-иттриевого граната (ЖИГ). Для такой структуры невзаимность распространения выражается в смещении дисперсионных кривых и нарушении равенства групповых скоростей волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Метод решения задачи методом связанных мод, хорошо известен в задачах оптики. Отражательная способность решетки, состоящей из различного числа трапециевидных (но почти прямоугольных) канавок, рассчитывается для случая, когда поверхность пленки ЖИГ металлизирована после травления канавок.

### 1.2.1 Метод плоских волн для расчета свойств спиновых волн в магнетонных кристаллах

Чтобы описать распространение магнитостатической спиновой волны в ферромагнитной пленке, мы используем уравнения Максвелла в магнитостатическом приближении (1.4), и вводя скалярный магнитостатический потенциал  $\mathbf{H} = -\nabla\Psi$  и заменяя  $\mathbf{B} = \hat{\mu}\mathbf{H}$ , мы можем переписать уравнение (1.4) в следующем виде:

$$(\nabla \cdot \hat{\mu}) \cdot \nabla\Psi = 0, \quad (1.5)$$

где высокочастотная магнитная восприимчивость определяется из линеаризованных уравнений Ландау-Лифшица в форме

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu & i\eta & 0 \\ -i\eta & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

$$\mu = \frac{\omega_H(\omega_H + \omega_M) - \omega^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad (1.7)$$

и

$$\eta = \frac{\omega_M\omega}{\omega_H^2 - \omega^2}. \quad (1.8)$$

В этих выражениях, зависимость значений компонент тензора восприимчивости от частоты  $\omega$  определяется частотой ферромагнитного резонанса  $\omega_H = \gamma H_{eff}$  и зависит от намагниченности насыщения ферромагнитного вещества  $\omega_M = 4\pi\gamma M_{sat}$ . Так же в уравнении (1.5) сделано предположение что тензор магнитной восприимчивости может быть неоднородным в объёме пленки.

Решение уравнения (1.5) в МК, подложке и воздухе отличаются, поэтому необходимо добавить граничные условия для магнитостатического потенциала и магнитных полей [72]. В общем виде уравнение для потенциала будет иметь вид

$$\mu(\partial_{xx}^2 + \partial_{yy}^2)\Psi(x,y) + \partial_x\mu\partial_x\Psi(x,y) + i\partial_x\eta\partial_y\Psi(x,y) = 0 \quad (1.9)$$

Если периодичность и пространственная зависимость тензора  $\hat{\mu}$  отсутствует, то уравнение (1.9) сводится к базовому уравнению Уокера

$$\mu(\partial_{xx}^2 + \partial_{yy}^2)\Psi(x,y) = 0 \quad (1.10)$$

При выполнении граничных условий на границе пленки и свободного пространства для мод спиновых волн, включая затухающие вдоль оси  $x$  (Рис. 1.1) решения дисперсионное уравнение принимает вид

$$e^{4d\nu k_{\pm}} = \frac{(\mu + 1)^2 - \eta^2}{(\mu - 1)^2 - \eta^2}, \quad (1.11)$$

где коэффициент  $\nu$  определяет направление распространения волны вдоль оси  $x$ , а волновое число  $k_{\pm}$  определяется выражением

$$k_{\pm}(\omega, n) = \nu k(\omega) + \frac{i\pi n}{2d}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.12)$$

При таком направлении внешнего магнитного поля решения для магнито-статического потенциала принимают вид краевых спиновых волн, амплитуда потенциала которых экспоненциально затухает при удалении от границы пленки, например для моды с номером  $n = 0$ :

$$\Psi = \begin{cases} \Psi_0(e^{kd} + p(\nu))e^{-ky+i\nu kx}, & d < y \\ \Psi_0(e^{ky} + p(\nu)e^{-ky})e^{i\nu kx}, & -d < y < d \\ \Psi_0(1 + p(\nu)e^{kd})e^{ky+i\nu kx}, & y < -d \end{cases} \quad (1.13)$$

где  $p(\nu)$  — постоянная смещения поля

$$p(\nu) = \frac{\mu - 1 - \nu\eta}{\mu + 1 + \eta} e^{-kd} \quad (1.14)$$

Распределение потенциала в данном случае зависит от направления распространения, а дисперсионные отношения между  $k$  и  $\omega$  не зависят:

$$\omega^2 = (\omega_H + \omega_M/2)^2 - (\omega_M/2)^2 e^{-2kd} \quad (1.15)$$

В магнонных кристаллах, образованных канавками на верхней поверхности ферромагнитной пленки (см. Рис. 1.1 (в)), намагниченность насыщения постоянна, и поэтому уравнение для динамики намагниченности сводится к стандартному уравнению Уокера 1.10. Если глубина каждой из канавок мала по сравнению с толщиной пленки, то можно приблизить форму меандра первыми гармониками или синусоидальными изменениями толщины  $y = d - \xi(x) = d(1 + \varepsilon e^{iQx} + \varepsilon^* e^{-iQx})$ , где  $Q = 2\pi/a$  волновой параметр для канавок с периодом  $a$ , а  $\varepsilon$  и  $\varepsilon^*$  — комплексное значение амплитуды модуляции и его комплексное сопряжение. Приближение будет иметь силу для малых амплитуд модуляции  $|\varepsilon| \ll 1$  и больших периодов  $dQ \ll 1$ .

В данном случае метод плоских волн заключается в представлении решения в виде двух волн с разным направлением распространения, которые рассеиваются на неоднородностях границы

$$\Psi^1 = A_+[e^{p_+(y-d)+\alpha_+e^{-p_+(y+d)}}]e^{iqx} + A_-[e^{p_-(y-d)+\alpha_-e^{-p_-(y+d)}}]e^{i(q-Q)x}. \quad (1.16)$$

В этом выражении  $p_+ = q = Q/2 + \delta$ ,  $p_- = q = Q/2 - \delta$  значения волновых чисел определяются волновым параметром  $Q$  системы неоднородностей и поправкой  $\delta$ .

Используя теорию возмущений, можно найти магнитостатический потенциал на неоднородной поверхности  $y = d - \xi(x)$  из разложения в ряд Тейлора относительно среднего значения  $y = d$

$$\Psi^1(x, d - \xi) = \Psi(x, d) - \frac{\partial \Psi^1(x, d)}{\partial y} \xi(x) \quad (1.17)$$

Нормальная составляющая магнитного поля  $B_n$  на неровной поверхности может быть найдена аналогичным образом, учитывая изменение угла  $\theta$  между нормалью к поверхности и осью  $y$

$$B_n = B_y \cos(\theta) + B_x \sin(\theta), \theta = \arctan\left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right). \quad (1.18)$$

Для такого разложения потенциала  $\Psi$  и нормальной компоненты магнитного поля  $B_n$ , с учетом только первых слагаемых в разложении, граничные условия для сред с индексами 0 и 1 принимают вид

$$\begin{aligned} \left(\Psi^0 + \frac{\partial \Psi^0}{\partial y} \xi\right)\Big|_{y=d} &= \left(\Psi^1 + \frac{\partial \Psi^1}{\partial y} \xi\right)\Big|_{y=d}, \\ \left(B_y^0 + \frac{\partial B_x^0}{\partial y} \xi - B_x^0 \frac{\partial \xi}{\partial x}\right)\Big|_{y=d} &= \left(B_y^1 + \frac{\partial B_x^1}{\partial y} \xi - B_x^1 \frac{\partial \xi}{\partial x}\right)\Big|_{y=d} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Подставляя вид потенциала  $\Psi$  из выражения (1.17) и разложение магнитного поля  $\mathbf{B}_{x,y}(x,y) = \hat{\mu} \cdot \nabla \Psi(x,y)_{x,y}$  в граничные условия (1.19) получаем систему линейных уравнений

$$\begin{cases} D_+ A_+ = -\frac{\varepsilon Q d}{4} \omega_M^2 A_- e^{-qd} \\ D_- A_- = -\frac{\varepsilon^* Q d}{4} \omega_M^2 A_+ e^{-qd} \end{cases} \quad (1.20)$$

где  $D_{\pm} = \omega^2 - (\omega_H + \omega_M/2)^2 + (\omega_M/2)^2 e^{-2qd}$ . Равенство нулю детерминанта такой системы даёт дисперсионное уравнение для связи частоты  $\omega$  с волновым числом  $q$

$$D_+ D_- = \left(\frac{|\varepsilon| Q d}{4}\right)^4 e^{-2qd} \quad (1.21)$$

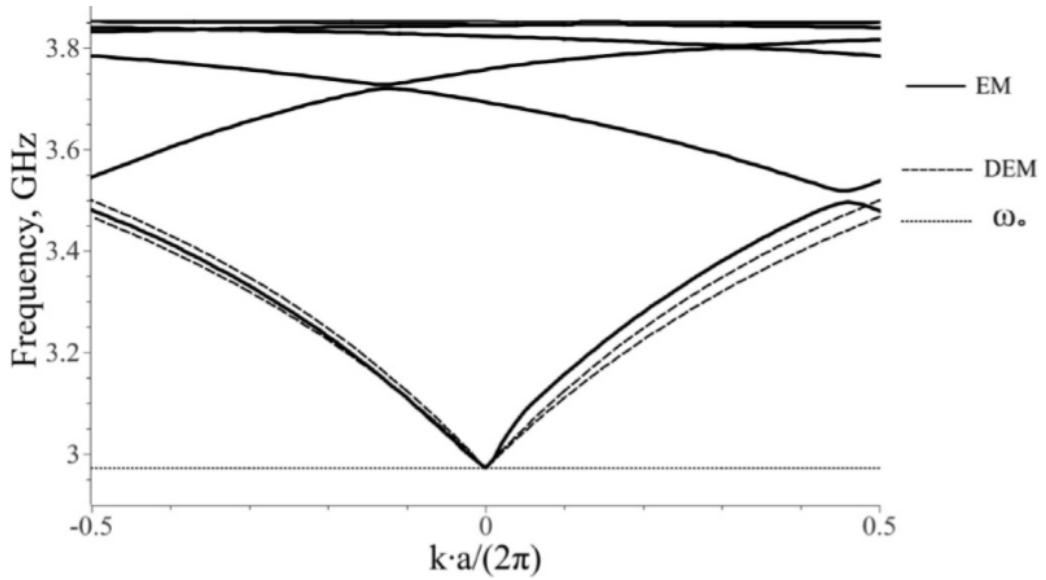


Рисунок 1.3 — Дисперсия краевых спиновых волн в МК, образованного канавками на поверхности ферромагнитной пленки (сплошная линия); пунктирные линии соответствуют модам Деймона–Эшбаха в пленках с максимальной и минимальной толщиной без модуляции, сплошная линия соответствует нижней границе частот для поверхностных спиновых волн

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}.$$

МК, показанный на Рис.1.2 (в), изготовленный из железо-иттриевого граната (ЖИГ, YIG) с намагниченностью насыщения  $4\pi M_s = 1750$  Гс и со следующими параметрами:  $a = 75$  мкм — длина ячейки,  $l = 20$  мкм — длина канавки (доля заполнения канавки  $r \approx 0,27$ ),  $d = 10$  мкм — толщина пленки,  $H_{ext} = 500$  Ое — внешнее магнитное поле направленное касательно поверхности пленки,  $b = 1$  мкм — глубина канавки (модуляция толщины 10%). Полученная дисперсия из уравнения (1.15) показана на Рис. 1.3. Дисперсионные кривые ПМСВ в МК (сплошные линии) дополнены дисперсионными кривыми для сплошных пленок с толщинами  $d = 10$  мкм и  $d = 9$  мкм. Также приведена нижняя частота  $\omega_0$  для ПМСВ (пунктирная линия) и дисперсионные кривые (пунктирные линии) для пленки толщиной 10 мкм и 9 мкм. Для такой геометрии пленки левые дисперсионные ветви ( $k < 0$ ) на Рис. 1.3 соответствуют локализации ПМСВ вблизи нижней поверхности МК, поэтому изменения дисперсионных зависимостей от наличия неоднородности границы слабое. Поэтому дисперсионная кривая ПМСВ соответствует дисперсионным кривым сплошных пленок, как если бы толщины была  $d_1 > d_{eff} > d_2$ ). ПМСВ, распространяющийся в положительном направлении оси  $0x$  ( $k > 0$ ) локализу-

ется вблизи неоднородной поверхности и поэтому полученная дисперсионная картина является асимметричной. Выбранная небольшая модуляция поверхности  $\delta d/d = 0.1$  является достаточной для проявления эффекта невзаимности спиновых волн, которое в данном случае проявляется в смещении запрещенных зон относительно значений волнового параметра  $ka/2/\pi = 0, \pm 0.5$ . Такое положение запрещенных зон на дисперсионных кривых наблюдалось бы для МК в котором противонаправленные волны спиновые волны рассеянные на неоднородностях имели бы одинаковые дисперсионные характеристики.

### 1.2.2 Топологическая магноника

Развитие технологий изготовления тонких магнитных пленок и наноразмерных структур из них привело к появлению ряда научных работ посвященных изучению приборов спинтроники и магноники на основе топологических эффектов [73–77]. В таких устройствах используются свойства спиновых волн, связанные с топологией магнитных структур, например, создание выделенных направлений для распространения спиновых волн и обмена энергией между ними в отдельных элементах устройств. Искусственное структурирование магнитных пленок и материальных параметров позволяет создавать структуры с выделенными разрешенными или запрещенными направлениями распространения, или, путем изменения граничных условий [78], позволяет управлять дисперсионными свойствами распространяющихся спиновых волн.

Одним из таких топологических эффектов является наличие хиральных краевых спиновых волн в ферромагнитных пленках с гексагональной решеткой. Такие волны могут распространяться в выделенном направлении в волноводном канале, образованном доменными стенками [79] или границей пленки [80]. На основе этого эффекта, в работах [81; 82] предлагается конструкция делителя для спиновых волн. Характер распространения краевых спиновых волн определяется расположением границы между доменами, через которую спиновая волна не проходит, а распространяется вдоль нее. В пленках с разными направлениями намагниченности насыщения (Рис. 1.4 а,b) краевые спиновые волны распространяются невзаимно вдоль границы домена и имеют выделенное направление распространения. При этом, при наличии доменной стенки (Рис.

1.4 с) для спиновой волны существует одно общее направление распространения для обоих доменов, причем СВ одного домена возбуждает магнитные колебания в другом домене.

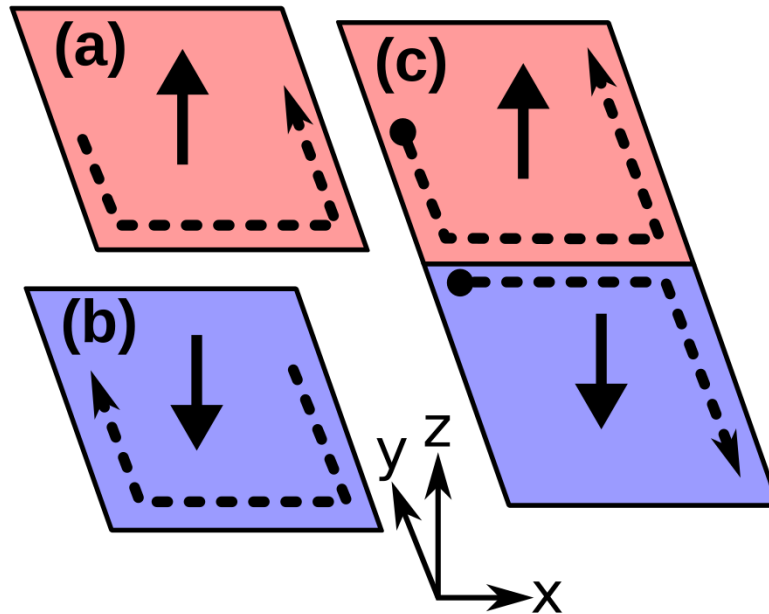


Рисунок 1.4 — Ферромагнитная пленка с направлением намагниченности по оси  $+z$  (a) и  $-z$  (b). Пунктиром обозначен разрешенный путь распространения краевых волн на границе пленки с вакуумом или с другим доменом. (c) Схема делителя, образованного двумя доменами с противоположным направлением намагниченности.

Такие физические свойства переноса магнитного момента предлагается использовать в интерферометре спиновых волн, по похожему принципу объединяются два делителя, один из которых действует в обратном направлении складывая две спиновые волны с разными фазами за счет их интерференции. В таком интерферометре, образованном двумя доменами, имеется два пути распространения спиновой волны на границе двух доменов (Рис. 1.5). Сдвиг фазы между двумя спиновыми волнами определяется дисперсионными характеристиками материала на путях прохождения СВ и положением доменных стенок. Таким образом, на ферромагнитной пленке возможно создать волноводные структуры из доменных стенок с возможностью управления направлением распространения спиновых волн. Причем положение доменной стенки определяет разницу в фазе результирующей волны.

В работе [83] описывается возможность создания волноводных структур для топологически защищенных магнитных мод с помощью искусственно струк-

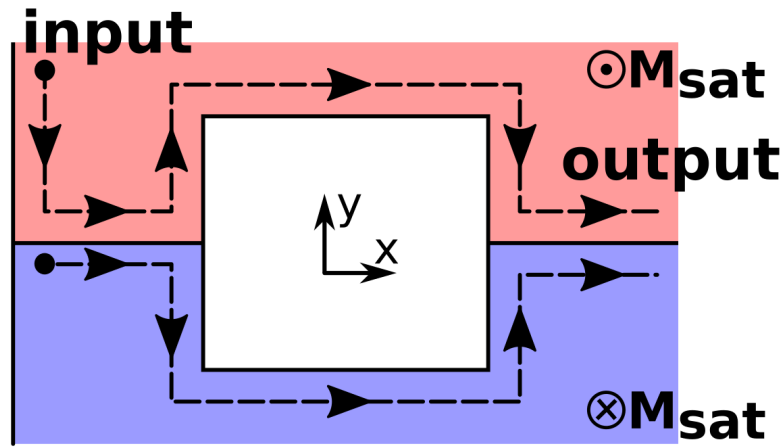


Рисунок 1.5 — Схема интерферометра, образованного двумя доменами. Стрелками обозначены пути распространения краевых спиновых волн вдоль границ доменов.

турированных пленок. В качестве среды для распространения спиновых волн предлагается ферромагнитная пленка ЖИГ с периодической гексагональной решеткой из треугольных отверстий. Наклон отверстия относительно элементарной ячейки определяет дисперсионные характеристики спиновых волн, зависящие от направления волнового вектора. Роль доменной стенки здесь выполняет граница между областями с отличающимся углом наклона треугольных отверстий, такой тип структурирования по аналогии с доменами с разными направлениями намагниченности создает выделенный канал для распространения спиновых волн, в котором возможно создавать деление и интерференцию спиновых волн

Другим способом реконфигурации спинтронных устройств является составные или дискретные структуры, которые состоят из нескольких элементов разделенных в пространстве [84–86], [A4]. В работе [87] описывается делитель из двух волноводов, спиновые волны в которых могут обмениваться энергией через диполь-дипольное взаимодействие (Рис. 1.6). Возбужденная в волноводе с номером 1 спиновая волна возбуждает волну с противоположной фазой в волноводе с номером 2. Изменения топологии структуры здесь можно провести через изменение направления намагниченности отдельного волновода или создание доменных стенок внутри волноводов. В схеме с двумя однородно намагниченными волноводами (параллельно или антипараллельно относительно друг друга) по всей длине обменного канала происходит перекачка энергии спиновой волны, таким образом распространяются две связанные моды. Доля энергии СВ



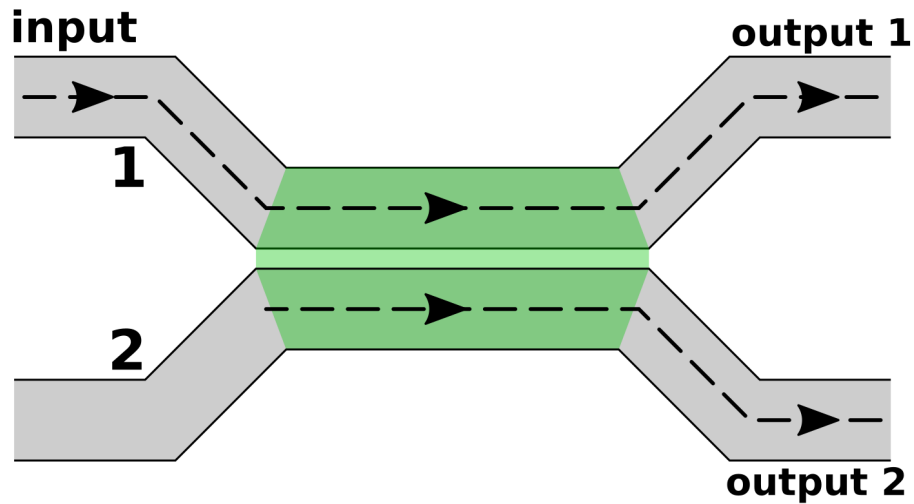


Рисунок 1.6 — Два волновода 1 и 2 с зоной (зеленая область), в которой происходит обмен энергией между связанными спиновыми волнами. Волна из одного волновода (input) при прохождении через структуру разделяется на две волны (output 1, output 2), амплитуды которых зависят от частоты волны и дисперсионных характеристик среды.

в каждом волноводе на выходе зависит от соотношения амплитуд связанных волн на выходе из участка с дипольным обменом, что, в свою очередь, зависит частоты и дисперсионных характеристик волновода. Таким образом выходная мощность магнитных колебаний каждого волновода регулируется через изменение частоты возбужденной спиновой волны.

В работе [88] рассматривается схема диода для спиновых волн, принцип работы которого основывается на эффекте невзаимности распространения спиновой волны внутри волноводного канала, образованного доменной стенкой (Рис. 1.7 a,b) в пленке ЖИГ между доменами с противоположным направлением намагниченности (красный и синий векторы). Доменная стенка эффективным магнитным полем создает волноведущий канал в котором, при наличии обменного взаимодействия Дзялошинского-Мория (DMI) с константой обмена  $D$ , пространственное распределение амплитуды колебаний намагниченности зависит от направления распространения спиновой волны. В общем виде слагаемое гамильтониана для взаимодействия DMI для двух соседних спинов записывается в виде  $H_{DMI} = D_{ij} \cdot (S_i \times S_j)$ , и является причиной для широкого спектра эффектов невзаимности в магнитных материалах [89–91]. По аналогии с поверхностными магнитостатическими спиновыми волнами в касательно намагниченной ферромагнитной пленке, амплитуда распространяющейся волны

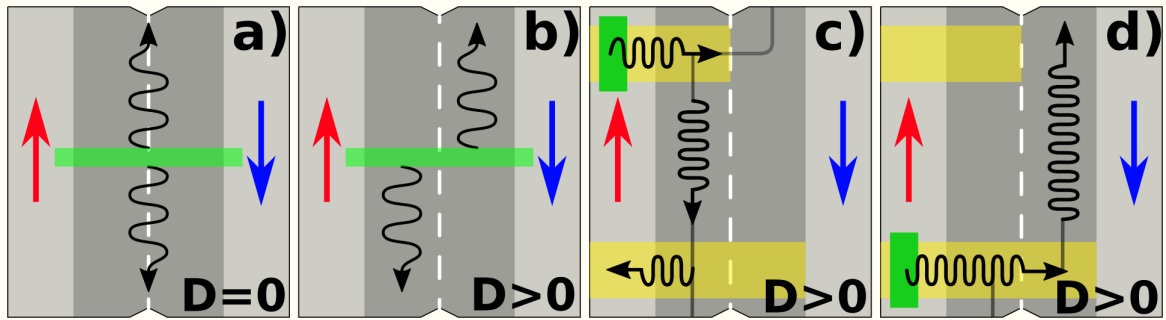


Рисунок 1.7 — Схема распространения спиновых волн в доменной стенке (темный регион) при отсутствии (a,  $D = 0$ ) и наличии (b,  $D > 0$ ) DMI в магнитной пленке. Принцип работы диода для спиновых волн (c, d). Входной и выходной волноводы обозначены желтым цветом. Перенос магнитного момента при прохождении из волновода с источником спиновых волн (зеленая область) в выходной канал зависит от направления распространения.

сконцентрирована с одной из сторон волновода, размер которого определяется толщиной доменной стенки Блоха. Такой вид невзаимного распространения можно использовать для создания диода (Рис. 1.7 c,d), расположив над пленкой два волновода, выполняющих роль источника и приемника спиновой волны из пленки. Положение доменной стенки и, соответственно, эффективность передачи, так же можно изменять магнитным полем или через перенос магнитного момента (spin-transfer torque) под воздействием электрического тока.

Основной принцип функционирования устройств топологической магнетики заключается в создании искусственных магнитных структур: системы доменных стенок, границ магнитных, периодических массивов из дискретных магнитных элементов. С помощью таких структур можно создавать такие устройства как волноводы, резонаторы, интерферометры и диоды для спиновых волн. Представляется возможным внешними воздействиями изменить топологию структуры, тем самым осуществлять управление характеристиками распространяющихся спиновых волн.

## 1.3 Численные методы моделирования динамики спиновых волн

### 1.3.1 Метод конечных элементов

Метод конечных элементов [92] (finite element method - FEM) является полностью численным методом решения уравнений движения. Его достоинством является универсальность, позволяющая вычислять дисперсию волн в структурах со сложной геометрией, нелинейными и анизотропными элементами, не поддающимися аналитическому рассмотрению. Существует много программных пакетов, в которых реализован FEM, в том числе и свободно распространяемые. Например, микромагнитное моделирование с помощью FEM можно проводить с помощью пакетов Comsol [93–97], NMag [98], TetraMag [99], MagPar [100], FastMag [101]. В целом, FEM предоставляет большую гибкость в плане исследуемых геометрий, чем другие численные методы, при этом являясь более ресурсоемким.

Рассмотрим уравнение в частных производных с дифференциальным оператором  $I$  порядка  $n$ , действующим на функцию  $\varphi$ , с источником  $f$ :

$$I\varphi = f \quad (1.22)$$

Первый шаг состоит в приближении функции  $\varphi$  через ряд вида:

$$\varphi = \sum_{j=1}^N c_j \mathbf{v}_j \quad (1.23)$$

где  $\mathbf{v}_j$  это заданные функции разложения, а  $c_j$  это константы, которые необходимо определить. Оптимальным решением (1.22) считается такое, при котором невязка  $r = I\varphi - f$  является минимальной на точках области  $\Omega$ . Согласно методу взвешенных невязок:

$$R_i = \int_{\Omega} \omega_i r d\Omega = \sum_{j=1}^N c_j \int_{\Omega} \omega_i (I\mathbf{v}_j - f) d\Omega = 0 \quad (1.24)$$

Весовые функции  $\omega_i$  - это функции предыдущих приближений. Можно переформулировать задачу в матричном виде:

$$\sum_{j=1}^N c_j L_{ij} = b_i, \quad L_{ij} = \int_{\Omega} \mathbf{v}_i I \mathbf{v}_j d\Omega, \quad b_i = \int_{\Omega} \mathbf{v}_i f d\Omega \quad (1.25)$$

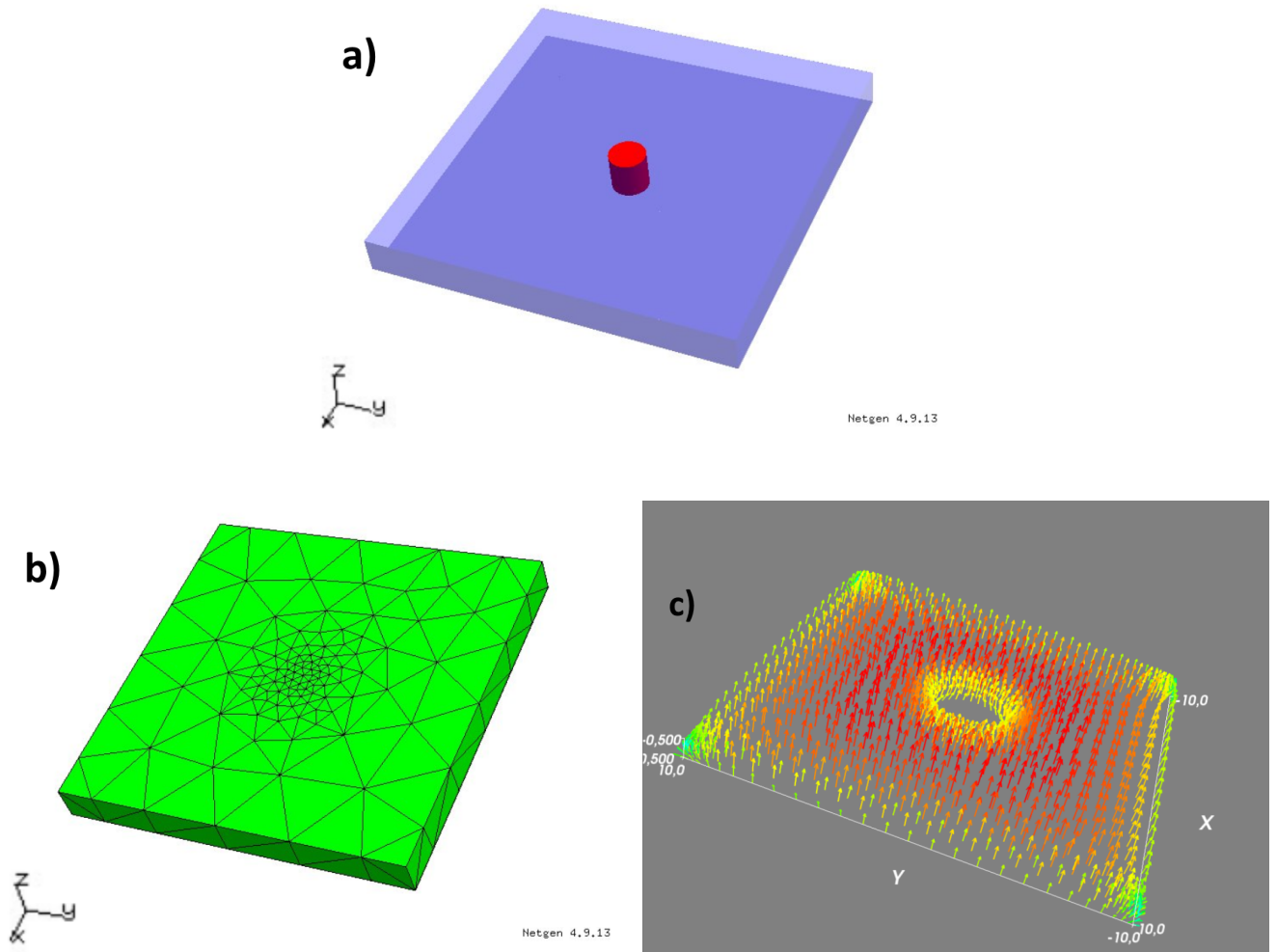


Рисунок 1.8 — (а) модель магной структуры и (б) сетка ее разбиения в программе генерации разбиений Netgen; (с) распределение поля размагничивания в структуре рассчитанное с помощью пакета NMag.

Таким образом, сейчас надо решить линейную систему уравнений на неизвестные  $c_j$ , матричные элементы которой по большей части являются нулевыми. Основная идея FEM заключается в разбиении вычислительной области на маленькие элементы и использовании простых линейных или квадратичных функций для приближения искомого решения на каждом элементе. Для планарных геометрий можно выбрать треугольные элементы разбиения. В случае

трехмерных задач структура будет представлена в виде разбиения на тетраэдры. На Рис. 1.8 показан пример решения статической задачи о распределении поля размагничивания в магнонной структуре, состоящей из ферромагнитной пленки с цилиндрическим включением (см. Рис. 1.8). С помощью вспомогательной программы для генерации сеток разбиения Netgen [102] получено представление магнонной структуры в виде набора тетраэдров (см. Рис. 1.8). Размер тетраэдров можно варьировать для повышения точности или быстродействия. По рисунку также видно, что можно использовать адаптивную сетку, шаг которой становится меньше вблизи неоднородностей структур, что позволяет существенно понизить требования к вычислительной мощности при сохранении приемлемой точности. В результате на выходе статической задачи получаем распределение поля размагничивания в неоднородной магнонной структуре (см. Рис. 1.8).

FEM может быть также использован и для расчета динамических задач в различных магнонных структурах с учетом заданных граничных условий, анизотропий материалов, эффекта переноса магнитного момента, спиновых токов и токов проводимости. В частности, вводя периодические граничные условия, с помощью FEM можно рассмотреть периодические магнонные структуры, в которых достаточно рассчитать динамику намагниченности в одном периоде структуры. Так в работах [96; 97] было рассмотрено распространение спиновых волн в 3D магнонных кристаллах из ЖИГ в форме меандров, которые были намагничены касательно и нормально. Показано, что такие существенно объемные структуры могут быть использованы в магنونике для обработки сигналов.

### 1.3.2 Метод конечных разностей во временной области

Другим популярным численным методом описания магнонных структур является метод конечных разностей во временном пространстве (finite-difference time-domain - FDTD) [103; 104], в рамках которого дифференциальные уравнения аппроксимируются с помощью разностных уравнений. Метод является более простым в реализации, чем FEM, однако накладывает некоторые ограничения на геометрию элементов разбиения. Рассмотрим его реализацию в общем случае проводящей, изотропной и однородной среды:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E}, \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= -\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E}.\end{aligned}\tag{1.26}$$

При реализации FDTD используется конечно-разностная схема с центральной конечной разностью первого порядка для производной функции:

$$\frac{d}{dx_i} u(x_i) = \frac{u(x_i + h) - u(x_i - h)}{2h} + o(h^2)\tag{1.27}$$

Используя такое приближение в одномерном случае и заменяя роторы и производные, получаем одномерную схему:

$$\begin{aligned}\frac{E_k^{n+1/2} - E_k^{n-1/2}}{\Delta t} &= -\frac{1}{\varepsilon} \frac{H_{k+1/2}^n - H_{k-1/2}^n}{\Delta x}, \\ \frac{E_{k+1/2}^{n+1} - E_{k+1/2}^n}{\Delta t} &= -\frac{1}{\mu} \frac{H_{k+1}^{n+1/2} - H_k^{n+1/2}}{\Delta x}.\end{aligned}\tag{1.28}$$

где  $\Delta x$  и  $\Delta t$  это шаг дискретизации по координате и времени:

$$\begin{aligned}E_k^n &= E(n \cdot \Delta t, k\Delta x) = E(t, x), \\ H_k^n &= H(n \cdot \Delta t, k\Delta x) = H(t, x).\end{aligned}\tag{1.29}$$

Таким образом величины  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  вычисляются шаг за шагом. Очевидным образом полученная схема может быть обобщена на случай двухмерных и трехмерных задач.

Моделирование состояний магнитных систем методом FDTD реализовано в таких программах как OOMMF [105–107], MuMax3 [108], GPMagnet [109]. Среди перечисленных, MuMax3 интересен тем, что в нем реализована технология CUDA [110], которая позволяет задействовать возможности распределенных вычислений на графических процессорах nVIDIA, что существенным образом повышает быстродействие алгоритма. В работах [96;97;111] метод FDTD, реализованный с помощью программы MuMax3, использовался как для вычисления распределения статических эффективных полей в трехмерных магнитных кристаллах вида меандр, так и для нахождения коэффициентов прохождения спиновых волн через такие кристаллы.

## Глава 2. Исследование свойств спиновых волн в массивах ферромагнитных включений в ферромагнитной пленке методом многократного рассеяния

### 2.1 Уравнение Уокера для спиновых волн в пленке с включениями

Рассматривается задача о распространении прямой объемной магнито-статической волны (ПОМСВ) в ферромагнитной тонкой пленке (матрице), содержащей конечноразмерный двумерный массив магнитных непересекающихся цилиндрических включений (Рис. 2.1), с учетом металлизации поверхностей пленок и включений на поверхностях  $z = 0$  и  $z = d$ . Решение уравнений Максвелла в магнито-статическом приближении проводится аналогично работе [А3], и сводится к набору уравнений  $\nabla \vec{b} = 0$  и  $\nabla \times \vec{h} = 0$  для векторов магнитной индукции  $\vec{b}$  и магнитного поля  $\vec{h}$  спиновой волны. Магнитное поле можно записать в терминах магнито-статического потенциала  $\Psi$  согласно  $\vec{h} = -\nabla \Psi$ .

Вектор магнитной индукции определяется соотношением  $\vec{b} = \overset{\leftrightarrow}{\mu} \vec{h}$ , где антисимметричный тензор  $\overset{\leftrightarrow}{\mu}$  магнитной восприимчивости [45] записан в следующей форме

$$\overset{\leftrightarrow}{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_0 & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Компоненты  $\mu_0$  и  $\mu_a$  в уравнении (2.1) оцениваются в соответствии с теорией Ландау-Лифшица и определяются угловой частотой спиновой вол-

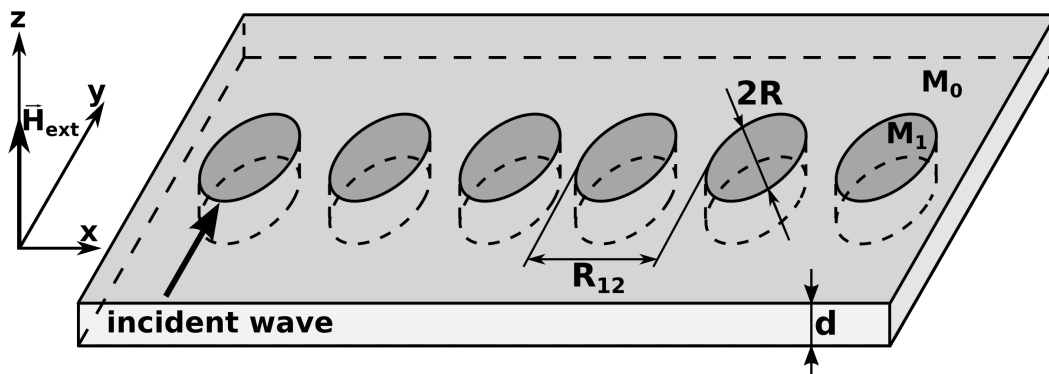


Рисунок 2.1 — Ферромагнитная пленка с линейной цепочкой из цилиндрических ферромагнитных включений.

ны  $\omega$ , внешнее однородное магнитное поле  $H_{ext}$  действует вдоль оси  $z$  на пленку с различными значениями намагниченностей насыщения  $M_s^0$  и  $M_s^1$  внутри однородной части пленки и включений соответственно. Игнорируя тепловые диссипации [45], мы можем рассматривать упомянутые диагональные и недиагональные компоненты магнитной восприимчивости как функции действительных значений пространственных переменных  $x, y, z$  внутри объема пленки  $0 < z < d$  так что тензор магнитной восприимчивости в уравнении (2.1) является эрмитовой матрицей, инвариантной относительно сопряжения  $\overset{\leftrightarrow}{\mu}^+ = \overset{\leftrightarrow}{\mu}$ . Подстановка уравнения (2.1) в уравнение для магнитной индукции дает в магнитостатическом приближении уравнение Уокера для нашей задачи

$$\begin{aligned} L\Psi &= \partial_x(\mu_0\partial_x\Psi) + \partial_y(\mu_0\partial_y\Psi) \\ &+ i[\partial_x(\mu_a\partial_y\Psi) - \partial_y(\mu_a\partial_x\Psi)] + \partial_z^2\Psi = 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Можно проверить, что оператор Уокера  $L$ , определенный уравнением (2.2), является эрмитовым оператором  $L^+ = L$  для функций  $\Psi(x, y, z)$ , определенных внутри матрицы с граничными условиями  $\partial_z\Psi(x, y, z)|_{z=0, d} = 0$  и скалярным произведением

$$(\Psi_1, \Psi_2) = \int \int dx dy \int_0^d dz \Psi_1^*(x, y, z)\Psi_2(x, y, z). \quad (2.3)$$

Далее мы предполагаем, что тензорная магнитная восприимчивость  $\overset{\leftrightarrow}{\mu}(x, y)$  имеет значения  $\overset{\leftrightarrow}{\mu}^0$  и  $\overset{\leftrightarrow}{\mu}^1$  внутри матрицы и включений соответственно, обозначая  $\delta\overset{\leftrightarrow}{\mu}(x, y) = \overset{\leftrightarrow}{\mu}(x, y) - \overset{\leftrightarrow}{\mu}^0$  отклонение магнитной восприимчивости ферромагнитной матрицы с включениями от магнитной восприимчивости однородной матрицы. Оператор Уокера записывается в виде суммы  $L = L_0 + L_1$  невозмущенного оператора  $L_0 = L|_{\overset{\leftrightarrow}{\mu} \rightarrow \overset{\leftrightarrow}{\mu}^0}$  и возмущения  $L_1 = L|_{\overset{\leftrightarrow}{\mu} \rightarrow \delta\overset{\leftrightarrow}{\mu}}$ . Невозмущенный оператор описывает распространение магнитостатической спиновой волны внутри однородной пленки, а возмущение учитывает рассеяние спиновой волны включениями. Обозначаем  $(1/\mu_0^0)L_1\Psi = -U(x, y)\Psi$  и записываем  $U(x, y)$  оператор магнитостатического рассеяния спиновых волн. Этот оператор эрмитов  $U^+ = U$ . Теперь уравнение Уокера (2.2) принимает вид

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)\Psi + \frac{1}{\mu_0^0}\partial_z^2\Psi - U\Psi = j(x, y, z), \quad (2.4)$$



где источник  $j(x, y, z)$  будет введен дополнительно. Оператор рассеяния, и отклонение магнитной восприимчивости  $\delta\vec{\mu}(x, y)$  имеют нулевые значения вне объема включений.

## 2.2 Метод Т-оператора рассеяния

Введем функцию Грина  $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$  [112], где вектор  $\vec{r} = (x, y, z)$  является точкой в трехмерном координатном пространстве. Функция Грина для невозмущенного уравнения Уокера (2.4) удовлетворяет уравнению

$$\left( \partial_x^2 + \partial_y^2 + \frac{1}{\mu_0} \partial_z^2 \right) G_0(\vec{r}, \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}'), \quad (2.5)$$

$$\partial_z G_0(\vec{r}, \vec{r}')|_{z=0,d} = 0.$$

Решение дифференциального уравнения Уокера (2.4) сводится к интегральному уравнению

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_0(\vec{r}) + \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') U(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d\vec{r}', \quad (2.6)$$

где неоднородный член в правой части (ПЧУ) - магнитный потенциал падающей спиновой волны

$$\Psi_0(\vec{r}) = \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') j(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (2.7)$$

Т-оператор рассеяния  $T(\vec{r}, \vec{r}')$  для магнитостатических спиновых волн вводится путем записи решения интегрального уравнения ( (2.6) ) в виде

$$\Psi(\vec{r}) = \Psi_0(\vec{r}) + \int G_0(\vec{r}, \vec{r}') T(\vec{r}', \vec{r}'') \Psi_0(\vec{r}'') d\vec{r}'' \quad (2.8)$$

и удовлетворяет интегральному уравнению Липпмана-Швингера (левая часть)

$$T(\vec{r}, \vec{r}') = U(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}') + U(\vec{r}) \int G_0(\vec{r}, \vec{r}'') T(\vec{r}'', \vec{r}') d\vec{r}'' \quad (2.9)$$

Оператор  $T(\vec{r}, \vec{r}')$  зависит от обоих аргументов и имеет ненулевые значения только внутри включений.

На основе уравнений (2.6, 3.12) полезно ввести величину

$$P(\vec{r}) = U(\vec{r})\Psi(\vec{r}) = \int T(\vec{r},\vec{r}')\Psi(\vec{r}')d\vec{r}', \quad (2.10)$$

которая имеет физический смысл динамического тока намагниченности, возбуждаемого внутри включений за счет рассеяния спиновых волн. В терминах этого тока потенциал магнитного поля, рассеянного включениями  $\Psi_{sc}(\vec{r})$ , записывается из уравнений. (2.6, 3.12) как

$$\Psi_{sc}(\vec{r}) = \int G_0(\vec{r},\vec{r}')P(\vec{r}')d\vec{r}' \quad (2.11)$$

Из-за эрмитовости потенциала рассеяния  $U$  можно получить из левой части Eq. (2.9) оптическую теорему для  $T$ -оператора рассеяния в виде

$$\begin{aligned} & T(\vec{r},\vec{r}') - T^*(\vec{r}',\vec{r}) = \\ & = \int d\vec{r}'' \int [G_0(\vec{r}'',\vec{r}''') - G_0^*(\vec{r}''',\vec{r}'')] \\ & \quad \times T^*(\vec{r}'',\vec{r})T(\vec{r}''',\vec{r}') d\vec{r}'''. \end{aligned} \quad (2.12)$$

### 2.3 Собственные моды спиновых волн в ферромагнитной пленке

Теперь рассмотрим вектор  $\vec{r}$  в цилиндрических координатах  $(\vec{\rho},z)$  путем перевода двумерных декартовых координат  $(x,y)$  в полярные координаты  $(\rho, \varphi)$ . С помощью этого преобразования мы вводим полное и ортогональное множество  $\Gamma_n(z), n = 0,1,2, \dots$  однородных пленочных (матричных) трансверсальных собственных мод, определяемых как

$$\begin{aligned} \Gamma_n(z) &= b_n \cos \frac{\pi n z}{d}, \\ b_0 &= \frac{1}{\sqrt{d}}, \quad b_n = \sqrt{\frac{2}{d}}, \quad n = 1,2, \dots \end{aligned} \quad (2.13)$$

Можно проверить, что все величины в уравнениях ((2.5)-(2.12)) могут быть легко разложены по множеству поперечных собственных мод уравнений (2.13). Например, трехмерная невозмущенная функция Грина  $G_0(\vec{r},\vec{r}')$ , удовлетворяющая дифференциальному уравнению (2.5), может быть расширена как

$$G_0(\vec{r},\vec{r}') = \sum_{n=0}^{\infty} G_n^{(0)}(\vec{\rho} - \vec{\rho}')\Gamma_n(z)\Gamma_n(z'), \quad (2.14)$$

где двумерная невозмущенная функция Грина  $G_n^{(0)}(\vec{\rho})$  вычисляется непосредственно в виде

$$G_n^{(0)}(\vec{\rho}) = \frac{1}{4i} H_0^{(1)}(k_{rn}^0 \rho) \quad (2.15)$$

В правой части этого уравнения  $H_m^{(1)}(u)$  обозначает функцию Ганкеля первого рода и порядка  $m = 0$ , а  $k_{rn}^0 = \sqrt{-1/\mu_0^0}(\pi n/d)$  является компонентом волнового вектора спиновой волны вдоль плоскости  $(x, y)$  внутри однородной матрицы для поперечной моды с номером  $n$ . Уравнение (2.11) для потенциала магнитного поля  $\Psi_{sc}(\vec{r})$ , рассеянного включениями в терминах двумерных величин, принимает вид

$$\Psi_{sc}(\vec{r}) = \int G_n^{(0)}(\vec{\rho} - \vec{\rho}') P_n(\vec{\rho}') d\vec{\rho}', \quad (2.16)$$

где двумерный ток  $P_n(\vec{\rho})$  получается путем преобразования второго уравнения из (2.10) и записывается в виде

$$P_n(\vec{\rho}) = \int T_n(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \Psi_{0n}(\vec{\rho}') d\vec{\rho}'. \quad (2.17)$$

В правой части уравнения (2.17)  $T_n(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$  обозначает двумерный оператор рассеяния, связанный с трехмерным оператором рассеяния  $T(\vec{r}, \vec{r}')$  путем преобразования, аналогичного преобразованию в уравнении (2.14). Величина  $\Psi_{0n}(\vec{\rho})$  появляется в разложении магнитного потенциала падающей спиновой волны в уравнении (2.7) вдоль поперечных собственных мод.

Применение этого разложения вдоль поперечных собственных мод к оптической теореме (2.12) дает

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2i} [T_n(\vec{\rho}, \vec{\rho}') - T_n^*(\vec{\rho}', \vec{\rho})] = \\ & = -\frac{1}{8\pi} \int_{2\pi} T_n^*(k_{rn}^0 \vec{s}, \vec{\rho}) T_n(k_{rn}^0 \vec{s}, \vec{\rho}') d\vec{s}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

В правой части этого уравнения для двумерного оператора рассеяния  $T_n(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$  используется двумерное преобразование Фурье

$$T_n(\vec{k}, \vec{\rho}') = \int e^{-i\vec{k}\vec{\rho}} T_n(\vec{\rho}, \vec{\rho}') d\vec{\rho}, \quad (2.19)$$

где  $\vec{s}$  обозначает двумерный единичный вектор. С помощью преобразования Фурье  $P_n(\vec{k})$  тока  $P_n(\vec{\rho})$  можно переписать оптическую теорему (2.18) следующим образом

$$Im \left[ \int \Psi_{0n}^*(\vec{\rho}) P_n(\vec{\rho}) d\vec{\rho} \right] = -\frac{1}{8\pi} \int_{2\pi} |P_n(k_{rn}^0 \vec{s})|^2 d\vec{s} \quad (2.20)$$

Полученное соотношение является основной оптической теоремой для рассматриваемых магнитостатических спиновых волн. Полезно переписать это отношение в виде

$$C_{ext} = C_{sc}, \quad (2.21)$$

где  $C_{ext}$  и  $C_{sc}$ - сечения возбуждения и рассеяния соответственно для рассеяния спиновых волн на включениях. Эти значения определяются отношениями

$$C_{ext} = -\frac{1}{k_{rn}^0} \text{Im} \left[ \int \Psi_{0n}^*(\vec{\rho}) P_n(\vec{\rho}) d\vec{\rho} \right], \quad (2.22)$$

$$C_{sc} = \frac{1}{8\pi k_{rn}^0} \int |P_n(k_{rn}^0 \vec{s})|^2 d\vec{s}. \quad (2.23)$$

В следующих разделах будет показано, что определения в уравнениях (2.22, 2.23) согласуются с понятиями сечений затухания и рассеяния, аналогичных оптике [44] при изучении двумерного рассеяния света когда поперечные сечения имеют размеры длины.

## 2.4 Амплитуды рассеянных спиновых волн

Чтобы прояснить физический смысл оптической теоремы (2.20-2.23), можно рассмотреть потенциал спин-волнового магнитного поля  $\Psi_{sc\ n}(\rho)$  (2.16), рассеянного одиночным включением с центром в 2D координатах  $\vec{R}_1 = 0$  (Рис. 2.2) для точки наблюдения  $\vec{\rho}$ , расположенной в дальней волне зона включения. Применение асимптотики для функции Ганкеля [113] с большим значением аргумента мы получаем

$$\Psi_{sc\ n}(\vec{\rho})|_{\rho \rightarrow \infty} \approx e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_{rn}^0 \rho}} e^{ik_{rn}^0 \rho} T(\vec{s}), \quad (2.24)$$

$$T(\vec{s}) = \frac{1}{4i} P_n(k_{rn}^0 \vec{s}).$$

Аналогично методам оптики [44] величину  $T(\vec{s})$  можно назвать амплитудой рассеяния в направлении с единичным вектором  $\vec{s} = \vec{\rho}/\rho$ . Для частного случая падающего магнитного потенциала плоской спиновой волны  $\Psi_{0n}(\rho) = e^{ik_{rn}^0 s_0}$ ,

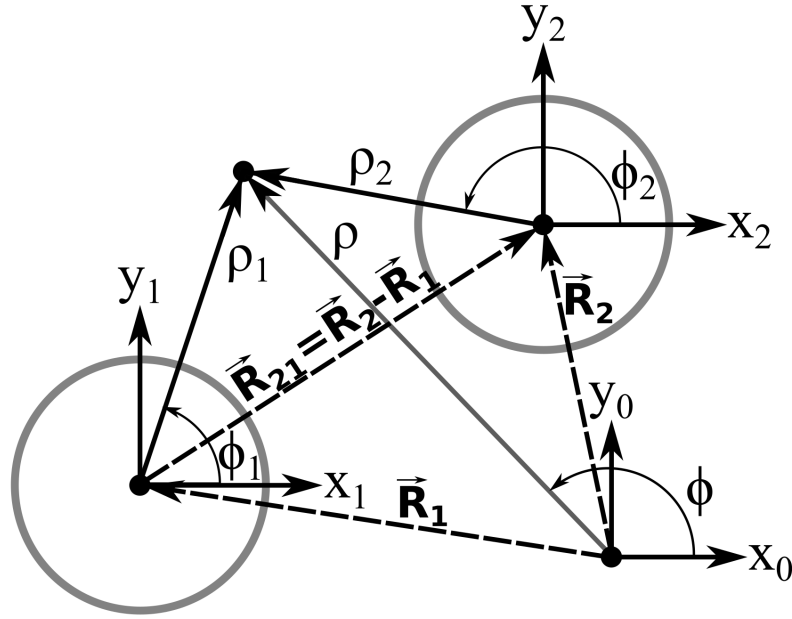


Рисунок 2.2 — Схема двух ферромагнитных включения с их локальными системами координат относительно лабораторной системы координат.

распространяющегося в направлении единичного вектора  $\vec{s}_0$  оптическая теорема в уравнении (2.20) переписывается как

$$\text{Re } T(\vec{s}_0) = -\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} |T(\vec{s})|^2 d\vec{s}. \quad (2.25)$$

Это традиционная форма оптической теоремы в оптике [44]. Чтобы соответствовать этой традиции, сечения затухания и рассеяния спиновых волн в уравнениях (2.22, 2.23) записываются в обычном виде

$$C_{ext} = -\frac{4}{k_{rn}^0} \text{Re} [T(\vec{s}_0)], \quad C_{sc} = \frac{2}{\pi k_{rn}^0} \int_{2\pi} |T(\vec{s})|^2 d\vec{s}. \quad (2.26)$$

В этом подразделе мы рассмотрели оптическую теорему в уравнениях (2.20-2.23) для случая рассеяния плоской падающей спиновой волны на одном включении. Общая оптическая теорема принимает наиболее интересный вид, когда плоская волна и особенно узкий падающий спин-волновой пучок рассеиваются ансамблем включений.

## 2.5 Свойства Т-оператора рассеяния

Рассмотрим задачу рассеяния спиновых волн на системе включений  $N$  центрами в точках с координатами  $\vec{R}_j$  ( $j = 1, 2, \dots$ ) (Рис.2) на плоскости  $(x, y)$ . Двумерный Т-оператор рассеяния для ансамбля  $N$  включений оценивается с помощью правила композиции Уотсона [47] следующим образом

$$T_n(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = \sum_{j=1}^N T_n^{(j)}(\vec{\rho}, \vec{\rho}'), \quad (2.27)$$

где самосогласованные двумерные Т-операторы рассеяния  $T_n^{(j)}(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$  удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{aligned} T_n^{(j)}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') &= T_n^{(0)}(\vec{\rho} - \vec{R}_j, \vec{\rho}' - \vec{R}_j) \\ &+ \int d\vec{\rho}'' \int d\vec{\rho}''' T_n^{(0)}(\vec{\rho} - \vec{R}_j, \vec{\rho}'' - \vec{R}_j) \\ &\times G_n^{(0)}(\vec{\rho}'' - \vec{\rho}''') \sum_{j' \neq j=1}^N T_n^{(j')}(\vec{\rho}''', \vec{\rho}'). \end{aligned} \quad (2.28)$$

В правой части этого множества  $T_n^{(0)}(\vec{\rho} - \vec{R}_j, \vec{\rho}' - \vec{R}_j)$  обозначает 2D Т-оператор рассеяния одиночного включения с центром в  $\vec{R}_j$ . Система уравнений (2.28) показывает, в частности, что самосогласованный оператор двумерного Т-рассеяния  $T_n^{(j)}(\vec{\rho}, \vec{\rho}')$   $j$ -ого включения ограничено зависимостью от первого аргумента  $\rho$  внутри  $j$ -го включения. Согласно уравнению (2.17) 2D-ток  $P_n(\vec{\rho})$  в случае  $N$  включений принимает вид суммы

$$\begin{aligned} P_n(\vec{\rho}) &= \sum_{j=1}^N P_n^{(j)}(\vec{\rho}), \\ P_n^{(j)}(\vec{\rho}) &= \int T_n^{(j)}(\vec{\rho}, \vec{\rho}') \Psi_{0n}(\vec{\rho}') d\vec{\rho}', \end{aligned} \quad (2.29)$$

где  $P_n^{(j)}(\vec{\rho})$ - самосогласованный ток, возбуждаемый внутри  $j$ -го включения. Рассеянное поле спиновой волны (2.16) принимает форму суммы самосогласованных полей  $\Psi_{sc n}^{(j)}(\vec{\rho})$ , разбросанных по разные включения

$$\begin{aligned} \Psi_{sc n}(\vec{\rho}) &= \sum_{j=1}^N \Psi_{sc n}^{(j)}(\vec{\rho}), \\ \Psi_{sc n}^{(j)}(\vec{\rho}) &= \int G_n^{(0)}(\vec{\rho} - \vec{\rho}') P_n^{(j)}(\vec{\rho}') d\vec{\rho}'. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Передача точки  $\vec{\rho}$  в дальней зоне всех включений  $N$  и запись  $P_n^{(j)}(\vec{\rho}) = \hat{P}_n^{(j)}(\vec{\rho} - \vec{R}_j)$  получается аналогично случаю в уравнении (2.24) асимптотики одиночного включения

$$\Psi_{sc\ n}^{(j)}(\vec{\rho})|_{\rho \rightarrow \infty} \approx e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi k_{rn}^0 \rho}} e^{ik_{rn}^0 \rho} T^{(j)}(\vec{s}), \quad (2.31)$$

$$T^{(j)}(\vec{s}) = \frac{1}{4i} e^{-ik_{rn}^0 \vec{s} \vec{\rho}} \hat{P}_n^{(j)}(k_{rn}^0 \vec{s}),$$

где двумерное преобразование Фурье  $\hat{P}_n^{(j)}(k_{rn}^0 \vec{s})$  оценивается аналогично уравнению (2.19). Теперь общая оптическая теорема в уравнениях (2.20-2.23) принимает для случая рассеяния плоской спиновой волны на ансамбле включений форму, аналогичную случаю одиночного включения в уравнениях (2.25, 2.26), с

$$T(\vec{s}) = \sum_{j=1}^N T^{(j)}(\vec{s}). \quad (2.32)$$

Как мы видим в случае рассеяния падающей плоской спиновой волны ансамблем включения, общая оптическая теорема (Ур. 2.20-2.23) принимает традиционный в оптике вид, учитывающий двумерное рассеяние света. Но в случае падающего узконаправленного рассеяния спиновых волн наша общая оптическая теорема дает в некотором смысле неожиданный и важный результат для дальней передачи спиновых волн по линейной цепочке включений в виде невидимой или темной моды.

## 2.6 Рассеяние спиновой волны на включениях в пленке

В этой части будет рассмотрено распространение падающего спин-волнового узкого пучка, который облучает в основном первое включение и рассеивается линейной цепочкой включений. Геометрия этого случая изображена на Рис. 2.1, где линейная цепочка расположена вдоль оси  $x$ , а падающая волна распространяется вдоль направления единичного вектора  $\vec{s}_0 = \hat{y}$  оси  $y$ , облучающей первое включение  $j = 1$ , расположенное в точке  $\vec{R}_1 = 0$  пленки.

В этом случае мы имеем

$$\begin{aligned} \int \Psi_{0n}^*(\vec{\rho}) P_n(\vec{\rho}) d\vec{\rho} &\equiv \int \Psi_{0n}^*(\vec{\rho}) \sum_{j=1}^N \hat{P}_n^{(j)}(\vec{\rho} - \vec{R}_j) d\vec{\rho} \\ &\approx \int \Psi_{0n}^*(\vec{\rho}) \hat{P}_n^{(1)}(\vec{\rho}) d\vec{\rho} \approx \hat{P}_n^{(j)}(k_{rn}^0 \vec{s}_0). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Последняя оценка в уравнении (2.33) была представлена потому, что падающий луч  $\Psi_{0n}(\rho)$  имеет приближенную форму плоской волны внутри первого включения. Подстановка этой последней оценки в уравнении (2.22) для общего определения сечения вымирания дает

$$C_{ext} \approx -\frac{1}{k_{rn}^0} \text{Im} \hat{P}_n^{(1)}(k_{rn}^0 \vec{s}_0) = -\frac{4}{k_{rn}^0} \text{Re} T^{(1)}(\vec{s}_0), \quad (2.34)$$

где амплитуда рассеяния  $T^{(1)}(\vec{s}_0)$  определяется в уравнениях (2.31). Основным свойством уравнения (2.34) является то, что сечение затухания линейной цепи в случае падающего узкого пучка спиновых волн, облучающего только первое включение, формально совпадает с сечением затухания в формуле (2.26) для одного включения. Таким образом, только облученное включение вносит прямой вклад в коллективное сечение гашения, несмотря на общее количество включений в линейной цепочке, что делает прямой суммарный вклад всех других включений в рассеяние спиновых волн практически невидимым, мы называем это темной модой.

## 2.7 Самосогласованные амплитуды спиновых волн в методе многократного рассеяния

В случае многократного рассеяния падающей волны на ансамбле включений  $N$  полный потенциал рассеянного поля спиновой волны  $\Psi_{sc\ n}(\vec{\rho})$  представляется в виде суммы  $N$  самосогласованные потенциалы поля  $\Psi_{sc\ n}^{(j)}(\vec{\rho})$ , рассеянные различными включениями. Один из способов выписать самосогласованное рассеяние полей различными включениями - это самосогласованные амплитуды многократного рассеяния спиновых волн  $B_{jm}$  [A3, A4].



Спин-волновой потенциал, рассеянный  $j$ -ым включением, записывается в виде

$$\Psi_{sc\ n}^{(j)}(\rho_j, \varphi_j) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{jm} H_m^{(1)}(k_{rn}^0 \rho_j) e^{im\varphi_j}. \quad (2.35)$$

Эта формула записана в локальной системе координат  $j$ -го включения (Рис. 2.2), с вектором  $\vec{\rho}_j = \vec{\rho} - \vec{R}_j$ . Перемещая точку  $\vec{\rho}$  в дальнюю зону всех включений  $N$ , можно получить асимптотику для дальней волны в уравнении (2.35), аналогичную уравнению (2.31). Сравнение позволяет получить отношения

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{jm} e^{im(\varphi_j - \pi/2)} = \frac{1}{4i} \hat{P}_n^{(j)}(k_{rn}^0 \vec{s}). \quad (2.36)$$

Это соотношение между парциальными амплитудами многократного рассеяния  $B_{jm}$  и двумерным преобразованием Фурье  $\hat{P}_n^{(j)}(k_{rn}^0 \vec{s})$  токов, возбужденных внутри включений. Уравнения (2.36) позволяют переписать формулы для затухания и сечений рассеяния для спиновых волн в терминах многократных парциальных амплитуд рассеяния. В частности, формула в уравнении (2.34) принимает вид

$$C_{ext} = -\frac{1}{k_{rn}^0} \operatorname{Re} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{1m}. \quad (2.37)$$

Соответствующее выражение для сечения рассеяния имеет вид

$$C_{sc} = \frac{2}{\pi k_{rn}^0} \times \int_{2\pi} \left| \sum_{j=1}^N e^{ik_{rn}^0 \vec{s} \vec{R}_j} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{jm} e^{im(\varphi_j - \pi/2)} \right|^2 d\vec{s} \quad (2.38)$$

и должен совпадать по значению с уравнением (2.37) из-за теоремы экстинкции  $C_{ext} = C_{sc}$ . Частичные амплитуды многократного рассеяния удовлетворяют системе уравнений, которая была получена в предыдущей работе [А3] при условии падения плоской спиновой волны. Для случая узкого пучка падающей спиновой волны аналогичные системы уравнений могут быть получены из правила композиции Уотсона (2.28)

$$B_{jm} = B_m^{(1)} + \frac{B_m^{(1)}}{\hat{A}_{jm}} \sum_{j \neq j'=1}^N \sum_{l=-\infty}^{\infty} G_{m-l}^{jj'} B_{j'l}, \quad (2.39)$$

с матричным ядром

$$G_{m-l}^{jj'} = H_{l-m}(k_r^0 R_{jj'}) e^{i(l-m)\arg \vec{R}_{jj'}}, \quad (2.40)$$

где  $\arg R_{jj'}$  обозначает угол между вектором  $R_{jj'}$  и осью  $x$ . Величина  $B_m^{(j)}$  обозначает частичную амплитуду рассеяния одиночного изолированного включения  $j$ . Соотношение  $B_m^{(j)} / \hat{A}_{jm} = T_m^{(j)}$  в уравнении (2.39) определяет матрицу рассеяния  $T_m^{(j)}$   $j$ -го одиночного включения и зависят только от параметров включения. Величины  $\hat{A}_{jm}$  являются коэффициентами разложения по бесселевым функциям падающего спин-волнового пучка в локальной системе координат  $j$ -го включения. В этом случае мы рассматриваем только возбуждение 1-го включения, поэтому  $\hat{A}_{jm} = 0$  для  $j \neq 1$ . Матрица рассеяния одиночного включения оценивается в работах [36], [А3] и может быть получена путем решения интегрального уравнения Липпмана-Швингера (2.9).

В этом разделе завершается рассмотрение общих свойств оператора Т-рассеяния для многократного магнитостатического рассеяния спиновых волн на магнитных включениях внутри ферромагнитной матрицы. Далее общие свойства Т-оператора рассеяния применяются к задаче о передаче спин-волнового возбуждения вдоль линейной цепи магнитных включений. В этом случае главную роль будет играть формула в уравнении (2.37) для сечения затухания линейной цепи, когда падающий узкий спин-волновой пучок облучает только первое включение.

## 2.8 Эффекты невзаимности при рассеянии спиновых волн

Как известно, существование топологических эффектов спиновых волн в различных магнитных структурах связано с нарушением взаимности при рассеянии спиновых волн на неоднородностях из-за антисимметричности тензора магнитной восприимчивости. В этом разделе мы даем простую и физически прозрачную интерпретацию такого явления на примере эффекта пространственно-фазовой модуляции в рассеянном поле спиновой волны, с появлением спиральных компонент в пространственном распределении потенциала спиновой волны.

Для плоской возбуждающей спиновой волны с магнитоэлектростатическим потенциалом

$$\Psi^{inc}(r_j, \varphi_j) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{jm} J_m(k_r^0 r_j) e^{im\varphi_j}, \quad (2.41)$$

с амплитудными коэффициентами  $A_m = i^m$ , потенциал спиновой волны, рассеянной на одном включении, записывается (согласно уравнениям (2.4)) в виде

$$\Psi_j^{sca}(r_j, \varphi_j) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{jm} H_m(k_r^0 r_j) e^{im\varphi_j} \quad (2.42)$$

с амплитудными коэффициентами  $B_m$ . Потенциал волны внутри включения записывается через разложение по функциям Бесселя

$$\Psi_j^{trans}(r_j, \varphi_j) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_{jm} J_m(k_r^0 r_j) e^{im\varphi_j} \quad (2.43)$$

Используя граничные условия для магнитных полей внутри включения и в пленке можно связать амплитуды  $A_m$  и  $B_m$  возбуждающей и рассеянной спиновых волн через матрицу рассеяния  $T_m = B_m/A_m$ . В данном случае, через потенциалы  $\Psi^{sca} + \Psi^{inc}$  в пленке и  $\Psi^{trans}$  внутри включения, граничные условия записываются для угловой компоненты магнитного поля  $h_\varphi = (-\Delta\Psi(r, \varphi))_\varphi$  радиальной части магнитной индукции  $b_r = (-\mu \cdot \Delta\Psi)_r$ . Откуда можно написать вид  $T_m$

$$\begin{aligned} T_m = & ( J_m(k_r^1 R) [\mu_0^0 k_r^0 J'_m(k_r^0 R) - \mu_a^0 \frac{m}{R} J_m(k_r^0 R)] - \\ & J_m(k_r^0 R) [\mu_0^1 k_r^1 J'_m(k_r^1 R) - \mu_a^1 \frac{m}{R} J_m(k_r^1 R)] ) / \\ & ( J_m(k_r^1 R) [\mu_0^0 k_r^0 H'_m(k_r^0 R) - \mu_a^0 \frac{m}{R} H_m(k_r^0 R)] - \\ & H_m(k_r^0 R) [\mu_0^1 k_r^1 J'_m(k_r^1 R) - \mu_a^1 \frac{m}{R} J_m(k_r^1 R)] ) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Здесь величины  $\mu_0^0, \mu_a^0$  – компоненты тензора магнитной восприимчивости  $\mu$  (см. Ур. (2.1)) для пленки, а  $\mu_0^1, \mu_a^1$  – компоненты тензора  $\mu$  для ферромагнитного материала включений.  $k_r^0, k_r^1$  волновые числа для спиновых волн в пленке и внутри включения соответственно. Значение  $T_m$  зависит от частоты, которая неявно записана в величинах  $\mu_0^t, \mu_a^t, k_r^t$  ( $t = 0, 1$ ). Данная величина является невязимной для положительных и отрицательных значений индекса  $m$  ( $T_m \neq T_{-m}$ ) из-за антисимметричности тензора магнитной восприимчивости.

Рассмотрим вклад в потенциал рассеянной спиновой волны (2.42) дипольных членов  $\Psi_1^{sca}(r, \varphi)$  с индексами мультипольности  $m = \pm 1$ . Действительная часть этого вклада может быть записана как

$$\begin{aligned} & Re\Psi_1^{sca}(r, \varphi) = \\ & = Re\Psi_1^{sca(c)}(r) \cos \varphi + Re\Psi_1^{sca(s)}(r) \sin \varphi \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} Re\Psi_1^{sca(c)}(r) = & -Im(T_1 + T_{-1})J_1(k_r^0 r) - \\ & -Re(T_1 + T_{-1})N_1(k_r^0 r) \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} Re\Psi_1^{sca(s)}(r) = & -Re(T_1 - T_{-1})J_1(k_r^0 r) + \\ & +Im(T_1 - T_{-1})N_1(k_r^0 r) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Здесь  $N_m(u)$  – функция Ньюмана. Возбуждающая спиновая волна с потенциалом  $\Psi^{inc}$  (2.41) с волновым вектором направленным вдоль оси  $x$ , в данном случае, рассеивается в направлении распространения волны, согласно слагаемому  $\Psi^{sca(c)}$  (2.46), но из-за невязимности рассеяния спиновой волны  $T_1 - T_{-1} \neq 0$  рассеивается в поперечном направлении  $\Psi^{sca(s)}$  (2.47). Уравнение (2.45) можно записать в альтернативной форме

$$Re\Psi_1^{sca}(r, \varphi) = |Re\Psi_1^{sca}(r)| \cos[\varphi - \Delta\varphi(r)] \quad (2.48)$$

с амплитудой  $|Re\Psi_1^{sca}(r)|$  модуляцией углового члена в пространстве  $\Delta\varphi(r)$ , которые определяются выражениями

$$\begin{aligned} & |Re\Psi_1^{sca}(r)| = \\ & = [(Re\Psi_1^{sca(c)}(r))^2 + (Re\Psi_1^{sca(s)}(r))^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\text{tg } \Delta\varphi(r) = \frac{Re\Psi_1^{sca(s)}}{Re\Psi_1^{sca(c)}} \quad (2.50)$$

Как видно из полученных выражений, нарушение взаимности в виде  $T_1 - T_{-1} \neq 0$  при рассеянии спиновых волн на одном цилиндрическом включении приводит также к появлению эффекта модуляции фазы волны в пространстве, т.е. дополнительный фазовый сдвиг  $\Delta\varphi(r)$  зависит от координаты  $r$ . Пространственно-угловая модуляция в уравнении (2.48) приводит к появлению спиральных компонент в рассеянном поле, что показано на Рис. 2.3.

Проявление эффектов невязимности рассеяния можно продемонстрировать на примере рассеяния спиновой волны на ограниченном массиве

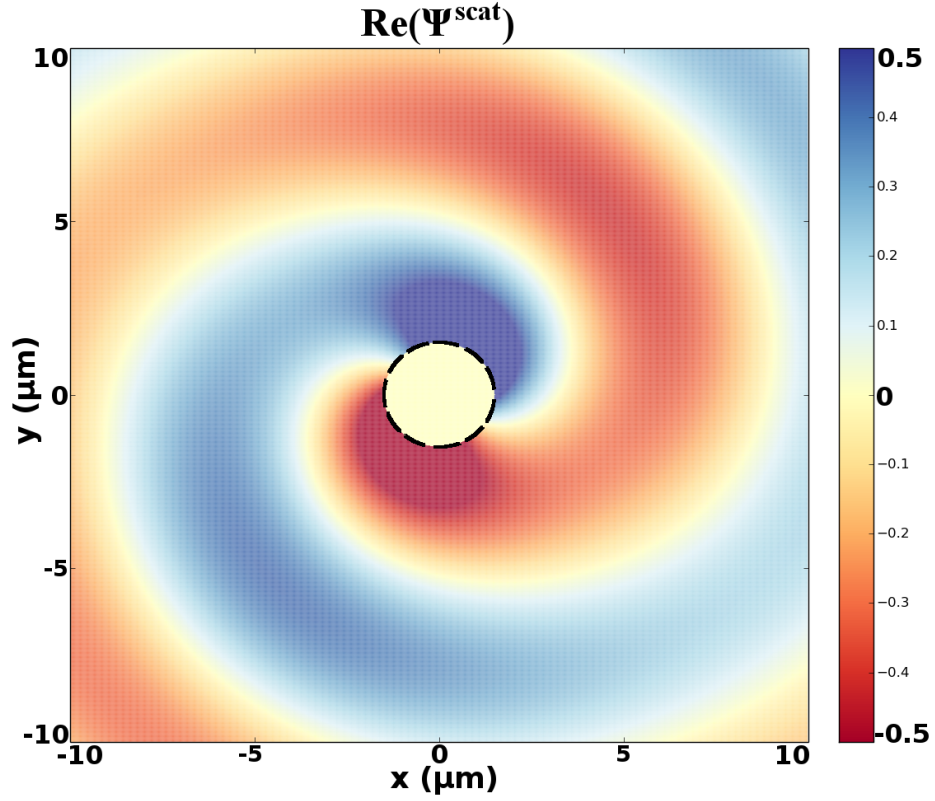


Рисунок 2.3 — Распределение действительной части потенциала спиновой волны, рассеянной одиночным включением.

включений. Для этого в системе уравнений для амплитуд рассеянных спиновых волн (2.39) выделены слагаемые связанные с возбуждением спиновой волны и взаимодействием между амплитудами с разным индексом мультипольности  $m$  в слагаемое  $\tilde{B}_{jm}$

$$B_{jm} - T_m^{(j)} \sum_{j \neq j'=1}^N B_{j'm} H_0(k_r^0 R_{jj'}) = \tilde{B}_{jm}, \quad (2.51)$$

которое принимает вид

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{jm} = & B_m^{(j)} + T_m^{(j)} \sum_{j \neq j'=1}^N \sum_{\delta m=1}^{\infty} H_{\delta m}(k_r^0 R_{jj'}) \\ & \times [B_{j(m,\delta m)}^c \cos(\delta m \arg \vec{R}_{jj'}) + i B_{j(m,\delta m)}^s \sin(\delta m \arg \vec{R}_{jj'})] \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} B_{j(m,\delta m)}^c &= B_{j(m+\delta m)} + (-1)^{\delta m} B_{j(m-\delta m)}, \\ B_{j(m,\delta m)}^s &= B_{j(m+\delta m)} - (-1)^{\delta m} B_{j(m-\delta m)}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

Теперь рассмотрим уравнения. (2.39), (2.40) для согласованных амплитуд спиновых волн полученные методом многократного рассеяния спиновой волны

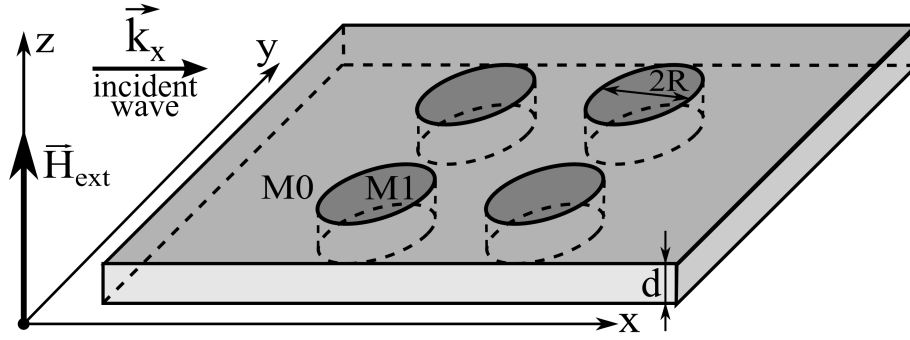


Рисунок 2.4 — Схема металлизированной ферромагнитной пленки с четырьмя ферромагнитными включениями расположенными периодически по кругу.

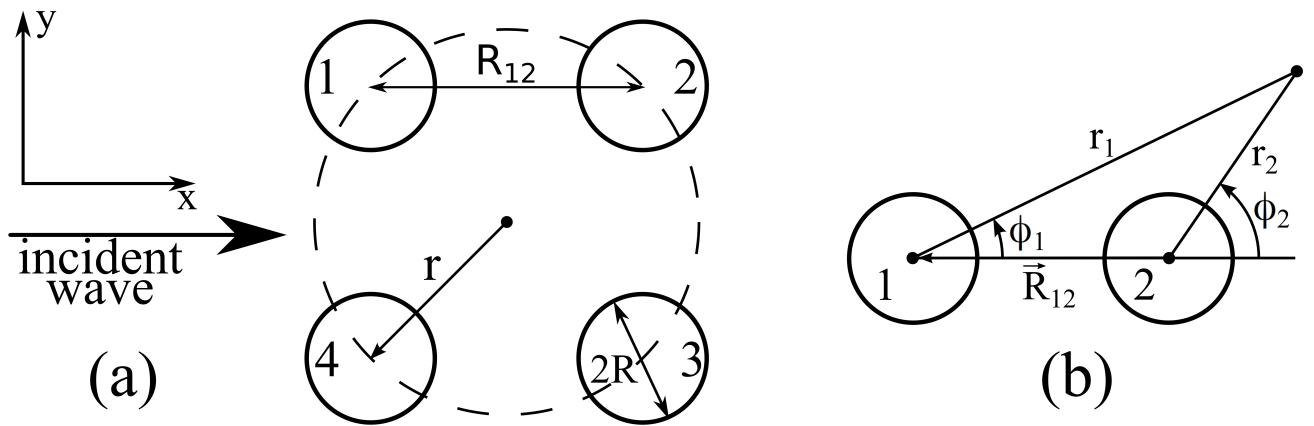


Рисунок 2.5 — Четыре ферромагнитных включения, расположенных периодически по окружности с радиусом  $r$  (a). Локальные полярные координаты для каждого из включений (b).

$V_{jm}$  на  $N$  цилиндрических включениях. Рассмотрим расположение включений с центрами, расположенными периодически вдоль окружности с радиусом  $r$  (Рис. 2.5 а). Система уравнений в общем виде (2.39) в одномультипольном приближении записывается в форме для решения задачи нахождения собственных мод спиновых волн

$$U^{(j)} - \sum_{j \neq j'=1}^N a_{jj'}^{(m)} U^{(j')} = \lambda_j^{(m)} U^{(j)}, \quad j = 1, \dots, N \quad (2.54)$$

В данной системе уравнений  $U^{(j)}$  – собственные  $N$ -компонентные вектора, определяющие амплитуды и фазы спиновых волн рассеянных на каждом из включений. Характер взаимодействия спиновых волн определяется через мат-

рицу связи  $a_{jj'}$ , в которую входит оператор рассеяния  $T_m$

$$a_{jj'}^{(m)} = T_m^{(j)} H_0(k_r^0 R_{jj'}) \quad (2.55)$$

Значения собственных векторов можно определить аналитически для периодической системы из  $N$  включений. Для одномультипольного приближения решения ( $\delta m = 0$ ) имеют вид

$$\begin{aligned} U^{(j)} &= (1, p_j, p_j^2, \dots, p_j^{N-1}) \\ p_j &= \exp(i \frac{2\pi j}{N}); \quad j = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2.56)$$

где каждому вектору  $U^{(j)}$  соответствует собственное значение  $\lambda_j^{(m)}$

$$\begin{aligned} \lambda_j^{(m)} &= 1 - \sum_{j'=1}^n \mathbf{v}_{jj'} a_{11+j'}^{(m)}; \\ \mathbf{v}_{jj'} &= 2 \cos \frac{\pi j j'}{n} \\ j' &= 1, \dots, n-1; \quad \mathbf{v}_{jn} = (-1)^j \end{aligned} \quad (2.57)$$

Расстояние  $R_{11+j'}$  между центрами 1-го и  $1+j'$ -го включений определяется выражением

$$R_{11+j'} = 2r \sin \frac{j'\pi}{N}; \quad j' = 1, \dots, n \quad (2.58)$$

Полученные наборы собственных векторов являются ортогональными

$$\langle U^{(j)} | U^{(j')} \rangle \equiv \sum_{s=1}^N U_s^{(j)} U_s^{(j')*} = N \delta_{jj'} \quad (2.59)$$

Поэтому систему уравнений (2.39) для потенциалов рассеянных спиновых волн можно записать в виде разложения по собственным векторам

$$B_{jm} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \langle \tilde{B} | U^{(k)} \rangle \frac{U_j^{(k)}}{\lambda_k^{(m)}} \quad (2.60)$$

Индексы  $j$  и  $k$  в итоговой системе уравнений обозначают номер включения и номер собственной моды, где  $U_j^{(k)}$  обозначает амплитуду  $j$ -й компоненты  $k$ -й собственной моды.

Система уравнений (2.60) может быть решена итеративным методом. Для этого необходимо в нулевом приближении подставить вместо  $\tilde{B}_{jm}$  амплитуды  $B_m^{(j)}$  возбуждающей спиновой волны рассеянной на изолированных включениях без учета перерассеяния спиновых волн. Результатом такой подстановки в

правую часть уравнения является первая аппроксимация решения  $B_{jm}^{(1)}$  для значений  $B_{jm}$ . Вторая аппроксимация  $B_{jm}^{(2)}$  получается путем подстановки  $B_{jm}^{(1)}$  в правую часть уравнения (2.60) и т.д.

Для системы из 2-х включений (Рис. 2.5 (b)) получены решения для собственных векторов и собственных значений

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= (1, 1), & \lambda_1^{(m)} &= 1 - a_{21}^{(m)} \\ U^{(2)} &= (1, -1), & \lambda_2^{(m)} &= 1 + a_{21}^{(m)} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Для системы из 4-х включений (Рис. 2.5 (a)) получены решения для собственных векторов и собственных значений

$$\begin{aligned} U^{(1)} &= (1, i, -1, -i), & \lambda_1^{(m)} &= 1 + a_{13}^{(m)} \\ U^{(2)} &= (1, -1, 1, -1), & \lambda_2^{(m)} &= 1 + 2a_{12}^{(m)} - a_{13}^{(m)} \\ U^{(3)} &= (1, -i, -1, i), & \lambda_3^{(m)} &= 1 + a_{13}^{(m)} \\ U^{(4)} &= (1, 1, 1, 1), & \lambda_4^{(m)} &= 1 - 2a_{12}^{(m)} - a_{13}^{(m)} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Далее определим характер рассеяния падающей плоской спиновой волны с магнитным потенциалом (2.41) на системе из двух цилиндрических включений в пленке и направленную перпендикулярно линии, соединяющей центры цилиндров. Применяя двухмультипольное приближение для решения системы уравнений (2.54) после первой итерации получен потенциал магнитного поля, рассеянного первым включением

$$\begin{aligned} \Psi_1^{sca}(r_1, \varphi_1) &\approx \sum_{m=-1}^1 B_{1m} H_m(k_r^0 r_1) e^{im\varphi_1} \\ &\approx \left( \Psi_1^{sca(c)} \cos \varphi_1 + \Psi_1^{sca(s)} \sin \varphi_1 \right) H_1(k_r^0 r_1) \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\Psi_1^{sca(c)} = i \left( \frac{T_1}{\lambda_1^{(1)}} + \frac{T_{-1}}{\lambda_1^{(-1)}} \right) - \left( \frac{T_1}{\lambda_2^{(1)}} + \frac{T_{-1}}{\lambda_2^{(-1)}} \right) (T_2 - T_0) H_1(k_r^0 r_{12}) \quad (2.64)$$

$$\Psi_1^{sca(s)} = - \left( \frac{T_1}{\lambda_1^{(1)}} - \frac{T_{-1}}{\lambda_1^{(-1)}} \right) - i \left( \frac{T_1}{\lambda_2^{(1)}} - \frac{T_{-1}}{\lambda_2^{(-1)}} \right) (T_2 - T_0) H_1(k_r^0 r_{12}) \quad (2.65)$$

Потенциал  $\Psi_2^{sca}(r_2, \varphi_2)$  спиновой волны, рассеянной вторым цилиндром, выводится из выражений (2.63), (2.64), (2.65) путем замены индексов  $1 \leftrightarrow 2$  и замены  $\lambda_2^{(\pm 1)} \rightarrow -\lambda_2^{(\pm 1)}$  в выражениях (2.64), (2.65). На Рис. 2.6 представлено распределение суммы потенциалов  $Re\Psi_1^{sca}(r_1, \varphi_1) + Re\Psi_2^{sca}(r_2, \varphi_2)$ . На Рис. 2.6



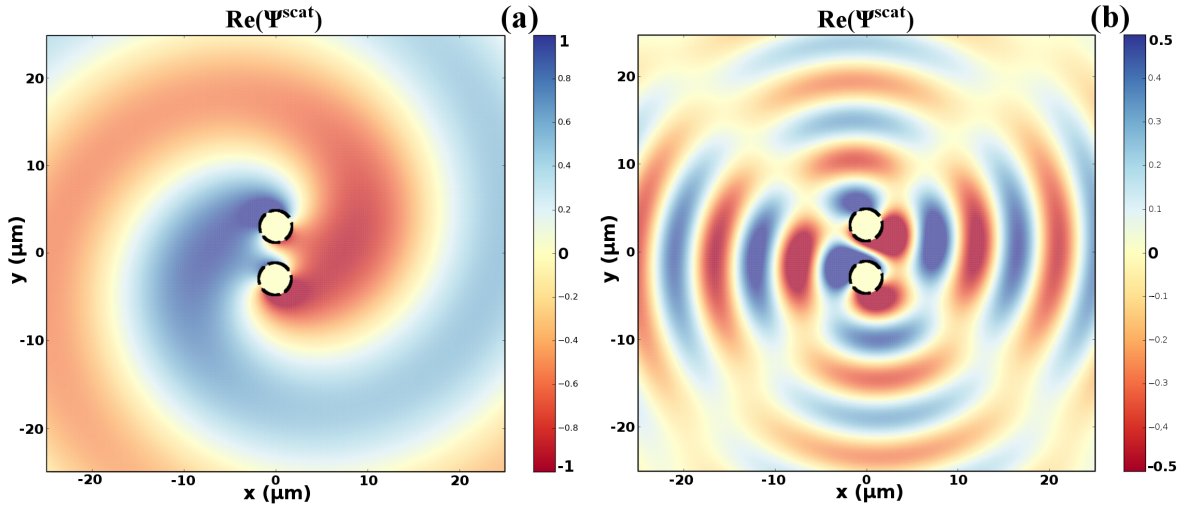


Рисунок 2.6 — Распределения суммы потенциалов спиновых волн, рассеянных двумя включениями: с волновым числом  $k_r^0 R_{12} = 1.2$  для распределения (a) и  $k_r^0 R_{12} = 4.3$  для распределения (b).

(a) можно четко видеть спиральные линии, в случае когда значение волнового числа  $k_r^0 R_{12} = 1.2$  недостаточно велико ( $R_{12}$  — расстояние между двумя включениями). Вид такого распределения изменяется с увеличением значения такого волнового параметра  $k_r^0 R_{12}$ , например, как показано на Рис. 2.6 (b) где  $k_r^0 R_{12} = 4.3$ . При сравнении Рис. 2.3 и Рис. 2.6 мы видим, что спиральная компонента в потенциале спиновой волны, рассеянной двумя включениями, имеет аналогичное распределение, как в случае рассеяния одиночным включением при условии, что величина волнового параметра двух включений не превышает  $\pi$ . Если значение этого параметра больше, чем  $\pi$ , то пространственно-фазовая модуляция спиновой волны нарушается интерференцией Брэгга между спиновыми волнами, рассеянными различными включениями.

Далее необходимо подтвердить полученный результат о существовании спирального распределения потенциала при рассеянии спиновых волн набором из четырех цилиндрических включений. В этом случае мы применяем первую итерацию и одиномультипольный подход для решения уравнения. (2.60), помещая  $\tilde{B}_{jm} \approx B_m^{(j)} = i^m T_m \varepsilon_j$ . Учитывая собственные векторы и собственные значения в выражениях (2.62), мы получаем для потенциала спиновой волны  $\Psi_j^{sca}$ , рассеянного  $j$ -ым включением, значение

$$\Psi_j^{sca}(r_j, \varphi_j) = \sum_{k=1}^4 \Psi_{kj}^{sca}(r_j, \varphi_j) \quad (2.66)$$

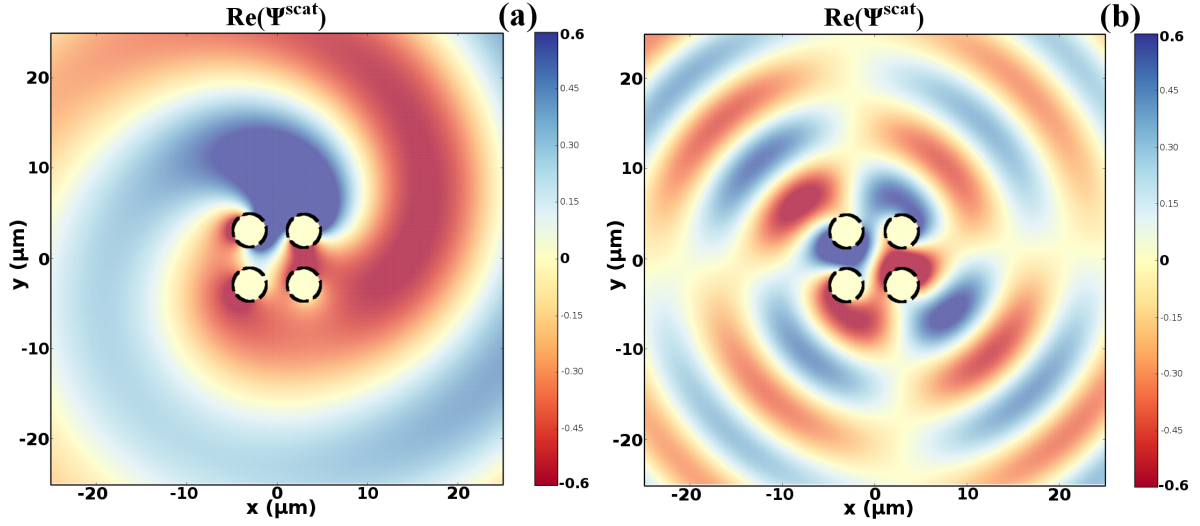


Рисунок 2.7 — Спиральная форма распределения суммы потенциалов спиновых волн, рассеянных четырьмя включениями: с волновым числом  $k_r^0 R_{12} = 1.2$  для распределения (a) и  $k_r^0 R_{12} = 3.2$  для распределения (b).

где слагаемые для собственных мод с номерами  $k = 1, 2, 3, 4$  имеют вид

$$\begin{aligned} \Psi_{kj}^{sca}(r_j, \varphi_j) &= \frac{1}{4} \varepsilon^{(k)} U_j^{(k)} \times \\ &\times \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m \frac{T_m}{\lambda_k^{(m)}} H_m(k_r^0 r_j) e^{im\varphi_j} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Значения величин  $\varepsilon^{(k)}$  определены следующими выражениями

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(1)} &= \varepsilon_1 - \varepsilon_3 - i(\varepsilon_2 - \varepsilon_4) \\ \varepsilon^{(2)} &= \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 \\ \varepsilon^{(3)} &= \varepsilon_1 - \varepsilon_3 + i(\varepsilon_2 - \varepsilon_4) \\ \varepsilon^{(4)} &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 \end{aligned} \quad (2.68)$$

Учитывая только слагаемые с индексами мультипольности  $m = \pm 1$  в уравнении получаем выражения для потенциала спиновых волн

$$\begin{aligned} \Psi_k^{sca(c)} &= i \left( \frac{T_1}{\lambda_k^{(1)}} + \frac{T_{-1}}{\lambda_k^{(-1)}} \right), \\ \Psi_k^{sca(s)} &= - \left( \frac{T_1}{\lambda_k^{(1)}} - \frac{T_{-1}}{\lambda_k^{(-1)}} \right), \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{kj}^{sca}(r_j, \varphi_j) &\approx \frac{1}{4} \varepsilon^{(k)} U_j^{(k)} H_1(k_r^0 r_j) \times \\ &\times \left( \Psi_k^{sca(c)} \cos \varphi_j + \Psi_k^{sca(s)} \sin \varphi_j \right), \end{aligned} \quad (2.70)$$

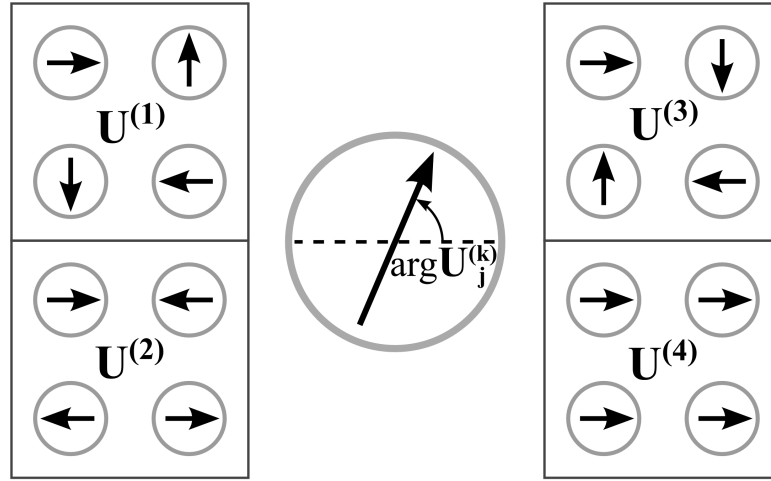


Рисунок 2.8 — Схема сдвига фазы  $U_j^{(k)}$  для собственных мод спиновых волн с номерами  $k = 1, 2, 3, 4$  для спиновых волн рассеянных на включениях с номерами  $j = 1, 2, 3, 4$ . Каждый вектор обозначает сдвиг фазы  $\arg U_j^{(k)}$ .

где индексы  $j = 1, 2, 3, 4$  обозначают номер включения, а индекс  $k$  — номер собственной моды. На рисунке 2.7 представлено пространственное распределение суммы потенциалов спиновых волн  $\sum_{j=1}^4 \Psi_j^{sca}(r_j, \varphi_j)$ . Аналогично случаю рассеяния на двух включениях волновой параметр принимает значения  $k_r^0 R_{12} = 1.2$  и  $k_r^0 R_{12} = 3.2$ , а  $R_{12}$  обозначает расстояние между двумя ближайшими включениями в массиве из четырех включений. Наличие спирального распределения и возникновение линий дифракции в данном случае аналогично предыдущим рассмотренным случаям рассеяния плоской спиновой волны.

### 2.8.1 Резонансные свойства спиновых волн в кольцевых массивах включений

Амплитуды собственных мод спиновых волн зависят от частоты возбуждающей спиновой волны  $\omega$  и имеют несколько резонансов, частота которых сильно зависит от радиуса массива включений и радиуса каждого включения. Таким образом, массив дискретных включений является аналогом резонатора Фабри-Перо для спиновых волн. Сначала рассмотрим резонансные свойства моды  $U^{(4)}$  в уравнениях (2.62) с собственным значением  $\lambda_4^{(m)}$  и для слагаемого с индексом мультипольности  $m = 0$ . Амплитуды  $U_j^{(k)}$  для собственных

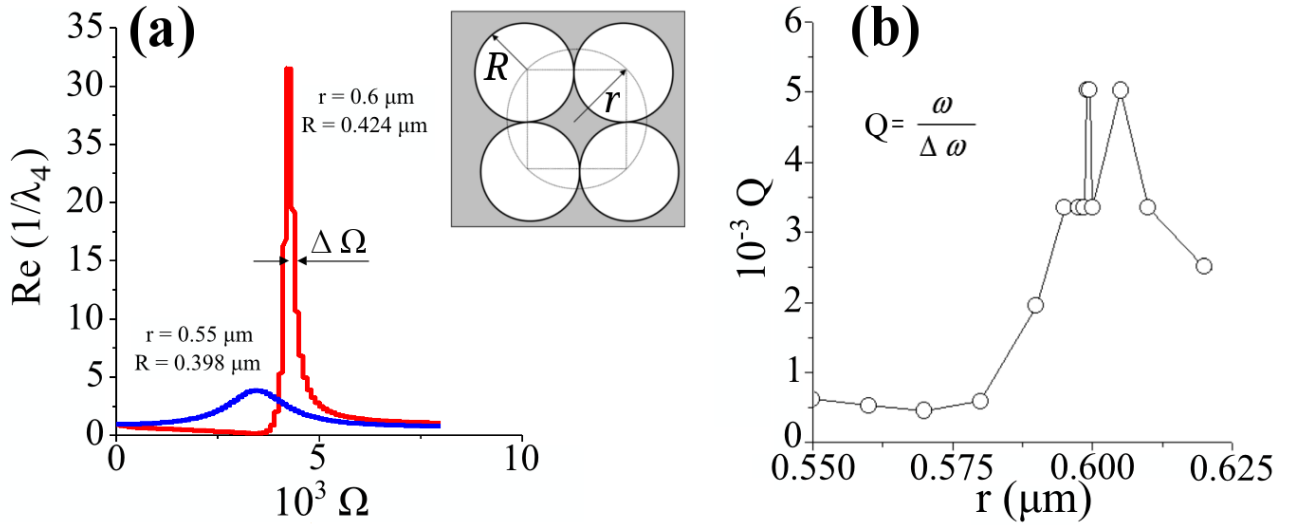


Рисунок 2.9 — Зависимость величины  $Re\left(1/\lambda_4^{(0)}\right)$  от нормализованной частоты  $\Omega$  для плотно упакованной системы из четырех цилиндрических включений (а). Показатель добротности  $Q$  для резонанса в зависимости от размера системы включений (б).

мод отличаются только фазой (2.62), поэтому амплитуда собственной моды пропорциональна величине  $1/\lambda_k^{(m)}$  (см. (2.67)) На рисунке 2.9 (а) представлена зависимость  $Re\left(1/\lambda_4^{(0)}\right)$  от нормированной частоты  $\Omega = \omega/\omega_{H_0} - 1$  для случая четырех близко расположенных включений. Частота резонанса и его добротность сильно зависят от размера массива включений.

На данном этапе необходимо сравнить резонансные свойства различных собственных мод  $U^{(k)}$  в формулах (2.62) с собственными значениями  $\lambda_k^{(m)}$ . На рисунке 2.10 дано количественное сравнение резонансных характеристик величин  $Re\left(1/\lambda_k^{(m)}\right)$  для собственных мод с номерами  $k = 2, 4$  и индексами мультипольности  $m = \pm 1$  в зависимости от нормированной частоты  $\Omega$  для массива включений с геометрическими параметрами  $R_{12} = 6,2 \mu m$  и  $R = 1,8 \mu m$ . Как видно, наибольшее по абсолютной величине резонансное значения и самый узкий пик соответствуют случаю  $k = 4$  и  $m = -1$ . Данные собственные моды представляют наибольший интерес при изучении резонансных свойств собственных мод спиновых волн.

Теперь рассмотрим резонансные свойства собственной моды  $U^{(4)}$  в формуле (2.62) с собственным значением  $\lambda_4^{(m)}$  и индексом мультипольности  $m = -1$  и для близкой к плотной упаковке четырех включений внутри массива. На рисунке 2.11(а) показана зависимость  $Re\left(1/\lambda_4^{(-1)}\right)$  от нормированной частоты  $\Omega$  для цилиндрического включения с радиусом  $R = 1.8 \mu m$  для двух значения

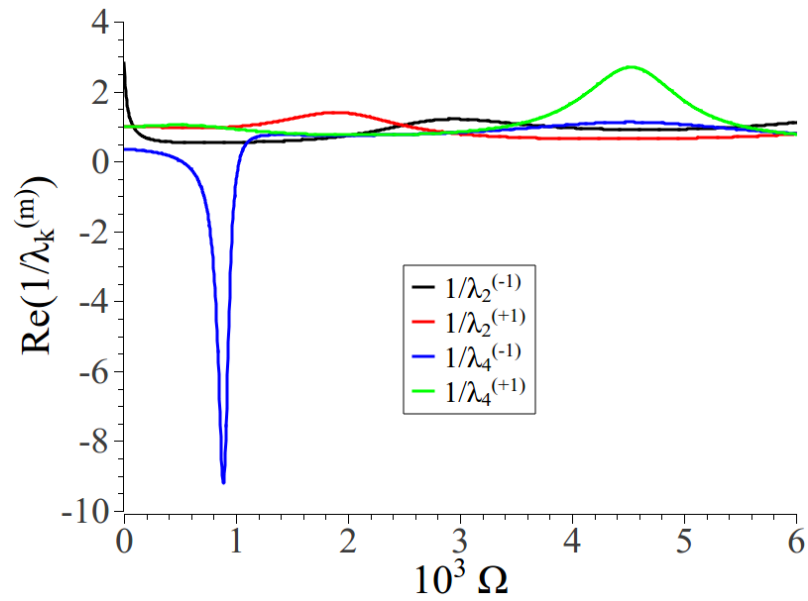


Рисунок 2.10 — Сравнение резонансных свойств амплитуд собственных мод  $Re\left(1/\lambda_k^{(m)}\right)$  для мод с номерами  $k = 2, 4$  и индексами мультипольности  $m = \pm 1$  в зависимости от нормализованной частоты  $\Omega$  ( $R_{12} = 6.2 \mu m$  and  $R = 1.8 \mu m$ ).

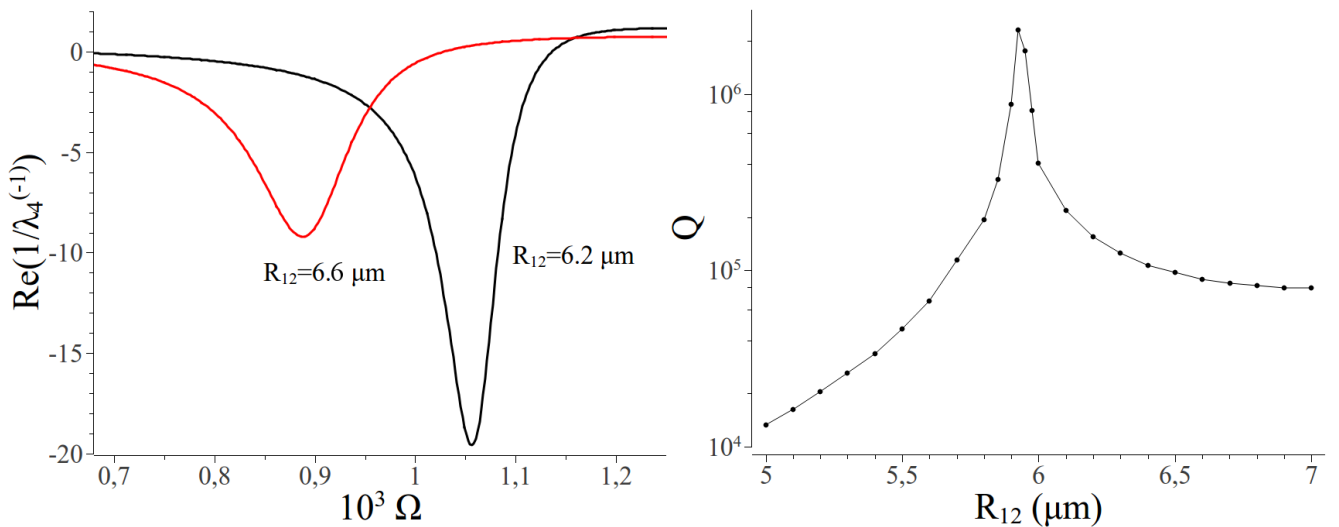


Рисунок 2.11 — Зависимость величины  $Re\left(1/\lambda_4^{(-1)}\right)$  от нормализованной частоты  $\Omega$  для системы из четырех включений с радиусом  $R = 1.8 \mu m$  для двух значений расстояния  $R_{12} = 6.2 \mu m$  (а). Зависимость показателя добротности  $Q$  от расстояния между включениями  $R_{12}$  (б).

$R_{12} = 6.2 \mu m$  и  $R_{12} = 6.6 \mu m$  расстояния между двумя ближайшими включениями в круговой массиве из четырех включений (см. Рис.2.5).

Из этих полученных данных видно, что два таких массива имеют существенно разные нормированные резонансные частоты, значения частоты для пиков и их полуширины. При этом меньший массив с  $R_{12} = 6,2 \mu m$  имеет более глубокий и узкий пик. Показатель добротности пиков  $Q = \omega/\Delta\omega$  в зависимости от расстояния  $R_{12}$  между двумя ближайшими включениями представлен на Рис. 2.11(b), где значение показателя добротности достигает больших значений  $Q = 10^6$  по сравнению со случаем на Рис. 2.9(b).

## 2.9 Распространение спиновых волн в цепочке магнитных включений в пленке

### 2.9.1 Приближение взаимодействия ближайших соседей

Система уравнений (2.39, 2.40) для амплитуд многократного рассеяния в одномультитипольном приближении, где  $m$  фиксировано, после нормализации  $B_{jm} = T_m^{(j)} \hat{B}_{jm}$  принимает форму

$$\hat{B}_{jm} - \sum_{j \neq j'=1}^N a_{jj'}^{(m)} \hat{B}_{j'm} = \hat{A}_{jm}, \quad (2.71)$$

$$a_{jj'}^{(m)} = H_0(k_r R_{jj'}) T_m^{(j')}.$$

В уравнениях (2.71) величина  $a_{jj'}^{(m)}$  обозначает параметр связи включений, пронумерованных  $j$  и  $j'$ , с  $R_{jj'}$  как расстоянием между их центрами. Матрица рассеяния  $T_m^{(j)}$  одиночного включения не зависит от номера включения  $j$ , если все включения имеют одинаковые геометрические и материальные свойства. Далее мы используем другую нормализацию частичных амплитуд многократного рассеяния  $\hat{\hat{B}}_{jm} = \hat{B}_{jm}/\hat{A}_{1m}$ . Сечение затухания из уравнения (2.37) в одномультитипольном приближении принимает вид

$$C_{ext} = -\frac{1}{k_{rn}^0} \text{Re} \left( T_m \hat{A}_{1m} \hat{\hat{B}}_{1m} \right). \quad (2.72)$$

Определение сечения возбуждения одиночного включения в виде  $C_{(1)ext} = -(4/k_{rn}^0)\text{Re}T_m$  и полагая  $\hat{A}_{1m} \approx 1$  мы представляем отношение  $C_{ext}/C_{(1)ext}$  в виде

$$\frac{C_{ext}}{C_{(1)ext}} = \text{Re}F_N - \frac{\text{Im}T_m}{\text{Re}T_m}\text{Im}F_N, \quad (2.73)$$

где общий коэффициент возбуждения  $F_N$  определяется как

$$F_N = \hat{B}_{1m}. \quad (2.74)$$

Для аналитического решения уравнений (2.71) мы применяем приближение взаимодействия ближайших соседей, полагая  $a_{jj'} \approx 0$ , если  $|j - j'| > 1$ . При таком приближении матрица системы уравнений (2.71) становится матрицей Якоби [114], и можно использовать решение Рэлея [115] (индекс  $m$  опущен)

$$\begin{aligned} \hat{B}_j &= 2(-1)^{j-1} \cos \theta \frac{\sin [(N+1-j)\theta]}{\sin [(N+1)\theta]}, \\ \cos \theta &= -\frac{1}{2a_{12}}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

В (2.75) комплексное значение  $\theta = \theta' + i\theta''$  удовлетворяет второму уравнению в уравнении (2.75), которое является дисперсионным уравнением. Интересно отметить, что решение, подобное уравнениям (2.75), можно встретить в теории цепей электрических фильтров [116]. Подстановка первого уравнения из (2.75) в уравнение (2.74) дает выражение для коэффициента коллективного затухания  $F_N$

$$F_N = 2 \cos \theta \frac{\sin N\theta}{\sin(N+1)\theta}. \quad (2.76)$$

## 2.9.2 Резонансные значения параметра взаимодействия

Теперь обратимся к исследованию передачи спин-волнового возбуждения вдоль линейной цепочки связанных магнитных включений. Наиболее важным моментом оказался резонансный случай, когда мнимая часть параметра связи  $a_{12} = a'_{12} + ia''_{12}$  становится равной нулю

$$a''_{12} = 0. \quad (2.77)$$

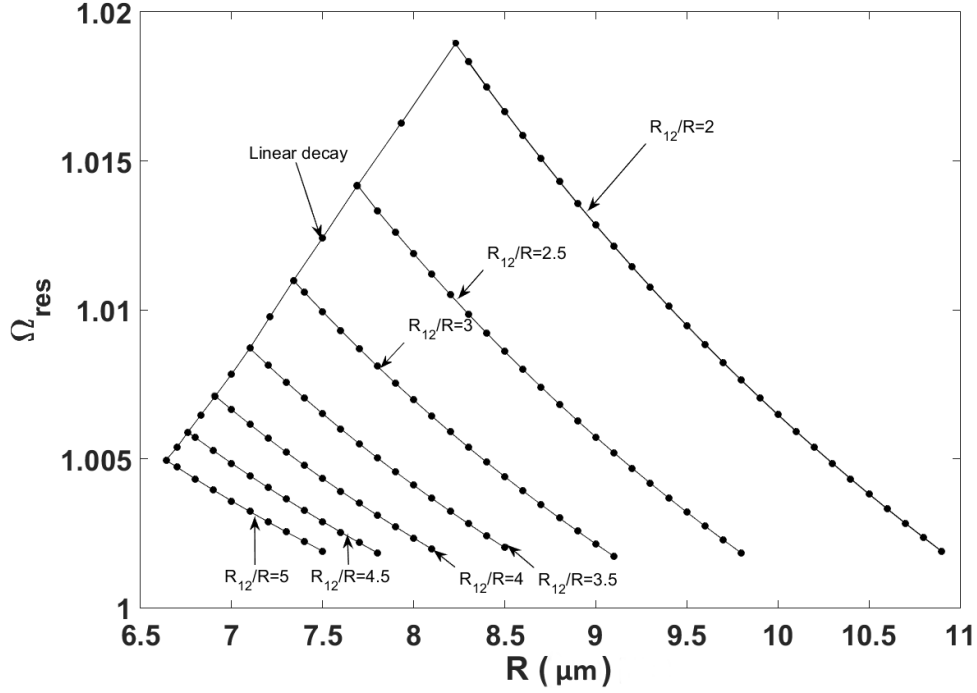


Рисунок 2.12 — Кривые, представляющие зависимость резонансной частоты от радиуса включения  $R$  при фиксированном соотношении  $R_{12}/R$ , когда  $a''_{12} = 0$ ,  $a'_{12} \leq -0.5$ .

Как показывает исследование, при этом условии можно определить отдельные случаи малых  $2|a'_{12}| < 1$  и больших  $2|a'_{12}| \geq 1$  значений вещественной части параметр связи  $a'_{12}$  в уравнении дисперсии. (2.75).

В этих двух случаях решения дисперсионного уравнения (2.75)

$$\begin{aligned} \theta' = 0, \quad \cosh \theta'' = \frac{1}{2|a'_{12}|} \\ (a''_{12} = 0, \quad -1 < 2a'_{12} < 0), \end{aligned} \quad (2.78)$$

и

$$\begin{aligned} \theta'' = 0, \quad \cos \theta' = -\frac{1}{2a'_{12}} \\ (a''_{12} = 0, \quad 2a'_{12} < -1). \end{aligned} \quad (2.79)$$

Согласно уравнениям (2.78) мнимая часть  $\theta''$  комплексной переменной  $\theta$  изменяется в полубесконечном интервале  $0 \leq \theta'' < \infty$  и согласно уравнениям (2.79) значение  $\theta'$  изменяется в интервале  $0 \leq \theta' < \pi/2$ . Если выполняются резонансные условия  $a''_{12} = 0$  и  $a'_{12} \rightarrow -0.5 \pm 0$ , то оба значения удовлетворяют условиям  $\theta'' \rightarrow 0$  и  $\theta' \rightarrow 0$  в обоих случаях (2.78) и (2.79). Следовательно, уравнения



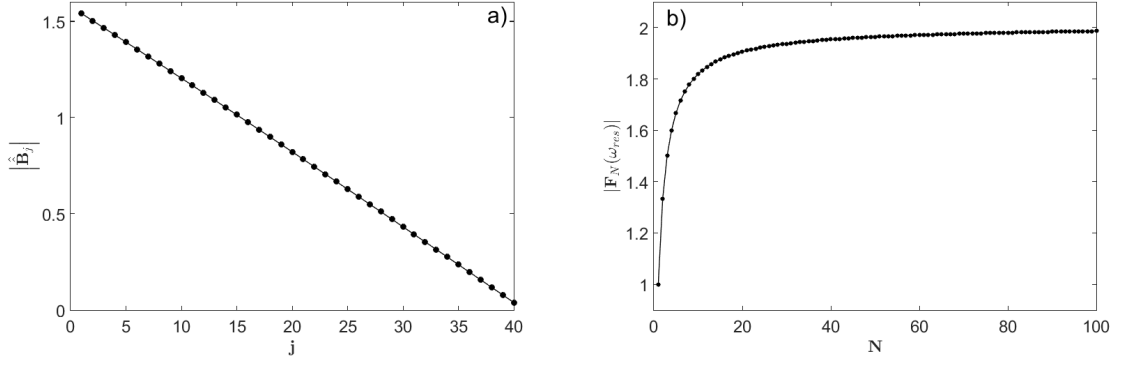


Рисунок 2.13 — Линейный спад амплитуд рассеяния вдоль линейной цепочки включений.  $\Omega_{res} = 1.007$ ,  $\theta'' = 4.4 \cdot 10^{-6}$ ,  $R = 6.9 \mu m$ ,  $R_{12} = 4R$ ,  $k_r^0 R = 0.38$ .

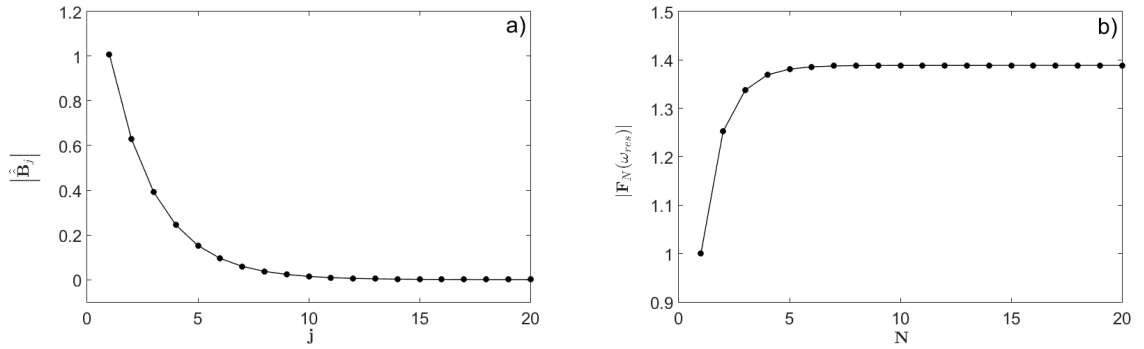


Рисунок 2.14 — Экспоненциальный спад амплитуд рассеяния вдоль линейной цепочки.  $\Omega_{res} = 1.004$ ,  $\theta'' = 0.43$ ,  $R = 7 \mu m$ ,  $R_{12} = 3R$ ,  $k_r^0 R = 0.3$ .

(2.75, 2.76) приводят к тем же предельным формулам

$$\begin{aligned} \hat{B}_j &\rightarrow (-1)^{j-1} 2 \left( 1 - \frac{j}{N+1} \right), \\ F_N &\rightarrow 2 \left( 1 - \frac{1}{N+1} \right), \quad \theta \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (2.80)$$

С другой стороны, если удовлетворяет условию  $\theta'' \neq 0$  или даже  $\theta'' \rightarrow \infty$ , то уравнения (2.75, 2.76) дают

$$\hat{B}_j \rightarrow (-1)^{j-1} e^{-(j-1)\theta''}, \quad F_N \rightarrow 1. \quad (2.81)$$

Предельные формулы уравнений (2.80) описывают случай дистанционно-го резонансного распространения возбужденных спиновых волн вдоль линейной цепи связанных включений при резонансном значении параметра связи  $a'_{12} \rightarrow -0.5$ , имеющего линейную зависимость уменьшения возбуждения от числа частиц. Коэффициент коллективного затухания согласно уравнениям (2.80) равен

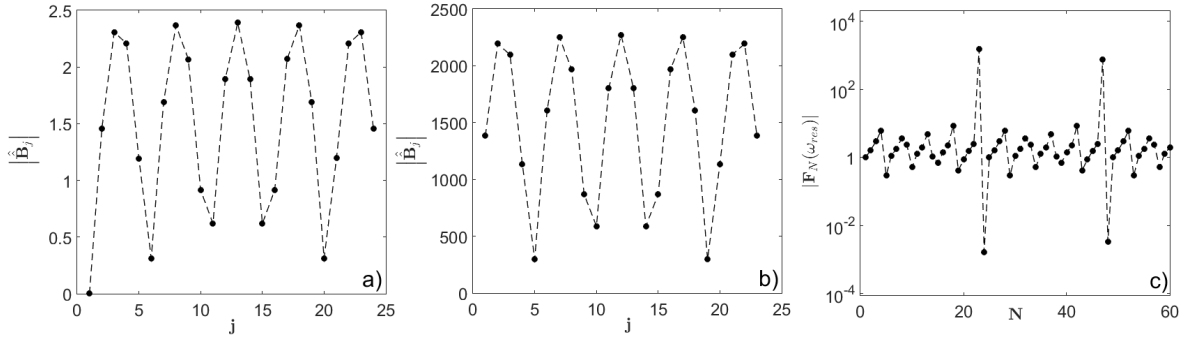


Рисунок 2.15 — Иллюстрации поведения амплитуд рассеяния включений  $\hat{B}_j$  в зависимости от числа включений  $j$  для случая  $N = 24$  (a),  $N = 23$  (b) и коэффициент коллективного затухания линейной цепочки  $F_N$  (c) в условиях фильтрации темных мод от потерь на излучение.

приблизительно  $F_N \approx 2$  для  $N \gg 1$ , тот факт, что  $F_N \neq 1$  демонстрирует некоторый косвенный эффект влияния частиц с числами  $j > 1$  на коэффициент коллективного ослабления за счет влияния на самосогласованную амплитуду рассеяния  $\hat{B}_1$  в первом включении. Формулы уравнений (2.81) описывают короткий перенос спин-волнового возбуждения вдоль цепи с экспоненциальным уменьшением возбуждения, а коэффициент коллективного затухания имеет физически более понятное значение  $F_N \rightarrow 1$ .

На Рис. 2.12 приведены зависимости нормированной резонансной частоты  $\Omega_{res} = \omega_{res}/\omega_H$  от геометрических параметров  $R$  и  $R_{12}$  (Рис. 2.1) линейной цепи, когда выполняются условия резонанса в уравнениях (2.79) для параметра связи. Как обычно,  $\omega_H$  обозначает частоту ферромагнитного резонанса ферромагнитной пленки. Все кривые на Рис. 2.12 получены путем численного решения дисперсии уравнения (2.75) при дополнительном условии  $\theta'' \rightarrow 0$  в соответствии с первыми уравнениями (2.79). Все расчеты проводились для следующих параметров материала: внешнее магнитное поле  $H_{ext} = 5 \text{ kOe}$ , намагниченность насыщения пленки и включения ферромагнитных материалов  $M_s^0 = 1620 \text{ Oe}$  и  $M_s^1 = 1740 \text{ Oe}$ , толщина пленки  $d = 10 \text{ }\mu\text{m}$ .

Линейная кривая левой границы на Рис. 2.12 связана со случаем (2.80) и представлена на Рис. 2.13. Параметры, представленные этой кривой, можно приблизительно описать соотношением  $(\Omega_{res} - 1)R_{12}/R = const$ . Другие точки данных на Рис. 2.12 вне кривой, представляющие данные для линейного затухания амплитуд рассеяния, изображают случай дистанционного переноса с условиями из уравнений (2.77, 2.79). Этот случай представлен на Рис. 2.15,

где амплитуды рассеяния и общие коэффициенты затухания описываются уравнениями (2.75, 2.76).

Расчет для резонансного случая с малыми параметрами связи  $2|a'_{12}| < 1$ ,  $a''_{12} = 0$  показывает, что условие  $\theta'' \rightarrow 0$  не может быть выполнено. Это означает, что частичные амплитуды рассеяния будут экспоненциально уменьшаться (Ур. (2.81)), и сигнал не будет передаваться на большое расстояние, как показано на Рис. 2.14. Отклонение в поведении коллективного фактора затухания  $F_N$  на Рис. 2.14 от его приближения в уравнениях (2.81) объясняется недостаточно большим значением  $\theta'' = 0,43$ .

## 2.10 Выводы

В данной главе проведено рассмотрение задач рассеяния спиновых волн в магнетонных кристаллах, образованных системой ферромагнитных включений в ферромагнитную пленку. В частности, определены свойства рассеяния магнито-статических спиновых волн в линейных и кольцевых массивах цилиндрических ферромагнитных включений.

Для решения данной задачи применен метод многократного рассеяния, с помощью которого учитывается взаимодействие спиновых волны с массивом включений через перерассеяние между включениями. С помощью данного подхода были найдены аналитические выражения для амплитуд собственных мод колебаний намагниченности для кольцевого массива включений. Было показано, что кольцевой массив включений является резонатором для спиновых волн.

Для линейной цепочки ферромагнитных включений в ферромагнитной пленке была решена задача рассеяния спиновой волны, которая воздействует только на первое включений в цепочке. Было показано, что существуют резонансные распространения рассеянных спиновых волн вдоль цепочки включений.

Для собственных мод спиновых волн в дискретных волноводах и резонаторах характерная частота резонансных эффектов зависит от комбинации двух типов резонансов. Во-первых, наблюдается собственный резонанс спиновой волны на каждом их включений, во-вторых, присутствует резонансное взаимодействие спиновых волн между отдельными включениями. Поэтому геометрические параметры структуры, такие как радиус включения и расстояние между соседними включениями, определяют величины резонансных частот для спиновых волн.

### Глава 3. Изучение свойств спиновых волн в одномерном массиве ферромагнитных столбиков методом многократного рассеяния

В этой главе представлена математическую модель для расчета частотного спектра спиновых волн в конечных массивах магнитных столбиков в свободном пространстве. В первой части этой главы модель сформулирована для массивов из конечного числа произвольно расположенных магнитных столбиков с дипольной связью. Далее будет представлена теоретическая модель для решения задачи нахождения собственных мод спиновых волн в конечной линейной периодической цепочке ферромагнитных столбиков при возбуждении переменным внешним магнитным полем. Свойства и частотные характеристики полученных собственных мод рассчитываются и сравниваются с таковыми для спиновых волн, распространяющихся в бесконечной периодической цепочке магнитных столбов. Вторая часть этой главы посвящена изучению различных конфигураций направления намагниченности насыщения в таких массивах и их влияния на частотные характеристики собственных мод, краевых мод и дефектных мод спиновых волн. В этой и следующей главах для обозначения векторов используется жирный шрифт для согласования формул с нотацией в оригинальных статьях.

#### 3.1 Математическая модель

В данном разделе формулируется теория для описания колебаний намагниченности в системе из конечного числа ферромагнитных частиц разделенных свободным пространством. Так как в данном случае не рассматривается ферромагнитная пленка между системой включений как в предыдущей главе, то связь в данном случае осуществляется не спиновыми волнами а полем диполь-дипольного взаимодействия между отдельными элементами массива.

Общая теория формулируется для системы, состоящей из конечного числа  $N$  ферромагнитных столбиков, которые имеют произвольные положения в плоскости  $(x, y)$  - и произвольное значение постоянной компоненты намагниченности  $\mu_i$  вдоль оси  $\mathbf{z}$ . Каждый столбик имеет цилиндрическую форму

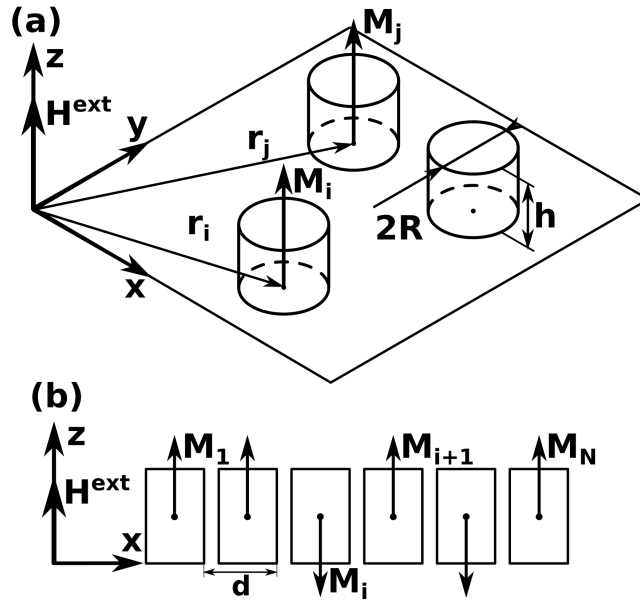


Рисунок 3.1 — Цилиндрические магнитные столбики расположенные произвольно на плоскости  $(x, y)$  (a) и периодически вдоль оси  $z$  (b).

с радиусом  $R$ , высотой  $h$  и положением центра  $\mathbf{r}_i$  (Рис. 3.1(a)). В качестве внешнего взаимодействия, возбуждающего колебания намагниченности, рассматривается внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$ . Такое поле состоит из переменной во времени части с круговой поляризацией в плоскости  $(x, y)$  и постоянной во времени компоненты  $\mathbf{H}^{ext}$  в направлении  $\mathbf{z}$ .

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^{ext} + \mathbf{h}^{ext} = (h_x^{ext} e^{-i\omega t}, h_y^{ext} e^{-i\omega t}, H_z^{ext}). \quad (3.1)$$

Как и для внешнего магнитного поля, вектор намагниченности  $\mathbf{M}_i$  для каждого магнитного столбика с номером  $i$  разделяется на постоянную часть  $\boldsymbol{\mu}_i$  и переменную по времени компоненту  $\mathbf{m}_i$  с той же частотой, что и  $\mathbf{h}^{ext}$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i &= \boldsymbol{\mu}_i + \mathbf{m}_i, \quad \boldsymbol{\mu}_i = (0, 0, \mu_i), \\ \mathbf{m}_i &= (m_i^x, m_i^y, m_i^z) e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В данной главе,  $\boldsymbol{\mu}$  используется для обозначения постоянной части намагниченности, а не тензора магнитной восприимчивости, как в Главах 1 и 2.

Диполь-дипольное взаимодействие между ферромагнитными столбиками в данной модели учитывается через магнитное поле, которое создается каждым магнитным столбиком. Для учета взаимодействия столбиков используется приближение макроспина, т.е. цилиндрический столбик описывается как магнитный момент  $\mathfrak{M}_i = \mathbf{M}_i V^*$ , где  $V^*$  - эффективный объем столбика. Здесь

вводится эффективный объем  $V^*$  одного столба, чтобы учесть неравномерность намагниченности насыщения в каждом столбике путём усреднения по объему  $\mathfrak{M}_i = \int_{V_i} \mathbf{M}_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$ . Если постоянное внешнее магнитное поле сравнимо по величине с эффективными полями внутри ферромагнитного столбика, то в этом случае равновесная намагниченность вблизи краев будет неоднородной и может иметь ненулевые компоненты в плоскости  $(x, y)$ . Кроме того, значение этого параметра  $V^*$  может быть уменьшено, если на силу взаимодействия будут влиять другие факторы, например, для плотно упакованной системы столбиков придется принимать во внимание влияние эффекта формы на намагниченность и диполь-дипольное взаимодействие. В этой модели мы рассматриваем сильные внешние магнитные поля и расстояния между столбиками в несколько раз больше их диаметра, поэтому учитываем эффективный объем  $V^* = V$  как физический объем столбика.

Далее в уравнениях взаимодействие описывается с помощью магнитного поля, которое создается  $j$ -ым магнитным моментом  $\mathfrak{M}_j$  в точке  $\mathbf{r}_i$  с координатами  $i$ -го столбика  $\mathbf{H}_{ij}$  ( $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ ). Далее это величина будет записываться в терминах намагниченности  $\mathbf{M}_i$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{ij} &= \frac{3(\mathfrak{M}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^5} - \frac{\mathfrak{M}_j}{r_{ij}^3} \\ &= \frac{V^*}{r_{ij}^3} \left[ \frac{3(\mathbf{M}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2} - \mathbf{M}_j \right]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Величина полного эффективного магнитного поля действующего на каждый столбик записывается в форме

$$\mathbf{H}^{eff} = \mathbf{H}^{ext} + \mathbf{h}^{ext} + \mathbf{H}^{dd}, \quad (3.4)$$

где  $\mathbf{H}^{ext}$  и  $\mathbf{h}^{ext}$  – вышеописанные постоянное и переменное внешние магнитные поля,  $\mathbf{H}^{dd}$  – сумма всех полей  $\mathbf{H}_{ij}$  от системы из  $N$  столбиков

$$\mathbf{H}^{dd} = \sum_{i=1, i \neq j}^N \mathbf{H}_{ij}. \quad (3.5)$$

Динамика колебаний вектора намагниченности можно описать с помощью системы уравнений Ландау-Лифшица для каждого столбика в массиве, где связь между ними будет описывать через эффективное магнитное поле (3.4).

$$\frac{\partial \mathbf{M}_i}{\partial t} = -\gamma [\mathbf{M}_i \times \mathbf{H}^{eff}] + \frac{\alpha}{|\mathbf{M}_i|} \left[ \mathbf{M}_i \times \frac{\partial \mathbf{M}_i}{\partial t} \right], \quad (3.6)$$

где  $\alpha$  - постоянная затухания Гильберта.

В данной модели для магнитного поля и компонент намагниченности действуют следующие приближения

$$|\mathbf{m}_i| \ll |\boldsymbol{\mu}_i|, |\mathbf{h}^{ext}| \ll |\mathbf{H}^{ext}|, \quad (3.7)$$

что позволяет произвести линеаризацию системы уравнений (3.6) и записать в следующем виде

$$\begin{aligned} i\omega\mathbf{m}_i + \gamma\mathbf{m}_i \times \mathbf{H}^{ext} - i\alpha\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{m}_i \\ + \gamma\mathbf{F}_{dd} = -\gamma\boldsymbol{\mu}_i \times \mathbf{h}^{ext}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

$\mathbf{F}_{dd}$  обозначает линеаризованную часть силы  $\mathbf{M}_i \times \mathbf{H}^{dd}$  действующей на намагниченность  $\mathbf{M}_i$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{dd} = \sum_{j=1, i \neq j}^N \frac{V^*}{r_{ij}^3} \left[ \boldsymbol{\mu}_i \times \frac{3(\mathbf{m}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \right. \\ \left. - \boldsymbol{\mu}_i \times \mathbf{m}_j - \mathbf{m}_i \times \boldsymbol{\mu}_j \right. \\ \left. + \mathbf{m}_i \times \frac{3(\boldsymbol{\mu}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Правая часть уравнения (3.8) описывает внешнее воздействие динамическим магнитным полем  $\mathbf{h}^{ext}$ , которое может в общем случае иметь разные амплитуды  $\mathbf{h}_i^{ext}$  для каждого столбика с номером  $i$ . Полученная система уравнений (3.8), (3.9) представляет собой набор линейных уравнений для скалярных компонент  $\mathbf{m}_i$  намагниченности столбиков с произвольным положением  $\mathbf{r}_i$  в пространстве и может быть решена для заданных параметров  $\mathbf{H}^{ext}$ ,  $\mathbf{h}^{ext}$ ,  $\boldsymbol{\mu}_i$  и  $\omega$ .

Постоянная составляющая эффективного магнитного поля  $\mathbf{H}^{eff}$  в уравнении (3.4) для одного изолированного столбика будет равна  $\mathbf{H}^{ext}$ , а соответствующая величина частоты ферромагнитного резонанса для колебаний намагниченности составляет  $\omega_H = \gamma H^{ext}$ . В этой модели мы не учитываем тензор размагничивания для каждого ферромагнитного столбика [117], т.к. при размерах порядка десятков нанометров значение этого тензора необходимо оценивать численными или экспериментальными методами. Решения уравнений будут записаны относительно частоты  $\omega_H$ , которую можно заменить, если модель будет описывать систему дискретных элементов с различной геометрией и тензором размагничивания.



### 3.2 Резонансные свойства спиновых волн в цепочках ферромагнитных столбиков

В данном разделе приводятся результаты численного решения ранее полученной системы уравнений для намагниченности цепочки магнитных столбиков. Решение приводится для периодического одномерного массива столбиков с различных конфигураций постоянной намагниченности.

Для решения системы уравнений рассматривается система магнитных столбиков расположенная периодически вдоль оси  $\hat{\mathbf{x}}$ . Столбики имеют цилиндрическую форму с радиусом  $R = 25$ , высотой  $h = 100$  и расстоянием  $d = 10R$  между ближайшими элементами цепочки (Рис. 3.1(б)). Переменное внешнее магнитное поле в правой части уравнения (3.8) имеет одинаковую амплитуду и фазу во всем пространстве  $\mathbf{h}_i^{ext} = \mathbf{h}_j^{ext}$ . Чтобы соответствовать условиям линейного приближения (3.7), амплитуда внешнего магнитного поля имеет значение  $|h^{ext}| = 10^{-4} H^{ext}$ . Постоянная затухания Гильберта имеет значение  $\alpha = 10^{-2}$ . Поскольку столбики расположены вдоль одной оси, мы выполняем последующие расчеты в приближении взаимодействия только между ближайшими соседями.

Свойства спиновых волн в одномерных магнетонных кристаллах зависят от конфигурации намагниченности. В данном разделе решение полученной системы уравнений приводится для двух конфигураций намагниченности цепочки: ферромагнитная (ФМ) конфигурация, где все столбики намагничены в положительном направлении оси  $z$  ( $\mu_i = \mu_j = M$ ), и антиферромагнитная (АФМ) конфигурация, где есть две подрешетки с противоположными направлениями намагниченности вдоль оси  $z$  ( $\mu_i = -\mu_{i+1}$ ).

Численное решение системы уравнений производится для массива из  $N = 11$  цепочки столбиков. В качестве ферромагнитного материала выбран пермаллой с намагниченностью насыщения  $4\pi M = 7 \text{ kG}$  в постоянном внешнем магнитном поле  $H^{ext} = 1 \text{ kOe}$ . Результаты расчетов представлены на Рис. 3.2 для ФМ и АФМ конфигураций. Частотные зависимости амплитуд намагниченности динамической намагниченности  $\mathbf{m}_i$  на Рис. 3.2 представлены для столбиков с индексами  $i = 1, \dots, N/2$  в цепочке, поскольку решения системы уравнений являются симметричными относительно центра цепочки ( $\mathbf{m}_i = \mathbf{m}_{N-i}$ ). Из этого рисунка видно, для колебаний намагниченности в

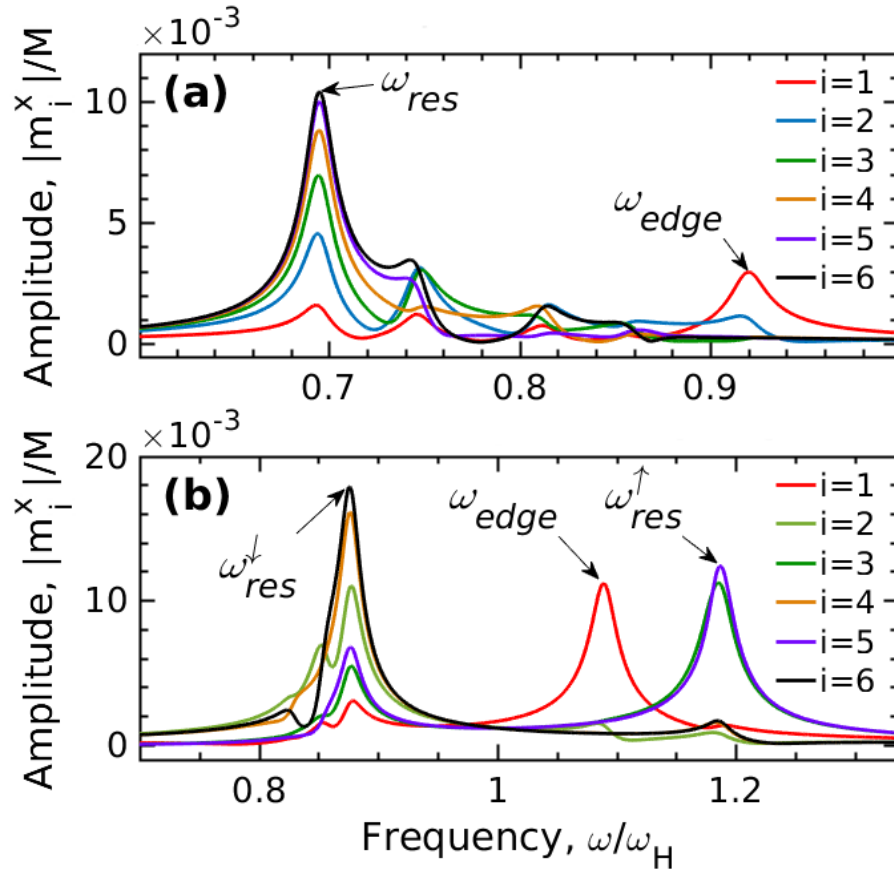


Рисунок 3.2 — Частотная зависимость амплитуды динамической намагниченности  $\mathbf{m}_i$  для каждого столбика с номером  $i$  в (a) ФМ и (b) АФМ-конфигурациях намагниченности в цепочке ( $N = 11$ ).

цепочке существует несколько резонансных частот: одна для коллективных резонансов ( $\omega_{res}$ ,  $\omega_{res}^{\uparrow}$ ,  $\omega_{res}^{\downarrow}$ ), где амплитуда  $m_i$  имеет резонанс для всех столбиков в цепочке, а другая — для резонанса краевых спиновых волн  $m_{edge}$ , амплитуда которых локализована вблизи краёв цепочки.

Как показано на Рис. 3.2, резонансные частоты различны для ФМ ( $\omega_{res}$ ) и АФМ ( $\omega_{res}^{\uparrow}$ ,  $\omega_{res}^{\downarrow}$ ) конфигурации. Это связано с тем, что магнитное поле дипольного взаимодействия (3.3), создаваемое магнитными столбиками, чувствительно к направлению намагниченности, поэтому знак силы диполь-дипольное взаимодействия (3.9) и его влияние на частотные характеристики сильно зависит от конфигурации намагниченности в цепочке. Также показано, что столбики на краю цепочки  $i = 1, N$  имеют резонансную частоту  $\omega_{edge}$ , отличную от резонансной частоты объемных мод колебаний намагниченности. Эта разница в частотах существует по двум причинам. Первая состоит в том, что у столбиков на краях цепочки есть соседние столбики только с одной сторо-

ны. Вторая заключается в том, что значение параметра  $F_{dd}$  зависит не только от амплитуды и направления намагниченности в соседних столбиках, но и от фазы, которая зависит от частоты колебаний (Рис. 3.3).

Полученные из численного решения уравнений резонансные частоты  $(\omega_{res}, \omega_{res}^{\uparrow}, \omega_{res}^{\downarrow})$  можно оценить аналитически из системы уравнений (3.8). Для этого необходимо решить задачу нахождения резонансных частот спиновых волн для бесконечной цепочки магнитных столбиков  $N = \infty$  с ФМ-конфигурацией намагниченности, предполагая, что амплитуда и фаза динамической намагниченности равны в каждом столбике  $\mathbf{m}_i = \mathbf{m}_j$ . Подстановка этого выражения в уравнения (3.8) сведет набор уравнений  $N = \infty$  к одному уравнению. Решение неоднородного уравнения ( $\mathbf{h}^{ext} \neq 0$ ) в этом случае будет иметь максимум амплитуды на резонансной частоте, который имеет вид

$$\omega_{res}^2 = \omega_H^2 - 6\omega_H\Delta\omega, \quad \Delta\omega = \gamma MV^*/d^3. \quad (3.10)$$

Здесь значение  $\Delta\omega$  определяет влияние диполь-дипольного взаимодействия на резонансную частоту. Численный коэффициент перед этим параметром определяется относительной величиной фаз и амплитуд колебаний соседних столбиков. В случае АФМ конфигурации намагниченности, для решения системы уравнений для бесконечной цепочки необходимо рассмотреть две подрешетки  $m^{\uparrow}$  и  $m^{\downarrow}$ , которые имеют противоположные направления намагниченности. В решение системы из двух уравнений есть две резонансные частоты  $\omega_{res}^{\uparrow}$  и  $\omega_{res}^{\downarrow}$ , которые соответствуют двум подрешеткам такой структуры

$$\begin{aligned} \omega_{res}^{\uparrow 2} &= \omega_H^2 + 12\Delta\omega^2 + \sqrt{12\Delta\omega^2(\omega_H^2 + 12\Delta\omega^2)}, \\ \omega_{res}^{\downarrow 2} &= \omega_H^2 + 12\Delta\omega^2 - \sqrt{12\Delta\omega^2(\omega_H^2 + 12\Delta\omega^2)}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Из численного решения уравнения (3.8) получено распределение амплитуды спиновой волны в конечной цепочке столбиков на резонансной частоте (Рис. 3.3 (a)).

Резонансную частоту для краевых мод спиновых волн (Рис. 3.2) можно оценить по формулам (3.10), (3.11) с заменой параметра  $\Delta\omega \rightarrow \Delta\omega^*$  в этих выражениях. Эта замена позволяет нам учитывать изменение величины дипольного взаимодействия и тот факт, что у краевых столбиков есть только один сосед. Исходя из результатов численного решения, были определены необходимые коэффициенты для подстановки:  $\Delta\omega \rightarrow \Delta\omega/(2\sqrt{2})$  в уравнении (3.10)

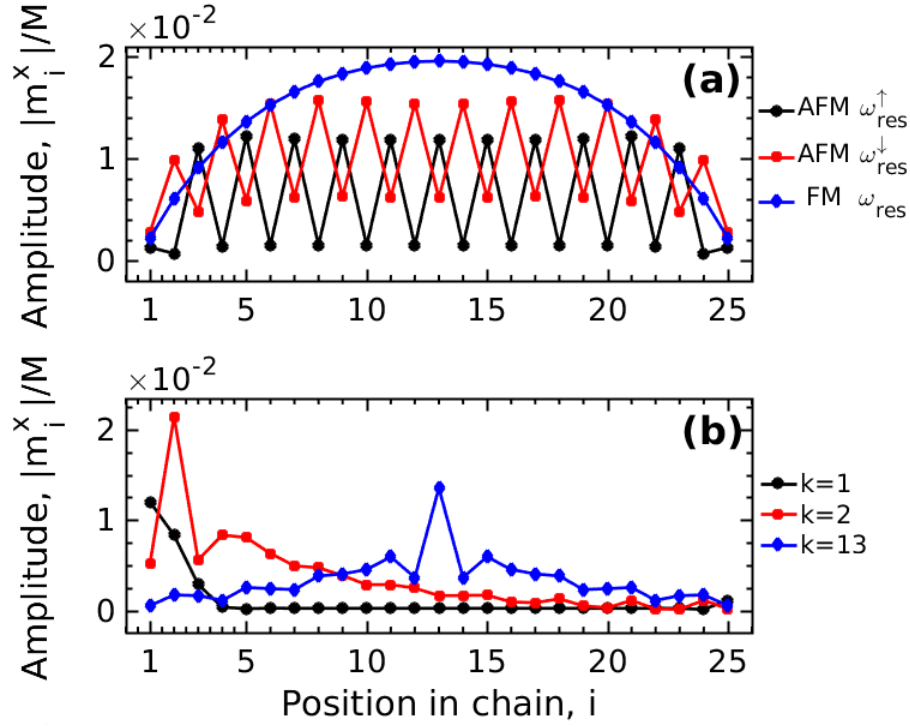


Рисунок 3.3 — Распределение амплитуд спиновой волны в цепочке магнитных столбиков на резонансной частоте для (a) АФМ ( $\omega = \omega_{res}^\uparrow$ ,  $\omega = \omega_{res}^\downarrow$ ) и ФМ ( $\omega = \omega_{res}$ ) конфигураций намагниченности, и (b) для ФМ конфигурации с одним дефектом в столбике с номером  $k = 1$  ( $\omega_{def} = 0.95\omega_H$ ),  $k = 2$  ( $\omega_{def} = 0,85\omega_H$ ) и  $k = 13$  ( $\omega_{def} = 0,85\omega_H$ ).

для конфигураций ФМ и  $\Delta\omega \rightarrow \Delta\omega/2$  в формулах (3.11) (для соответствующей подрешетки) для конфигурации АФМ.

### 3.3 Собственные моды спиновых волн в ограниченных цепочках столбиков

В этом разделе приводится аналитическое решение системы уравнений (3.8), чтобы найти резонансные частоты для собственных моды с различными волновыми числами и частотами. Выражения (3.10) и (3.11) являются оценками резонансных частот для бесконечных одномерных периодических массивов столбиков, поэтому решение задачи нахождения собственных мод в ограниченном массиве позволит получить оценку зависимости величины резонансной частоты от общего числа  $N$  столбиков.

Решение для системы уравнений (3.8) в случае ФМ конфигурации намагниченности цепочки можно найти, предположив периодичность колебаний намагниченности в виде  $\mathbf{m}_l \propto \sin(lkd) \exp(-i\omega t)$ , где  $l$  - номер столбика. Здесь  $k$  - волновое число, которое можно найти из граничных условий. В этом случае мы рассматриваем граничные условия для таких собственных мод в виде  $\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}_{N+1} = 0$  как экстраполяцию спиновой волны в свободное пространство за пределы магнитной структура. Решение уравнений (3.8) примет вид

$$\mathbf{m}_l = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} \exp^{i\omega t} \sin(dkl), \quad (3.12)$$

$$k = \frac{s\pi}{d(N+1)}, \quad s = 1, 2, \dots, N.$$

Каждая цепочка из  $N$  элементов будет иметь  $N$  собственных мод спиновых волн. Соответствующая частота для моды с номером  $s = 1, 2, \dots, N$  получается из уравнений (3.8), (3.12) как собственное значение матрицы системы уравнений. В случае ФМ конфигурации намагниченности цепочки частоты для собственных мод будут иметь значения

$$\omega_s^2 = [\omega_H + 2\Delta\omega(\cos \frac{s\pi}{N+1} - 1)] \times [\omega_H - 2\Delta\omega(2 \cos \frac{s\pi}{N+1} + 1)]. \quad (3.13)$$

Из этого выражения видно, что собственная мода с номером  $s = 1$  имеет частоту  $\omega_1$ , ближайшую к значению частоты из выражения (3.10) для бесконечной цепочки. Пик амплитуды на данной частоте присутствует в результатах численного решения уравнений (3.6) (см. Рис. 3.2(a)), где можно увидеть основной пик амплитуды для моды с номером  $s = 1$  и серию пиков с меньшими амплитудами в частотном диапазоне  $\omega_{res} < \omega < \omega_{edge}$ , что соответствует собственным модам с номерами  $s \neq 1$ . Поскольку мы рассматриваем ненулевое затухание  $\alpha \neq 0$ , то ширина таких резонансов ненулевая и серия резонансных частот  $\omega_s$  образует зону.

Для задачи с АФМ конфигурацией намагниченности система уравнений будет состоять из двух уравнений: уравнение (3.12) для двух подрешеток столбов с нечетными и четными числами, которые имеют противоположные направления намагниченности  $\mu_{2l+1} = M$  и  $\mu_{2l} = -M$  ( $l = 0, \dots, 5$ ). Решения для этих уравнений для разных подрешеток формулируются с одинаковыми

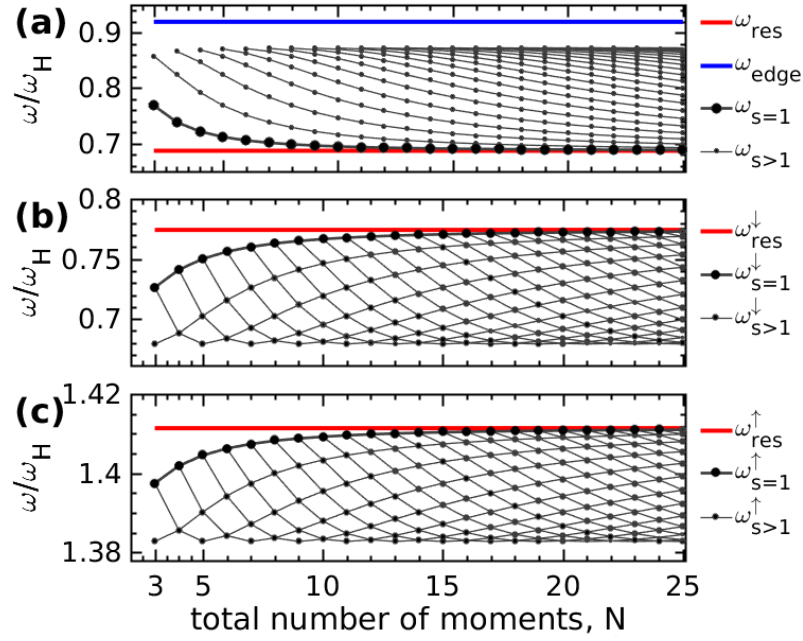


Рисунок 3.4 — Резонансные частоты собственных мод спиновых волн в зависимости от длины цепочки  $N$ :  $\omega_{res}$ ,  $\omega_s$  для ФМ (a),  $\omega_{res}^\downarrow$ ,  $\omega_s^\downarrow$  (b) и  $\omega_{res}^\uparrow$ ,  $\omega_s^\uparrow$  (c) для АФМ конфигурации намагниченности цепочки.

волновыми числами  $k$  (3.12), но с разными амплитудами.

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_l^\uparrow &= \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} \exp^{i\omega t} \sin\left(\frac{sl\pi}{N+1}\right), \quad l = 1, 3, 5, \dots \\ \mathbf{m}_l^\downarrow &= \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \exp^{i\omega t} \sin\left(\frac{sl\pi}{N+1}\right), \quad l = 2, 4, 6, \dots \end{aligned} \quad (3.14)$$

Набор из  $2N$  уравнений (3.8) с таким видом решения решением имеет два набора собственных частот  $\omega_s^\uparrow$ ,  $\omega_s^\downarrow$  ( $s = 1, 2, \dots, N$ ) аналогично уравнению (3.11)

$$\begin{aligned} \omega_s^{\uparrow,\downarrow 2} &= \omega_H^2 + 4\Delta\omega^2 \left(1 + 2\cos^2 \frac{s\pi}{N+1}\right) \\ &\pm \sqrt{4\Delta\omega^2 \left(4\omega_H^2 + \cos^2 \frac{s\pi}{N+1} (36\Delta\omega^2 - \omega_H^2)\right)}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Значения резонансных частот в (3.15) вырождены с номером моды  $s = 1, \dots, N$  ( $\omega_s^{\uparrow,\downarrow} = \omega_{N-s}^{\uparrow,\downarrow}$ ). Сравнение аналитических выражений в выражениях (3.10), (3.13) и (3.11), (3.15) для резонансных частот в бесконечных и конечных цепочках представлены на рисунке 3.4. На этом рисунке показано, что собственные моды с номером  $s = 1$  (3.13), (3.15) имеют частоты, которые наиболее близки к случаю  $N = \infty$ , и имеют самые большие значения амплитуд (см. Рис. 3.2)

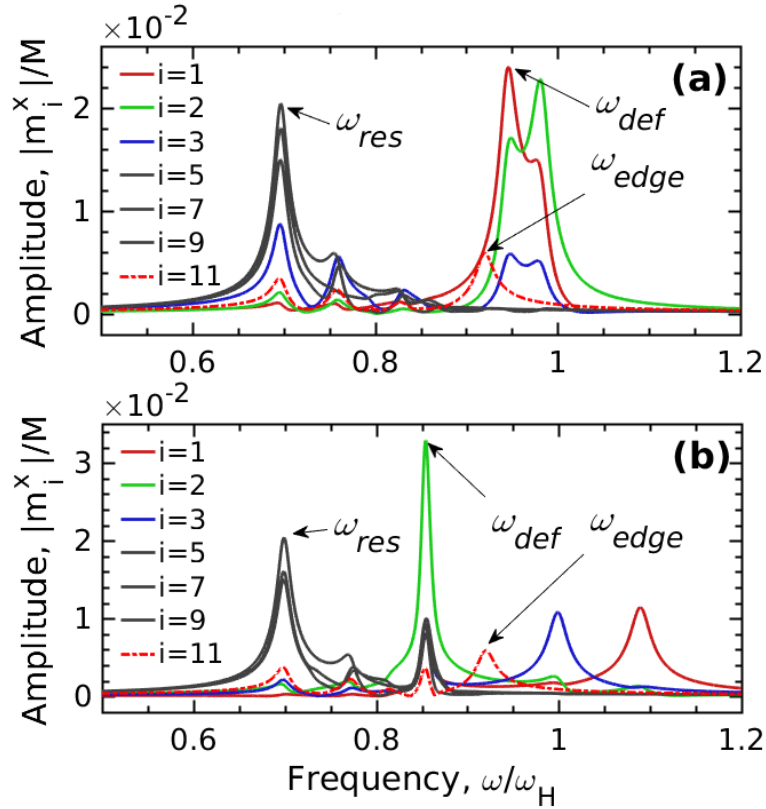


Рисунок 3.5 — Частотная зависимость амплитуды намагниченности  $\mathbf{m}_i$  для каждого столбика с номером  $i$ , в случае, когда дефектом является столбик с противоположной намагниченностью с номером (a)  $k = 1$  и (b)  $k = 2$  (в цепочке из  $N = 25$  столбиков).

на резонансной частоте в результатах численного решения. Выражения для резонансных частот нижней моды  $s = 1$  (3.13), (3.15) полностью совпадают в предельном случае  $N \rightarrow \infty$  с выражениями (3.10), (3.11), что показывает согласованность этих двух подходов к решению задачи в предельном случае.

### 3.4 Дефектные моды колебаний намагниченности в цепочке столбиков

Предыдущие разделы были посвящены исследованию частотных характеристик собственных мод спиновых волн в цепочке столбиков с периодическими конфигурациями намагниченности. Представленная математическая модель позволяет численно получить решение системы уравнений (3.8), если перио-

дичность конфигурации магнитных столбов содержит дефекты любого типа. В этой главе мы рассмотрим один тип дефектов - один столбик с номером  $k$  с направлением намагниченности в отрицательном направлении оси  $z$   $\mu_k = -M$ , противоположный всем элементам цепочки  $\mu_{i \neq k} = M$ . В зависимости от положения дефекта в цепочке его влияние на частотные характеристики спиновых волн может различаться.

Частотные характеристики намагниченности для конечной цепочки из  $N = 11$ , с материальными параметрами рассмотренными в предыдущих разделах, представлены на рисунке 3.5 для двух случаев: (а) одиночный дефект в столбике на краю цепочки (с номером  $k = 1$ ) и (б) одиночный дефект в столбике близком к краю цепочки (с номером  $k = 2$ ). На рисунке 3.5 видно, что основной резонанс ФМ собственной моды спиновой волны и резонанс для краевой спиновой волны (для величины  $M_{11}$  такие же, как и для ФМ цепочки без дефектов (Рис. 3.2 (а))).

На резонансные частоты для намагниченности столбиков вблизи области дефекта  $i = k - 1, k + 1$  ( $M_{i=2}$  на Рис. 3.5 (а) и  $M_{i=3}$  на Рис. 3.5 (б)) влияет наличие дефекта. Для таких столбиков магнитные поля дипольного взаимодействия от ближайших соседей с противоположной намагниченностью  $M_{i+1} = -M_{i-1}$  практически компенсируют друг друга. Следовательно, амплитуда колебаний намагниченности для них имеет резонансную частоту  $\omega \approx \omega_H$ .

Распределение амплитуд динамической намагниченности в цепочке столбиков на резонансной частоте дефектной моды спиновой волны  $\omega_{def}$  (Рис. 3.5) представлено на рисунке 3.3 (б). Если дефект расположен на краю цепочки ( $k = 1$  или  $k = N$ ), то на резонансной частоте максимум амплитуды спиновой волны локализуется вблизи этого дефекта и значительно уменьшается при удалении на несколько столбиков, аналогично краевой моде. С другой стороны, дефект, расположенный в середине цепочки ( $1 < k < N$ , Рис. 3.5 (б)), создает условия для существования дефектной моды, когда спиновая волна испытывает не такое сильное затухание на всей длине цепочки магнитных столбиков. Для дефекта в середине цепочки намагниченности ближайших соседей аналогична случаю с АФМ конфигурацией намагниченности, когда ближайшие столбики имеют противоположное направление намагниченности  $\mu_{k-1} = -\mu_k = \mu_{k+1}$ . Резонансная частота дефектной моды в данном случае принимает значение  $\omega_{def} \approx \omega_{res}^\downarrow$  (см. Ур. (3.11)). В итоге, если в цепочке одинаково намагниченных ферромагнитных столбиков присутствует дефект, то резонансная частота для



колебаний намагниченности  $\omega_{def}$  отличается от частот  $\omega_{res}$ ,  $\omega_{edge}$  объемных и краевых спиновых волн и максимум амплитуды колебаний намагниченности локализован вблизи дефекта, поэтому такой вид колебаний можно назвать дефектной модой спиновых волн в цепочке магнитных столбиков.

### 3.5 Выводы

В данной главе была решена задача исследования свойств мод колебаний намагниченности в линейном массиве ферромагнитных столбиков в свободном пространстве под воздействием переменного внешнего магнитного поля. Для решения данной задачи был использован метод многократного рассеяния спиновых волн, учитывающий диполь-дипольное взаимодействие между отдельными столбиками. Было показано, что собственные моды могут быть возбуждены при помощи взаимодействия намагниченности пленки с переменным внешним магнитным полем. Решение задачи было проведено аналитически и с помощью численных методов.

Для цепочки из конечного числа столбиков, было показано что спектр собственных мод спиновых волн отличается от спектра собственных мод для бесконечной цепочки за счет краевых эффектов. Были получены аналитические выражения для частот собственных мод однородно намагниченной цепочки. Так же были получены аналитические выражения для частоты краевых мод, локализованных вблизи границы цепочки.

В данной главе была рассмотрена задача возбуждения собственных мод спиновых волн в цепочке столбиков с антиферромагнитной конфигурацией намагниченности каждого столбика, где намагниченность соседних столбиков направлена в противоположную сторону. Для такой конфигурации с двумя подрешетками с разной намагниченностью было показано, что диполь-дипольное взаимодействие между подрешетками создает два набора вырожденных по частоте собственных мод спиновых волн, аналогично акустической и оптической ветвям дисперсионных кривых для антиферромагнетиков.

С помощью численных методов была рассмотрена задача исследования свойств дефектных мод в цепочках ферромагнитных столбиков с одиночным дефектом в виде одного столбика с противоположным направлением намагниченности. Для резонансной частоты дефектной моды была показана зависимость от положения дефекта в цепочке столбиков.

## Глава 4. Численное моделирование возбуждения спиновых волн в ограниченных волноводах

Данная глава посвящена исследованию частотных характеристик спиновых волн в массиве дискретных ферромагнитных столбиков. Методами численного моделирования производится учёт влияния эффектов размагничивания от границ ферромагнитных структур, образованных конечноразмерным массивом дискретных ферромагнитных элементов связанных диполь-дипольным взаимодействием, и эффектов формы цилиндрических столбиков на резонансные частоты собственных мод колебаний намагниченности.

Решение задачи исследования свойств спиновых волн в цепочке ферромагнитных столбиков методами численного моделирования в данной главе проводится для подтверждения результатов полученных теоретическими методами в предыдущих главах. Дополнительным преимуществом данного подхода является возможность учитывать дополнительные силы взаимодействия, такие как обменное и анизотропное, а так же связанные с ними эффекты формы и эффекты размагничивания внутри каждого из столбиков и во всём массиве столбиков. В данной главе проводится моделирование различных способов возбуждения спиновых волн: коротким импульсом переменного внешнего магнитного поля и коротким импульсом спин-поляризованного тока, воздействующего на ферромагнитные столбики.

Первая часть посвящена изучению влияния эффектов формы на частотные характеристики колебаний намагниченности изолированного ферромагнитного столбика под воздействием переменного внешнего магнитного поля, как источника возбуждения. Вторая часть посвящена изучению свойств спиновых волн в конечной периодической цепочке магнитных столбиков. В третьей части моделируется возбуждение собственных мод с помощью коротких импульсов поляризованных спиновых токов.

#### 4.1 Численное моделирование динамики намагниченности в ограниченных ферромагнитных столбиках

В данном разделе проводится численное моделирование динамики намагниченности внутри одного ферромагнитного столбика для исследования влияния эффектов формы на частотные характеристики колебаний намагниченности. В качестве источника возбуждения выбран короткий импульс поляризованного магнитного поля, который, в отличие от предыдущей главы, имеет конечную продолжительность по времени. Для учета эффектов формы на намагниченность и резонансные свойства применяется метод микромагнитного моделирования.

Динамика намагниченности моделируется для одного ферромагнитного цилиндра (см. Рис. 2.1). Колебания намагниченности, возбужденные переменным внешним магнитным полем, вычисляются из уравнений Ландау-Лифшица, которые решаются численно с использованием программы микромагнитного моделирования MuMax3. Этот пакет позволяет рассчитывать эволюцию намагниченности по времени в заданном пространстве для ферромагнитных структур от нано- до микроразмеров, используя конечно-разностную дискретизацию пространства [118]. Из численного решения уравнений получены данные об эволюции во времени  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  векторного поля намагниченности. Такое распределение намагниченности во временной и пространственной областях дает нам информацию о собственных частотах колебаний намагниченности, характерных для различных частей столбиков, поскольку их намагниченность, внутреннее размагничивающие поля и эффективные магнитные поля распределены неравномерно в объеме. Для расчёта эволюции распределения намагниченности  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  во времени использовались уравнения Ландау-Лифшица в следующей форме

$$\frac{\partial \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \boldsymbol{\tau}_{LL} + \boldsymbol{\tau}_{SL}, \quad (4.1)$$

где крутящий момент в форме Ландау-Лифшица определяется через эффективное поле  $B_{eff}$  с гиромагнитным отношением  $\gamma \approx 2\pi \cdot 28.0204$  ГГц/Т и постоянной затухания Гильберта  $\alpha$

$$\boldsymbol{\tau}_{LL} = \gamma \frac{1}{1 + \alpha^2} (\mathbf{m} \times \mathbf{B}_{eff} + \alpha (\mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{B}_{eff}))). \quad (4.2)$$

Эффективное поле  $\mathbf{V}_{eff}$  содержит слагаемые эффективных полей от внешнего магнитного поля  $\mathbf{V}_{ext}$ , поля размагничивания  $\mathbf{V}_{demag}$ , вычисляемое через тензор размагничивания  $\hat{\mathbf{K}}$

$$\mathbf{V}_{demag} = M_{sat} \cdot \hat{\mathbf{K}}_{ij} \star \mathbf{m}_j. \quad (4.3)$$

В конечно-разностном методе можно вычислять градиент намагниченности, поэтому есть возможность учитывать обменное взаимодействие между спинами  $\mathbf{V}_{ex}$

$$\mathbf{V}_{ex} = 2 \frac{A_{ex}}{M_{sat}} \Delta \mathbf{m}. \quad (4.4)$$

Поле анизотропии  $\mathbf{V}_{anis}$  в направлении единичного вектора  $\mathbf{u}$  (в данной задаче в направлении оси  $z$ )

$$\mathbf{V}_{anis} = -K_{u1}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{m})^2. \quad (4.5)$$

Взаимодействие с током учитывается в виде крутящего момента переноса тока в форме Слончевского (Slonchewsky Spin-transfer torque, STT)

$$\tau_{SL} = \beta \frac{\varepsilon - \alpha \varepsilon'}{1 + \alpha^2} (\mathbf{m} \times (\mathbf{m}_P \times \mathbf{m})) - \beta \frac{\varepsilon' - \alpha \varepsilon}{1 + \alpha^2} \mathbf{m} \times \mathbf{m}_P, \quad (4.6)$$

$$\beta = \frac{j_z \hbar}{M_{sat} e d}, \quad (4.7)$$

$$\varepsilon = \frac{P(\mathbf{r}, t) \Lambda^2}{(\Lambda^2 + 1) - (\Lambda^2 - 1)(\mathbf{m} \cdot \mathbf{m}_P)}. \quad (4.8)$$

Крутящий момент в данном случае определяется взаимной намагниченностью фиксированного слоя  $\mathbf{m}_P$  с толщиной  $d$ , плотностью тока  $j_z$  и долей поляризованных спинов  $P(\mathbf{r}, t)$  в токе. В данной модели фиксированный слой не моделируется, а учитывается только спин-поляризованный ток из слоя и его воздействие на намагниченность столбиков. Методы для численного расчета эффективных полей для выполнения микромагнитного моделирования приведены в статье [118].

Расчеты в пакете MuMax3 выполнены для ферромагнитных наностолбиков из пермаллоя (Py) со следующими материальными параметрами [119], [А6, А14] (размерности здесь приведены для системы СИ, которую использует сам пакет MuMax3): намагниченность насыщения  $M_s = 5.6 \cdot 10^5 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$ , постоянная затухания Гильберта  $\alpha = 0.008$ , константа обменного взаимодействия  $A_{ex} = 13 \cdot 10^{-12} \text{ J} \cdot \text{m}^{-1}$ , коэффициент одноосной анизотропии вдоль оси  $z$

$K_u = 500 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}$ . Размеры цилиндрического столбика взяты из предыдущей Главы: радиус  $R = 25 \text{ нм}$  и высота  $h = 4R$ . Постоянное однородное внешнее магнитное поле  $H^{ext} = 0.1 \text{ T}$  прикладывается вдоль оси  $z$ .

По аналогии с предыдущими задачами, возбуждение рассматривается в виде короткого по времени импульса магнитного поля с круговой поляризацией в плоскости  $(x, y)$  вида

$$\mathbf{h}^{ext}(t) = \frac{h^{ext}}{\sqrt{2\pi}} \begin{bmatrix} \cos(2\pi f_{ext}t) \\ \sin(2\pi f_{ext}t) \\ 0 \end{bmatrix} \cdot e^{-(t-t_0)^2/2\sigma^2}, \quad (4.9)$$

где максимум амплитуды достигается в момент времени  $t_0 = 1 \text{ нс}$ ,  $\sigma = 0.1 \text{ нс}$  – длительность импульса. Амплитуда переменного внешнего магнитного поля  $h^{ext} = 0.001 \cdot H^{ext}$  много меньше амплитуды постоянного магнитного поля  $|h^{ext}| \ll |H^{ext}|$  для выполнения условий линейности колебаний (см. Ур. 3.8). Ограничение по времени здесь используется для того, чтобы пронаблюдать релаксационные колебания после воздействия внешнего магнитного поля.

Чтобы сравнить влияние неоднородной намагниченности насыщения внутри столбика на частотные характеристики колебаний намагниченности  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ , объем столбика делится на 3 области (Рис. 4.1): верхняя часть ( $h < z < 2h/3$ ), средняя часть ( $2h/3 < z < h/3$ ) и нижняя часть ( $h/3 < z < 0$ ). Это сделано с целью выделения областей с размагничиванием вблизи краев ( $z = 0, h$ ) в отдельные области, и при этом усреднить неоднородности по направлениям осей  $x$  и  $y$ . На рисунке 4.1 представлена временная зависимость отклика намагниченности  $m_x(t)$ , усредненной по этим трём областям, на внешнее магнитное поле  $\mathbf{h}^{ext}(t)$ .

На рисунке 4.2 представлена частотная зависимость преобразования Фурье для величины  $m_x(t)$ , усредненной по различным областям столбика. В данном случае используется абсолютное значение этой амплитуды, чтобы получить амплитудно-частотную зависимость для колебаний намагниченности. Зависимость амплитуды намагниченности  $m_x(f)$  от частоты имеет 3 основные резонансные частоты:  $f_{ext}$  – частота внешнего магнитного поля  $h^{ext}(t)$ ,  $f_1$  и  $f_2$  – две собственные резонансные частоты ферромагнитного столбика. Частота  $f_{ext} = 14 \text{ ГГц}$  выбрана вне резонансных собственных частот  $f_1$  и  $f_2$ , для возможности выделить отклик колебаний намагниченности на собственных частотах после преобразования Фурье.

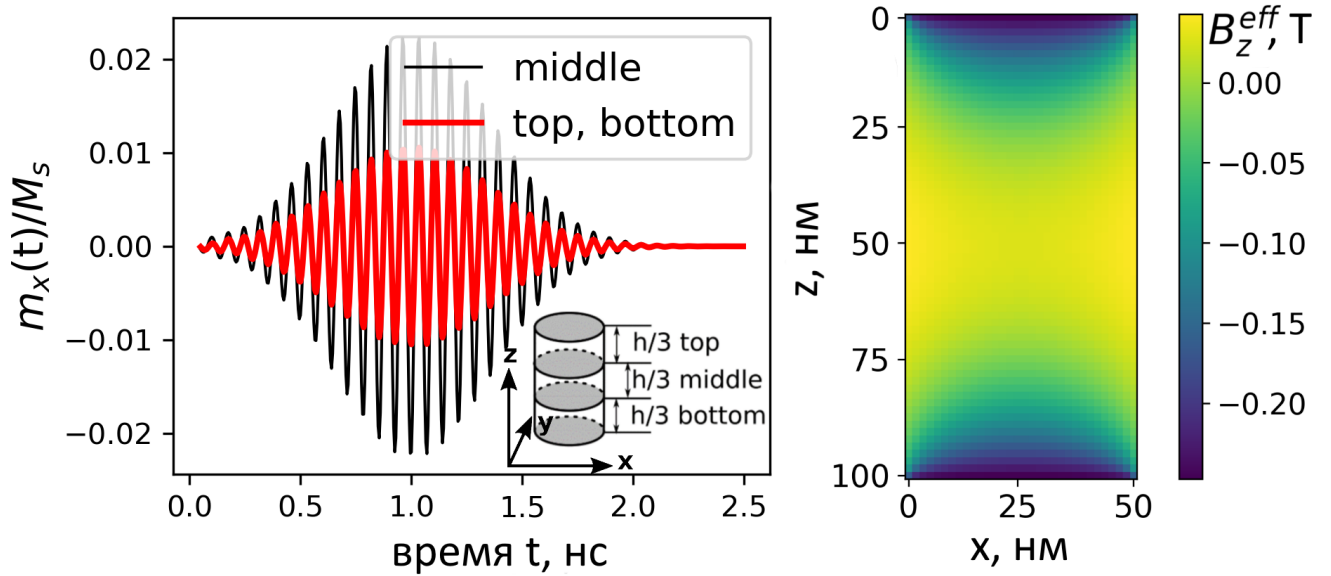


Рисунок 4.1 — Амплитуда колебаний намагниченности  $m_x(t)/M_s$  усредненная по разным областям столбика. Распределение эффективного магнитного поля  $B_z^{eff}$  внутри объема ферромагнитного столбика под действием постоянного внешнего магнитного поля.

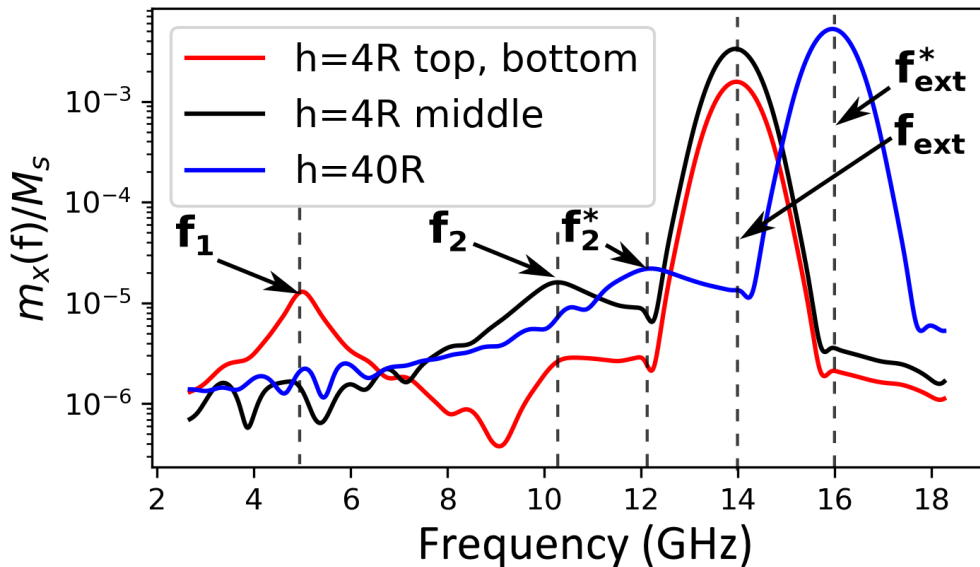


Рисунок 4.2 — Амплитуда намагниченности столбика  $m_x(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$ . Намагниченность усреднена по различным областям столбика с высотой  $h = 4R$  и  $h = 40R$ .

Расчеты выполнены для двух случаев:  $h = 4R$  и  $h = 40R$  (Рис. 4.2). Результаты показывают, что амплитуда  $m_x(f)$  на собственной резонансной частоте  $f_1 \approx 5$  ГГц уменьшается с увеличением высоты  $h$ . Эта зависимость возникает из-за того, что неоднородность намагниченности и эффективного магнитного поля локализованы вблизи границы столбика (см. Рис. 4.1), поэтому относительный объем и вклад в усредненное значение  $\mathbf{m}$  уменьшается с увеличением высоты  $h$ . Это демонстрируется результатами расчета для случая  $h = 40R$ . Для такого столбика с высотой  $h \gg R$  и почти равномерным распределением намагниченности видно, что амплитуда намагниченности  $m_x(f_1)$  на этой резонансной частоте сильно отличается от случая  $h = 4R$ . Значение собственной частоты второго резонанса составляет  $f_2 \approx 10$  ( $h = 4R$ ) и  $f_2^* \approx 12$  ( $h = 40R$ ). Эта собственная частота соответствует средней части столбика, а также зависит от высоты  $h$ .

Из полученных результатов можно сделать вывод, что частотные характеристики колебаний намагниченности внутри изолированного ферромагнитного столбика зависят от его высоты, что показано для случаев  $h = 4R$  и  $h = 40R$ . Если на собственные частоты колебаний намагниченности влияют эффекты формы внутри столбика с конечной высотой, то их колебания на разных частотах можно локализовать и оценить путем усреднения намагниченности по разным областям столбика.

## 4.2 Исследование свойств спиновых волн в ограниченных одномерных волноводах

Для одного ферромагнитного столбика было проведено исследование влияния эффектов формы на частотные характеристики колебаний намагниченности. В дискретном одномерном массиве таких столбиков, кроме эффектов формы на частотные характеристики влияет диполь-дипольное взаимодействие между столбиками. Свойства спиновых волн в таких магнитных структурах были исследованы в предыдущем разделе. В данном разделе методами численного моделирования исследуется возможность возбуждения спиновых волн в таких одномерных волноводах для спиновых волн на примере цепочки из  $N = 7$  столбиков. Схема расположения показана на рисунке 4.3, где  $d = 3R$  - расстояние



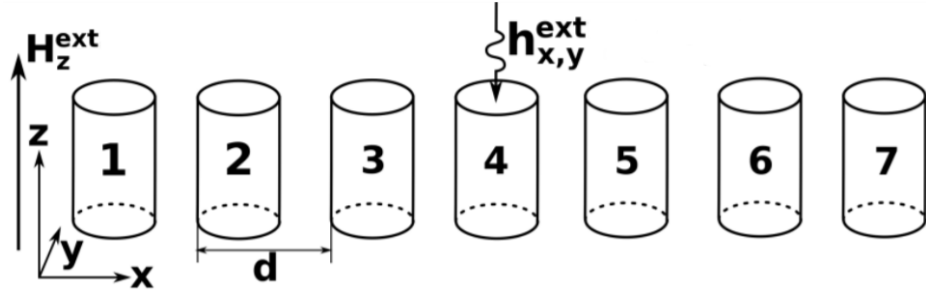


Рисунок 4.3 — Цепочка из  $N = 7$  ферромагнитных столбиков периодически расположенных вдоль оси  $x$ . Переменное внешнее магнитное поле  $h^{ext}(t)$  приложено к центральному столбику с номером  $i = 4$ .

между соседними столбиками. Переменное внешнее магнитное поле  $\mathbf{h}_{x,y}^{ext}$  имеет зависимость от времени как в выражении (4.9), но возбуждает спиновые волны в середине цепочки, воздействуя только на столбик с номером  $i = 4$ . Для каждого столбика метод разделения на три части применяется аналогично предыдущей задаче.

Численными методами минимизации энергии в среде MuMax3 получено распределение равновесной намагниченности и эффективных магнитных полей в цепочке столбиков при наличии постоянного внешнего магнитного поля  $H^{ext}$ . Распределение компонент  $B_z^{eff}$  и  $B_x^{eff}$  эффективного магнитного поля вдоль центральной оси  $z$  для каждого столбика с номерами  $i = 1, 2, 3, 4$  показано на рисунке 4.4. Это распределение симметрично относительно центра цепочки для столбиков с номерами  $i = 4, 5, 6, 7$ . Для компоненты  $B_z^{eff}$  эффективного магнитного поля имеет одинаковую схему распределения для всех столбиков в цепочке (Рис. 4.4), а максимальная разница между различными столбиками для значения эффективного поля  $B_z^{eff}$  оценивается как  $\Delta B_z \approx 0.05$  Т. С другой стороны, схема распределения компонент  $B_x^{eff}$  вдоль оси  $z$  отличается для столбиков на краю цепочки ( $i = 1, 2, 6, 7$ ).

Свойства спиновых волн, возбуждаемых в цепочке столбиков, зависят от собственных частот колебаний намагниченности в столбиках. Следовательно, если намагниченность отдельных столбиков в цепочке распределена неравномерно, то частотные характеристики объемных и краевых мод колебаний намагниченности будут отличаться на краю цепочки. Амплитуды магнитных колебаний  $m_x^i(f)/M_s$  для столбиков с номерами  $i$  в диапазоне частот  $f$  показаны на Рис. 4.5, где видно, что дополнительная резонансная частота  $f_e$  присутствует для столбиков на краю цепочки. Этот эффект выражен только для амплитуд

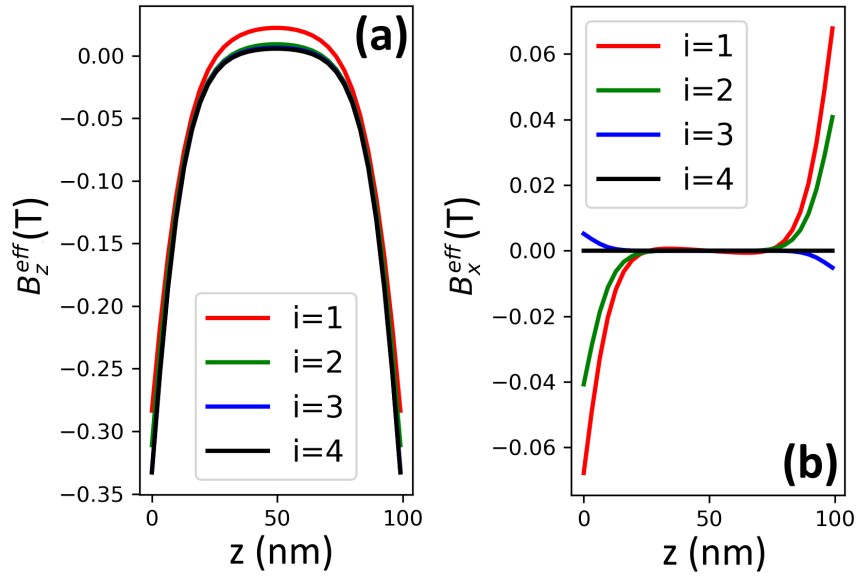


Рисунок 4.4 — Распределение эффективных магнитных полей  $B_z^{eff}(z)$  и  $B_x^{eff}(z)$  вдоль центральной оси  $z$  столбиков с номерами  $i = 1, 2, \dots, 4$ .

колебаний намагниченности в верхней и нижней областях столбиков, так как это области с наибольшей относительной разницей в эффективных магнитных полях (Рис. 4.4).

Существование дополнительной резонансной частоты для мод краевых спиновых волн было описано в Главе 3.1 [A5], где её появление было показано предсказано аналитическими методами. В этой Главе была дана оценка для резонансных частот спиновых волн в конечной цепочке ферромагнитных столбиков, в частности, было показано что такие величины таких частот меньше, чем резонансные частоты колебаний намагниченности для одиночного магнитного столбика. Это связано с тем, что диполь-дипольная связь добавляет отрицательный сдвиг к резонансным частотам. Величина этого сдвига зависит от силы диполь-дипольного взаимодействия. Если цепочка магнитных столбиков конечна, то существуют моды краевых спиновых волн с резонансной частотой большей, чем резонансная частота объемной моды спиновых волн. Это соотношение справедливо для результатов численного расчёта частот  $f_1$  и  $f_e$  (Рис. 4.5). Однако эффект намного меньше, чем тот, который описан в теоретической модели [A5], которая была сформулирована для приближения макроспина и не учитывало эффекты формы внутри столбиков.

Разделение частот  $f_1$  и  $f_e$  можно наблюдать, если внешнее магнитное поле  $h^{ext}$  приложить ко всем столбикам в цепочке. На Рис. 4.6 частотная зависимость

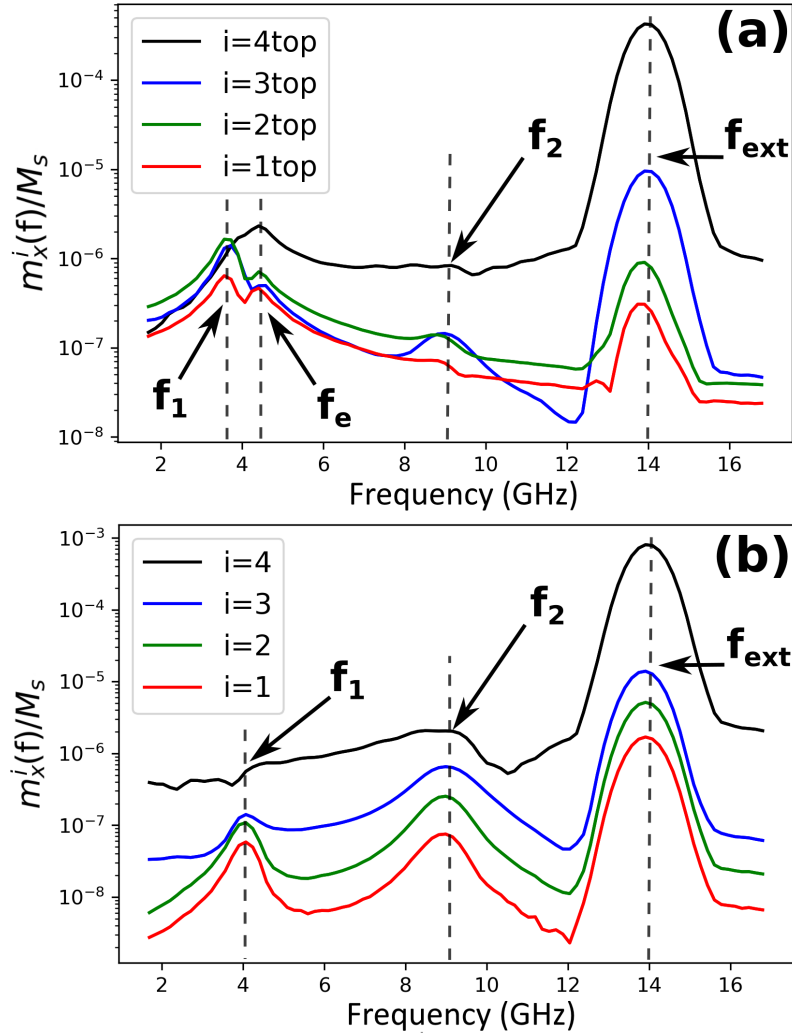


Рисунок 4.5 — Распределение амплитуды намагниченности  $m_x^i(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$  для столбиков с номерами  $i = 1, \dots, 4$ .

Намагниченность усреднена по верхней (a) и средней (b) части столбиков.

значения  $m_x^i(f)/M_s$  рассчитана для тех же параметров материала, что и на Рис. 4.5. В этом случае мы можем видеть те же резонансные частоты  $f_1$ ,  $f_e$  и  $f_2$ , но с разным распределением амплитуд  $m_x^i$  внутри цепочки. В частности, для частоты  $f_1$  максимальная амплитуда  $m_x^i(f_e)$  расположена в середине цепочки, для частоты  $f_e$  максимум значения для распределения  $m_x^i(f_1)$  находится на краю цепочки. Исходя из этого, мы предполагаем, что частота  $f_e$  соответствует краевой моде спиновой волны в цепочке столбиков.

Таким образом, были продемонстрированы два метода возбуждения спиновых волн внешним периодическим магнитным полем. Сравнение этих двух методов возбуждения, когда поле прикладывалось к одному столбику или ко всем столбикам в цепочке, показывает только количественные различия в зна-

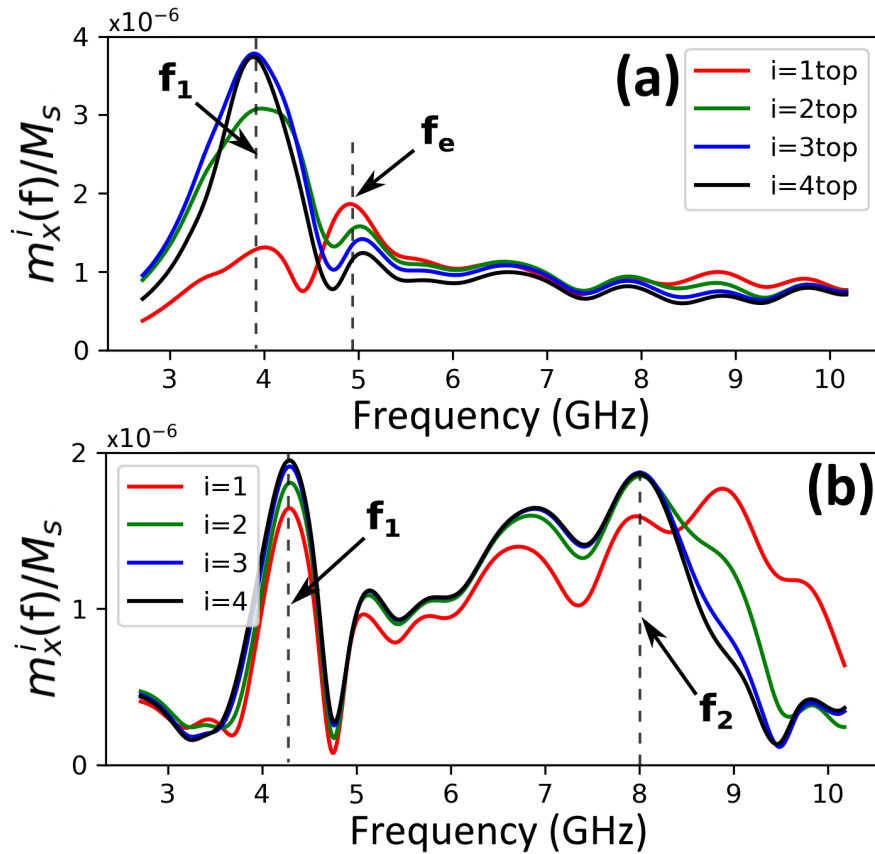


Рисунок 4.6 — Распределение амплитуды намагниченности  $m_x^i(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$  для столбиков с номерами  $i = 1, \dots, 4$ , при приложении внешнего магнитного поля ко всем столбикам. Намагниченность усреднена по верхней (a) и средней (b) части столбиков.

чениях резонансных частот  $f_1$  и  $f_e$  для мод спиновых волн. Это связано с тем, что в первом методе все моды спиновых волн возбуждаются неоднородным магнитным полем из-за диполь-дипольного взаимодействия между столбиками, а во втором методе все моды спиновых волн возбуждаются однородным внешним магнитным полем и диполь-дипольным взаимодействием. Это может быть причиной таких различий в значениях резонансных частот, поскольку выбранный метод разделения столбика на 3 части не учитывает все эффекты формы в столбиках и не позволяет получить полное пространственное распределение мод спиновых волн.

### 4.3 Возбуждение спиновых волн в дискретных волноводах спин-поляризованным электрическим током

Частотные характеристики спиновых волн, описанных выше, получены для их возбуждения периодическим внешним магнитным полем в качестве внешнего воздействия. Вместо магнитного поля мы можем использовать спин-поляризованный ток, чтобы вывести конфигурацию намагниченности из равновесного состояния. В этом случае мы используем короткий импульс тока с плотностью тока  $\mathbf{j}(t) = (0, 0, j_a/\sqrt{2\pi} \text{Exp}[-(t - t_0)^2/2\sigma^2])$  с длительностью  $\sigma = 0.1$  нс, направленный вдоль оси  $z$  примененный ко всем столбикам. Единичный вектор спиновой поляризации тока из свободного слоя  $\mathbf{p} = (\cos(\pi/4), \sin(\pi/4), 0)$  выбран в плоскости  $(x, y)$  для максимизации амплитуды крутящего момента для  $x$  и  $y$  компонент намагниченности  $\mathbf{m}$ . Амплитуда плотности тока составляет  $j_a = 10^9$  А/м<sup>2</sup>.

Без гармонических составляющих во внешней силе для спиновых волн присутствует только одна резонансная частота (Рис. 4.7). Из частотной зависимости  $m_x^i(f)$  видно, что этот резонанс на частоте  $f_1 \approx 4$  ГГц соответствует собственным частотам колебаний намагниченности для верхней и нижней частей столбиков. Амплитуды  $m_x^i(f)$  на других резонансных частотах колебаний намагниченности столбиков  $f_2$  и  $f_e$  пренебрежимо малы. Это можно объяснить тем фактом, что спиновый ток с выбранной поляризацией может создавать крутящий момент для  $x$  и  $y$  компонент намагниченности  $\mathbf{m}^i$ , тогда как средние части столбиков намагничены практически равномерно вдоль ось  $z$ . Это означает, что воздействие крутящего момента от спин-поляризованного тока в середине столбиков незначительно, и возбуждение возможно только благодаря диполь-дипольному взаимодействию внутри столбика и от соседних столбиков, поэтому амплитуда спиновой волны в средней части столбика в несколько раз меньше, чем для верхней и нижней частей.

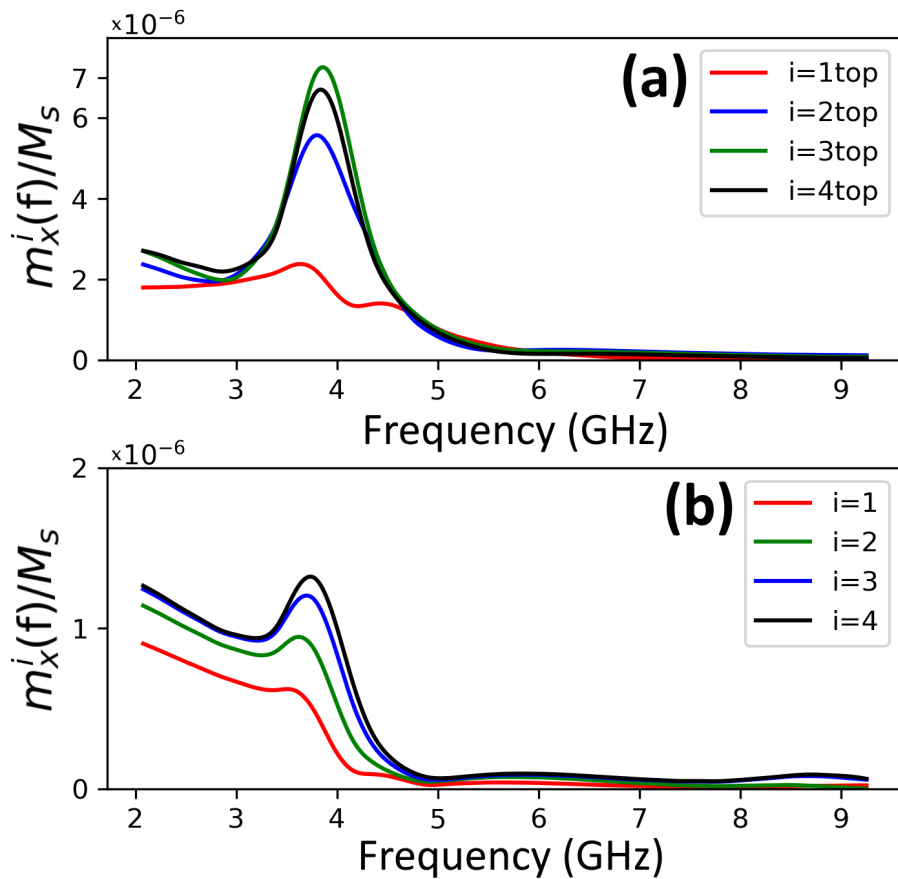


Рисунок 4.7 — Распределение амплитуды намагниченности  $m_x^i(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$  для столбиков с номерами  $i = 1, \dots, 4$ , при пропускании спин-поляризованного тока через столбики.

#### 4.4 Выводы

В этой главе были исследованы характеристики спиновых волн в цепочках ферромагнитных столбиков конечной длины. Для решения задачи учёта эффектов формы на свойства спиновых волн был использован метод микромагнитного моделирования динамики намагниченности. В данной постановке в качестве внешнего воздействия использовался импульс переменного внешнего магнитного поля которое воздействует на всю цепочку и столбиков и только один из столбиков. Из результатов моделирования было показано, что диполь-дипольное взаимодействие между столбиками вызывает отрицательный сдвиг резонансной частоты колебаний намагниченности по сравнению с одиночным изолированным столбиком.

Для цилиндрических столбиков с конечной высотой было показано, что эффекты размагничивания и формы в объеме столбика приводят к появлению двух резонансных частот для собственных мод колебаний намагниченности, соответствующих объемной и краевой моде колебаний внутри столбика.

Так было показано, что существует дополнительная резонансная частота для краевой моды спиновой волны, локализованной на краю цепочки. Существование данной моды было продемонстрировано теоретическими методами в Главе 3, в данной главе продемонстрировано численными методами.

Была решена задача возбуждения спиновых волн импульсом спин-поляризованного тока. Было показано, что импульсом тока возбуждаются только краевые моды спиновых волн на частоте, соответствующей колебаниям намагниченности на краях столбиков.

## Заключение

1. На основе методов многократного рассеяния и Т-оператора рассеяния создана теория, описывающая распространение прямых объемных магнитостатических спиновых волн в ферромагнитной пленке, содержащей ограниченный массив ферромагнитных включений. Показано, что круговой массив включений является резонатором для спиновых волн.
2. Проведено исследование частотных характеристик спиновых волн, возбужденных в одномерном массиве включений, и определены возможные режимы распространения спиновых волн. Определены геометрические параметры структуры и условия, при которых такая система включений является волноводом для спиновых волн.
3. На основе метода многократного рассеяния создана теория, описывающая распространение спиновых волн в дискретном ограниченном массиве ферромагнитных столбиков, связанных диполь-дипольным взаимодействием. Для мод колебаний намагниченности в таких структурах было показано, что частотные и модовые характеристики спиновых волн отличаются от аналогичных характеристик спиновых волн в бесконечных дискретных волноводах.
4. Аналитическими и численными методами решена задача о возбуждении спиновых волн переменным внешним магнитным полем в ограниченном одномерном массиве ферромагнитных столбиков. Исследованы резонансные свойства спиновых волн в таких системах для различных конфигураций намагниченности. Показано, что в ограниченном массиве ферромагнитных столбиков существуют краевые и дефектные моды спиновых волн.
5. Методами численного моделирования было исследовано влияние эффектов формы и краевых эффектов на моды колебаний намагниченности в конечно-размерных массивах ферромагнитных столбиков. Для столбиков цилиндрической формы с конечной высотой было показано, что существуют дополнительные резонансные частоты колебаний намагниченности из-за наличия эффекта формы. Для линейного периодического массива столбиков было продемонстрировано, что на краю



массива локализована краевая мода спиновой волны. Возбуждение спиновых волн возможно с помощью импульса переменного внешнего магнитного поля или спин-поляризованного тока.

Полученные результаты являются новыми и вносят существенный вклад в создание новых принципов компонентной базы магноники.

Автор выражает благодарность научному руководителю Никитову С.А. и отдельную благодарность Барабаненкову Ю.Н. за научное руководство и неоценимую помощь во всех проведенных исследованиях. Отдельно выражается благодарность сотрудникам лаборатории 191 ИРЭ РАН Калябину Д.В., Сафину А.Р., Шараевской А.Ю. и Попову П.А. за помощь в выполнении совместных научных исследований. Также автор отмечает всех сотрудников ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН за всестороннюю помощь в ходе обучения и работы.

## Список литературы

1. The building blocks of magnonics / B. Lenk, H. Ulrichs, F. Garbs, M. Münzenberg // *Physics Reports*. — 2011. — Vol. 507, no. 4. — Pp. 107 – 136.
2. Magnon spintronics / A. V. Chumak, V. I. Vasyuchka, A. A. Serga, B. Hillebrands // *Nature Physics*. — Vol. 11. — P. 453.
3. *Hoffmann Axel, Bader Sam D.* Opportunities at the Frontiers of Spintronics // *Phys. Rev. Applied*. — 2015. — Oct. — Vol. 4. — P. 047001.
4. *Krawczyk M, Grundler D.* Review and prospects of magnonic crystals and devices with reprogrammable band structure // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2014. — mar. — Vol. 26, no. 12. — P. 123202.
5. *Lee Ki-Suk, Kim Sang-Koog.* Conceptual design of spin wave logic gates based on a Mach-Zehnder-type spin wave interferometer for universal logic functions // *Journal of Applied Physics*. — 2008. — Vol. 104, no. 5. — P. 053909.
6. Cross Junction Spin Wave Logic Architecture / K. Nanayakkara, A. Anferov, A. P. Jacob et al. // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 2014. — Nov. — Vol. 50, no. 11. — Pp. 1–4.
7. Magnonic band gaps in waveguides with a periodic variation of the saturation magnetization / F. Ciubotaru, A.V. Chumak, B. Obry et al. // *Phys. Rev. B*. — 2013. — Vol. 88. — P. 134406.
8. Magnon-based logic in a multi-terminal YIGPt nanostructure / Kathrin Ganzhorn, Stefan Klingler, Tobias Wimmer et al. // *Applied Physics Letters*. — 2016. — Vol. 109, no. 2. — P. 022405.
9. Theoretical formalism for collective spin-wave edge excitations in arrays of dipolarly interacting magnetic nanodots / Ivan Lisenkov, Vasyl Tyberkevych, Sergey Nikitov, Andrei Slavin // *Phys. Rev. B*. — 2016. — Jun. — Vol. 93. — P. 214441.

10. Imaging Collective Magnonic Modes in 2D Arrays of Magnetic Nanoelements / V.V. Kruglyak, P.S. Keatley, A. Neudert et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Jan. — Vol. 104. — P. 027201.
11. Spin-wave edge modes in finite arrays of dipolarly coupled magnetic nanopillars / Ivan Lisenkov, Vasyl Tyberkevych, Andrei Slavin et al. // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Sep. — Vol. 90. — P. 104417.
12. *Burin A.* Bound whispering gallery modes in circular arrays of dielectric spherical particles // *Phys. Rev. E.* — 2006. — Jun. — Vol. 73. — P. 066614.
13. The 2014 Magnetism Roadmap / Robert L Stamps, Stephan Breitkreutz, Johan Akerman et al. // *Journal of Physics D: Applied Physics.* — 2014. — Vol. 47, no. 33. — P. 333001.
14. *Schneider C. M.* Lecture Notes of the 40th IFF Spring School. — 2009.
15. *Zutic I., Fuhrer M.* // *Nature Physics.* — 2005. — Vol. 1. — Pp. 85–86.
16. Spintronic devices and circuits for low-voltage logic / D. H. Morris, D. M. Bromberg, Jian-Gang Zhu, L. Pileggi // *International Journal of High Speed Electronics and Systems.* — 2012. — Vol. 21, no. 01. — P. 1250005.
17. Insight issue: Spintronics // *Nature Materials, Insight issue: Spintronics.* — 2012. — Vol. 11, 5, no. 5.
18. *Ding J., Adeyeye A.O.* Ni<sub>80</sub>Fe<sub>20</sub>/Ni binary nanomagnets for logic applications // *Applied Physics Letters.* — 2012. — Sep. — Vol. 101, no. 10. — Pp. 103117–103117–4.
19. Realization of spin-wave logic gates / T. Schneider, A. A. Serga, B. Leven et al. // *Applied Physics Letters.* — 2008. — Vol. 92, no. 2. — P. 022505.
20. *Khitun A., Bao M., Wang K. L.* Spin Wave Magnetic NanoFabric: A New Approach to Spin-Based Logic Circuitry // *IEEE Transactions on Magnetics.* — 2008. — Sep. — Vol. 44, no. 9. — Pp. 2141–2152.
21. Spin Wave Wells in Nonellipsoidal Micrometer Size Magnetic Elements / J. Jorzick, S.O. Demokritov, B. Hillebrands et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Jan. — Vol. 88. — P. 047204.

22. Magnetic field dependence of quantized and localized spin wave modes in thin rectangular magnetic dots / G Gubbiotti, M Conti, G Carlotti et al. // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2004. — Vol. 16, no. 43. — P. 7709.
23. *Kruglyak V V, Demokritov S O, Grundler D.* Magnonics // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2010. — Vol. 43, no. 26. — P. 264001.
24. *M. Krawczyk H. Puzkarski.* Magnonic spectra of ferromagnetic composites versus magnetization contrast // *Acta Phys. Pol. A*. — 1998. — Vol. 93. — P. 805.
25. *Nikitov S. A., Tailhades Ph., Tsai C. S.* // *J. of Magn. and Magn. Mat.* — 2001. — Vol. 236. — Pp. 320–330.
26. Excitation of short-wavelength spin waves in magnonic waveguides / V. E. Demidov, M. P. Kostylev, K. Rott et al. // *Applied Physics Letters*. — 2011. — Vol. 99, no. 8. — P. 082507.
27. Magnon band structure of periodic composites / J. O. Vasseur, L. Dobrzynski, B. Djafari-Rouhani, H. Puzkarski // *Phys. Rev. B*. — 1996. — Jul. — Vol. 54. — Pp. 1043–1049.
28. *Gulyaev Yu. V., Nikitov S. A., et al.* // *JETP Letters*. — 2003. — Vol. 77, no. 10. — Pp. 567–570.
29. *Vysotsky S. V., Filimonov Y. A., Nikitov S. A.* // *JETP*. — 2005. — Vol. 128, no. 3. — P. 636.
30. A current-controlled, dynamic magnonic crystal / A. V. Chumak, T. Neumann, A. A. Serga et al. // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2009. — Vol. 42, no. 20. — P. 205005.
31. Resonant and nonresonant scattering of dipole-dominated spin waves from a region of inhomogeneous magnetic field in a ferromagnetic film / M.P. Kostylev, A.A. Serga, T. Schneider et al. // *Phys. Rev. B*. — 2007. — Nov. — Vol. 76. — P. 184419.
32. *Demidov V.E., Hansen Ulf-Hendrik, Demokritov S.O.* Spin-Wave Eigenmodes of a Saturated Magnetic Square at Different Precession Angles // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Apr. — Vol. 98. — P. 157203.

33. Scattering of backward spin waves in a one-dimensional magnonic crystal / A. V. Chumak, A. A. Serga, B. Hillebrands, M. P. Kostylev // *Applied Physics Letters*. — 2008. — Vol. 93, no. 2. — Pp. —.
34. Nonreciprocity of spin waves in metallized magnonic crystal / M Mruczkiewicz, M Krawczyk, G Gubbiotti et al. // *New Journal of Physics*. — 2013. — Vol. 15, no. 11. — P. 113023.
35. Observation of magnonic band gaps in magnonic crystals with nonreciprocal dispersion relation / M. Mruczkiewicz, E. S. Pavlov, S. L. Vysotsky et al. // *Phys. Rev. B*. — 2014. — Nov. — Vol. 90. — P. 174416.
36. *Lisenkov Ivan, Kalyabin Dmitry, Nikitov Sergey*. Edge rotational magnons in magnonic crystals // *Applied Physics Letters*. — 2013. — Vol. 103, no. 20. — Pp. —.
37. Chiral spin-wave edge modes in dipolar magnetic thin films / Ryuichi Shindou, Jun-ichiro Ohe, Ryo Matsumoto et al. // *Phys. Rev. B*. — 2013. — May. — Vol. 87. — P. 174402.
38. *Shindou Ryuichi, Ohe Jun-ichiro*. Magnetostatic wave analog of integer quantum Hall state in patterned magnetic films // *Phys. Rev. B*. — 2014. — Feb. — Vol. 89. — P. 054412.
39. Topological chiral magnonic edge mode in a magnonic crystal / Ryuichi Shindou, Ryo Matsumoto, Shuichi Murakami, Jun-ichiro Ohe // *Phys. Rev. B*. — 2013. — May. — Vol. 87. — P. 174427.
40. T. Sebastian, T. Bracher, P. Pirro et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Feb. — Vol. 110. — P. 067201.
41. *O’Keeffe T. W., Patterson R. W.* Magnetostatic surface-wave propagation in finite samples // *Journal of Applied Physics*. — 1978. — Vol. 49, no. 9. — Pp. 4886–4895.
42. *Barabanenkov Yu. N., Shlyapin V. V.* // *Phys. Lett. A*. — 1992. — Vol. 170. — P. 239.
43. *Barabanenkov Yu. N., Shlyapin V. V.* // *Phys. Rev. B*. — 1998. — Vol. 58. — P. 3034.

44. *Van de Hulst H.C.* Light Scattering by Small Particles. — John Wiley and Sons, Inc., New York, 1957.
45. *Gurevich A. G., Melkov G. A.* Magnetization, Oscillations and Waves. — CRC Press New York, 1996.
46. *Lippmann B. A., Schwinger Julian.* Variational Principles for Scattering Processes. I // *Phys. Rev.* — 1950. — Aug. — Vol. 79. — Pp. 469–480.
47. *Goldberger M.L., Watson K.M.* Collision Theory. — Wiley, New York, 1965.
48. *Taylor J.R.* The Quantum Theory of Nonrelativistic Collisions. — Wiley, New York, 1985.
49. *Prabhakar Anil, Stancil Daniel D.* Spin Waves, Theory and applications. — Srringer, Boston, MA, 2009.
50. *Krawczyk A.* Magnetostatic Waves in One-Dimensional Magnonic Crystals With Magnetic and Nonmagnetic Components // *IEEE Transactions on Magnetics.* — 2008. — Nov. — Vol. 44, no. 11. — Pp. 2854–2857.
51. *Kumar N., Prabhakar A.* Spin Wave Dispersion in Striped Magnonic Waveguide // *IEEE Transactions on Magnetics.* — 2013. — March. — Vol. 49, no. 3. — Pp. 1024–1028.
52. An approach for analysis of magnetostatic volume waves in magnonic crystals / Kai H. Chi, Yun Zhu, Rong W. Mao et al. // *Journal of Applied Physics.* — 2011. — Vol. 109, no. 7. — P. 07D320.
53. Propagation Characteristics of Magnetostatic Volume Waves in One-Dimensional Magnonic Crystals with Oblique Incidence / K. H. Chi, Y. Zhu, R. Mao et al. // *IEEE Transactions on Magnetics.* — 2011. — Oct. — Vol. 47, no. 10. — Pp. 3708–3711.
54. *Parekh J., Tuan H.* Theory for a magnetostatic surface wave grooved reflector grating // *IEEE Transactions on Magnetics.* — 1977. — Sep. — Vol. 13, no. 5. — Pp. 1246–1248.
55. Making a Reconfigurable Artificial Crystal by Ordering Bistable Magnetic Nanowires / Jesco Topp, Detlef Heitmann, Mikhail P. Kostylev, Dirk Grundler // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — May. — Vol. 104. — P. 207205.

56. *Baltanás J. P., Frustaglia D.* Theory of Carrier-Mediated Magnonic Superlattices // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Jun. — Vol. 110. — P. 267205.
57. *Barnas J.* Spin waves in superlattices. I. General dispersion equations for exchange, magnetostatic and retarded modes // *Journal of Physics C: Solid State Physics.* — 1988. — feb. — Vol. 21, no. 5. — Pp. 1021–1036.
58. *Barnas J.* Spin waves in superlattices. II. Magnetostatic modes in the Voigt configuration // *Journal of Physics C: Solid State Physics.* — 1988. — aug. — Vol. 21, no. 22. — Pp. 4097–4112.
59. *Barnas J.* Spin waves in superlattices. IV. The exchange-dominated region // *Journal of Physics: Condensed Matter.* — 1992. — may. — Vol. 4, no. 20. — Pp. 4849–4855.
60. Spin Wave Band Structure in Two-Dimensional Magnonic Crystals / G. Gubbiotti, S. Tacchi, M. Madami et al. // *Topics in Applied Physics Magnonics.* — 2012. — P. 205–221.
61. *Seshadri S. R.* Magnetic Waves Guided by a Linearly Tapered Yig Film // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.* — 1981. — Feb. — Vol. 29, no. 2. — Pp. 96–101.
62. *Guslienko K. Yu., Slavin A. N.* Spin-waves in cylindrical magnetic dot arrays with in-plane magnetization // *Journal of Applied Physics.* — 2000. — Vol. 87, no. 9. — Pp. 6337–6339.
63. Magnonic band structures in two-dimensional bi-component magnonic crystals with in-plane magnetization / M Krawczyk, S Mamica, M Mruczkiewicz et al. // *Journal of Physics D: Applied Physics.* — 2013. — nov. — Vol. 46, no. 49. — P. 495003.
64. *Arias Rodrigo, Mills D. L.* Theory of spin excitations and the microwave response of cylindrical ferromagnetic nanowires // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Mar. — Vol. 63. — P. 134439.
65. Magnonic Bandgap Control in Coupled Magnonic Crystals / M. A. Morozova, S. V. Grishin, A. V. Sadovnikov et al. // *IEEE Transactions on Magnetism.* — 2014. — Nov. — Vol. 50, no. 11. — Pp. 1–4.

66. *Krawczyk M., Puzkarski H.* Plane-wave theory of three-dimensional magnonic crystals // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Feb. — Vol. 77. — P. 054437.
67. *Demidov V. E., Demokritov S. O.* Magnonic Waveguides Studied by Microfocus Brillouin Light Scattering // *IEEE Transactions on Magnetics.* — 2015. — April. — Vol. 51, no. 4. — Pp. 1–15.
68. Partial frequency band gap in one-dimensional magnonic crystals / M. Kostylev, P. Schrader, R. L. Stamps et al. // *Applied Physics Letters.* — 2008. — Vol. 92, no. 13. — P. 132504.
69. Observation of frequency band gaps in a one-dimensional nanostructured magnonic crystal / Z. K. Wang, V. L. Zhang, H. S. Lim et al. // *Applied Physics Letters.* — 2009. — Vol. 94, no. 8. — P. 083112.
70. *Eshbach J. R., Damon R. W.* Surface Magnetostatic Modes and Surface Spin Waves // *Phys. Rev.* — 1960. — Jun. — Vol. 118. — Pp. 1208–1210.
71. *Seshadri S. R.* Surface magnetostatic modes of a ferrite slab // *Proceedings of the IEEE.* — 1970. — March. — Vol. 58, no. 3. — Pp. 506–507.
72. *Bajpai S. N.* Excitation of magnetostatic surface waves: Effect of finite sample width // *Journal of Applied Physics.* — 1985. — Vol. 58, no. 2. — Pp. 910–913.
73. The 2017 Magnetism Roadmap / D Sander, S O Valenzuela, D Makarov et al. // *Journal of Physics D: Applied Physics.* — 2017. — Aug. — Vol. 50, no. 36. — P. 363001.
74. *Roldán-Molina A, Nunez A S, Fernández-Rossier J.* Topological spin waves in the atomic-scale magnetic skyrmion crystal // *New Journal of Physics.* — 2016. — Apr. — Vol. 18, no. 4. — P. 045015.
75. Topological antiferromagnetic spintronics / Libor Šmejkal, Yuriy Mokrousov, Binghai Yan, Allan H. MacDonald // *Nature Physics.* — 2018. — Mar. — Vol. 14, no. 3. — Pp. 242–251.
76. *Sheng Ping.* Introduction to wave scattering, localization and mesoscopic phenomena. — Springer, 2011.



77. Диэлектрическая магنونика - от гигагерцев к терагерцам / С.А. Никитов, А.Р. Сафин, Д.В. Калябин et al. // *УФН, принята к публикации*. — 2019. — Июль. — URL: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.07.038609>.
78. A spin-wave logic gate based on a width-modulated dynamic magnonic crystal / Andrey A. Nikitin, Alexey B. Ustinov, Alexander A. Semenov et al. // *Applied Physics Letters*. — 2015. — Mar. — Vol. 106, no. 10. — P. 102405.
79. Narrow Magnonic Waveguides Based on Domain Walls / Felipe Garcia-Sanchez, Pablo Borys, Rémy Soucaille et al. // *Physical Review Letters*. — 2015. — Jun. — Vol. 114, no. 24.
80. Topological Magnon Bands in a Kagome Lattice Ferromagnet / R. Chisnell, J. S. Helton, D. E. Freedman et al. // *Physical Review Letters*. — 2015. — Sep. — Vol. 115, no. 14.
81. Wang X. S., Zhang H. W., Wang X. R. Topological Magnonics: A Paradigm for Spin-Wave Manipulation and Device Design // *Phys. Rev. Applied*. — 2018. — Feb. — Vol. 9. — P. 024029.
82. Wang X. S., Su Ying, Wang X. R. Topologically protected unidirectional edge spin waves and beam splitter // *Phys. Rev. B*. — 2017. — Jan. — Vol. 95. — P. 014435.
83. Li Yun-Mei, Xiao Jiang, Chang Kai. Topological Magnon Modes in Patterned Ferrimagnetic Insulator Thin Films // *Nano Letters*. — 2018. — Vol. 18, no. 5. — Pp. 3032–3037. — PMID: 29676154.
84. Long-range mutual synchronization of spin Hall nano-oscillators / A. A. Awad, P. Durrenfeld, A. Houshang et al. // *Nature Physics*. — 2016. — Nov. — Vol. 13, no. 3. — Pp. 292–299.
85. Shutyi A. M., Sementsov D. I. Excitation of the orientation transition wave and chaotic dynamics in a lattice of magnetic nanoparticles // *JETP Letters*. — 2017. — Vol. 106, no. 6. — Pp. 358–365.
86. Magnonic beam splitter: The building block of parallel magnonic circuitry / A. V. Sadovnikov, C. S. Davies, S. V. Grishin et al. // *Applied Physics Letters*. — 2015. — Vol. 106, no. 19. — P. 192406.

87. Reconfigurable nanoscale spin-wave directional coupler / Qi Wang, Philipp Pirro, Roman Verba et al. // *Science Advances*. — 2018. — Vol. 4, no. 1.
88. Spin-Wave Diode / Jin Lan, Weichao Yu, Ruqian Wu, Jiang Xiao // *Phys. Rev. X*. — 2015. — Vol. 5. — P. 041049.
89. Frequency nonreciprocity of surface spin wave in permalloy thin films / O. Gladii, M. Haidar, Y. Henry et al. // *Phys. Rev. B*. — 2016. — Vol. 93. — P. 054430.
90. In-plane angular dependence of the spin-wave nonreciprocity of an ultrathin film with Dzyaloshinskii-Moriya interaction / Vanessa Li Zhang, Kai Di, Hock Siah Lim et al. // *Applied Physics Letters*. — 2015. — Vol. 107, no. 2. — P. 022402.
91. *Kim Joo-Von, Stamps Robert L., Camley Robert E.* Spin Wave Power Flow and Caustics in Ultrathin Ferromagnets with the Dzyaloshinskii-Moriya Interaction // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 117. — P. 197204.
92. Numerical Methods in Micromagnetics (Finite Element Method) / Thomas Schrefl, Gino Hrkac, Simon Bance et al. — American Cancer Society, 2007.
93. *Rychty J, Kłos J W.* Spin wave surface states in 1D planar magnonic crystals // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2017. — Vol. 50, no. 16. — P. 164004.
94. Spin-wave nonreciprocity and magnonic band structure in a thin permalloy film induced by dynamical coupling with an array of Ni stripes / M. Mruczkiewicz, P. Graczyk, P. Lupo et al. // *Physical Review B*. — 2017. — Vol. 96, no. 10.
95. *Shaimanov A.N., Khabarov K.M., Baryshev A.V.* Plasmonic magneto-optical nested 2D nanostructures: tailoring responses through effective refractive index // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2019.
96. Spin wave steering in three-dimensional magnonic networks / E. N. Beginin, A. V. Sadovnikov, A. Yu. Sharaevskaya et al. // *Applied Physics Letters*. — 2018. — Vol. 112, no. 12. — P. 122404.
97. Spin wave propagation in three-dimensional magnonic crystals and coupled structures / P.A. Popov, A.Yu. Sharaevskaya, E.N. Beginin et al. // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2019. — Vol. 476. — Pp. 423–427.

98. A Systematic Approach to Multiphysics Extensions of Finite-Element-Based Micromagnetic Simulations: Nmag / Thomas Fischbacher, Matteo Franchin, Giuliano Bordignon, Hans Fangohr // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 2007. — Vol. 43, no. 6. — Pp. 2896–2898.
99. *Kakay Attila, Westphal Elmar, Hertel Riccardo*. Speedup of FEM Micromagnetic Simulations With Graphical Processing Units // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 2010. — Vol. 46, no. 6. — Pp. 2303–2306.
100. Scalable parallel micromagnetic solvers for magnetic nanostructures / Werner Scholz, Josef Fidler, Thomas Schrefl et al. // *Computational Materials Science*. — 2003. — Vol. 28, no. 2. — Pp. 366–383.
101. FastMag: Fast micromagnetic simulator for complex magnetic structures (invited) / R. Chang, S. Li, M. V. Lubarda et al. // *Journal of Applied Physics*. — 2011. — Vol. 109, no. 7. — P. 07D358.
102. *Schöberl Joachim*. NETGEN An advancing front 2D/3D-mesh generator based on abstract rules // *Computing and Visualization in Science*. — 1997. — Vol. 1, no. 1. — Pp. 41–52.
103. *Chi Kai H., Zhu Yun, Tsai Chen S.* Two-Dimensional Magnonic Crystal With Periodic Thickness Variation in YIG Layer for Magnetostatic Volume Wave Propagation // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 2013. — Vol. 49, no. 3. — Pp. 1000–1004.
104. *Hao Y., Mittra R.* FDTD Modeling of Metamaterials: Theory and Applications. Electromagnetics. — Artech House, 2008.
105. *Donahue Michael J.* OOMMF User’s Guide, Version 1.0. — NIST Pubs, 1999.
106. *Choi Youn-Seok, Lee Ki-Suk, Kim Sang-Koog.* Quantitative understanding of magnetic vortex oscillations driven by spin-polarized out-of-plane dc current: Analytical and micromagnetic numerical study // *Phys. Rev. B*. — 2009. — May. — Vol. 79. — P. 184424.
107. *Vivek T., Sabareesa F.* Micromagnetic Study of Reducing Forbidden Bandgaps and its Width in a Triangular Antidot Array Waveguide With Different Orientations // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 2019. — Feb. — Vol. 55, no. 2. — Pp. 1–6.

108. The design and verification of MuMax3 / Arne Vansteenkiste, Jonathan Leli-aert, Mykola Dvornik et al. // *AIP Advances*. — 2014. — Vol. 4, no. 10. — P. 107133.
109. Micromagnetic simulations using Graphics Processing Units / L Lopez-Diaz, D Aurelio, L Torres et al. // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2012. — Vol. 45, no. 32. — P. 323001.
110. NVIDIA CUDA C programming guide. — 2014. — URL: <http://developer.nvidia.com/nvidia-gpu-computing-documentation>.
111. P. A. Popov, A. Yu. Sharaevskaya, D. V. Kalyabin et al. // *Journal of Communications Technology and Electronics*. — 2018. — Vol. 63. — Pp. 1431–1438.
112. *Chin S. K., Nicorovici N. A., McPhedran R. C.* Green's function and lattice sums for electromagnetic scattering by a square array of cylinders // *Phys. Rev. E*. — 1994. — May. — Vol. 49. — Pp. 4590–4602.
113. *Korn G.A., Korn T.M.* Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. — McGraw-Hill, New York, 1961.
114. *Lankaster P.* Theory of Matrices. — Academic Press, New York, 1969.
115. *Rayleigh J. W. S.* Theory of Sound. — MacMillan, London, 1984.
116. *Lavrentev M. A., Sabat B. V.* Methods of the theory of functions of a complex variable 2nd ed. — Izdat. Fiz.-Mat. Lit., Moscow, 1958.
117. *Kaczér J., Murtinová L.* On the demagnetizing energy of periodic magnetic distributions // *physica status solidi (a)*. — 1974. — Vol. 23, no. 1. — Pp. 79–86.
118. The design and verification of MuMax3 / Arne Vansteenkiste, Jonathan Leli-aert, Mykola Dvornik et al. // *AIP Advances*. — 2014. — Vol. 4, no. 10. — P. 107133.
119. Tunable permalloy-based films for magnonic devices / Yuli Yin, Fan Pan, Martina Ahlberg et al. // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 92. — P. 024427. — URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.92.024427>.

## Список авторских публикаций

Публикации в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК, и входящих в Международные базы данных в системы цитирования Scopus и Web of Science:

[A1] Никитов С.А., Калябин Д.В., Лисенков И.В., Славин А.Н., Барабаненков Ю.Н., **Осокин С.А.**, Садовников А.В., Бегинин Е.Н., Морозова М.А., Шараевский Ю.П., Филимонов Ю.А., Хивинцев Ю.В., Высоцкий С.Л., Сахаров В.К., Павлов Е.С. Магноника — новое направление спинтроники и спин-волновой электроники // *Успехи Физических Наук* — (2015). — Т. 185 — Стр. 1099–1128.

[A2] *Lisenkov I. V., Kalyabin D. V., **Osokin S. A.** et. al.* Nonreciprocity of edge modes in 1D magnonic crystal // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2015. — Vol. 378. — Pp. 313 – 319.

[A3] *Barabanenkov Y.N., **Osokin S.A.**, Kalyabin D.V., Nikitov S.A.* Spin-wave bound modes in a circular array of magnetic inclusions embedded into a metallized ferromagnetic thin-film matrix // *Physical Review B*. — 2015. — Jun. — Vol. 91. — P. 214419.

[A4] *Barabanenkov Y.N., **Osokin S.A.**, Kalyabin D.V., Nikitov S.A.* Radiation losses and dark mode for spin-wave propagation through a discrete magnetic micro-waveguide // *Physical Review B*. — 2016. — Nov. — Vol. 94. — P. 184409.

[A5] **Osokin S.A.**, *Safin A.R., Barabanenkov Y.N., Nikitov S.A.* Spin waves in finite chain of dipolarly coupled ferromagnetic pillars // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2018. — Vol. 465. — Pp. 519 – 523.

[A6] **Osokin S.A.**, *Safin A.R., Nikitov S.A.* Influence of Shape Effects on the Spectrum of Spin Waves in Finite Array of Ferromagnetic Pillars // *JETP Letters*. — 2019. — Vol. 110 — Pp. 629 – 634.

**Публикации в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК:**

[A7] *Калябин Д.В., Лисенков И.В., Осokin С.А., Никитов С.А.* Невзаимность спиновых волн в 1D магнотонном кристалле // *Нелинейный мир* — 2015. — Т. 13, Н. 2. — Стр. 16-17.

[A8] *Осокин С.А., Барabanenков Ю.Н. Калябин Д.В., Никитов С.А.* Передача спиновых волн в линейном массиве включений в ферромагнитной пленке // *Нелинейный мир* — 2016. — Т. 14. — Н. 1. — Стр. 41-42.

**Список тезисов докладов автора, опубликованных в материалах конференций:**

[A9] *Osokin S., Barabanenkov Y., Nikitov S.* Spin wave bound modes in a circular array of magnetic inclusions embedded into ferromagnetic matrix // *Book of Abstract Spin Waves 2015 International Symposium*. — *Ioffe Physical-Technical Institute Saint Petersburg, Russia*. — 2015. — P. 110.

[A10] *Osokin S., Barabanenkov Y., Kalyabin D., Nikitov S.* Resonant transfer of spin-waves in a finite array of magnetic inclusions embedded into a ferromagnetic film // *VI Euro-Asian symposium trends in magnetism (EASTMAG-2016). Book of Abstracts*. — 2016. — P. 359.

[A11] *Osokin S.A., Barabanenkov Y.N., Kalyabin D.V., Nikitov S.A.* General theory of spin wave propagation in chains of discrete magnetic elements // *Moscow International Symposium on Magnetism (MISM), 1 – 5 July 2017. Moscow. Book of Abstracts*. — 2017. — P. 473.

[A12] *Osokin S., Barabanenkov Y., Safin A., Kalyabin D., Nikitov S.* Spin waves in finite arrays of discrete ferromagnetic pillars // *Spin Waves 2018 International Symposium Program/ Abstracts*. — *Ioffe Physical-Technical Institute Saint Petersburg, Russia*. — 2018. — P. 139.

[A13] *Осокин С.А., Никитов С.А., Калябин Д.В.* Спиновые волны в конечноразмерной цепочке ферромагнитных столбиков // *Труды 61-й Всероссий-*

ской научной конференции МФТИ. Электроника, фотоника и молекулярная физика. — 2018. — Стр. 104-106.

[A14] **Osokin S.**, *Safin A., Nikitov S., Kalyabin D.* Edge and defect modes of spin waves in finite chains of ferromagnetic pillars // *Micro-and Nanoelectronics – 2018: Proceedings of the International Conference (October 1–5, 2018, Zvenigorod, Russia): Book of Abstracts* — 2018. — P. 92.

## Список рисунков

- 1.1 Одномерные МК на диэлектрической подложке со свободной верхней границей (а) и периодическим изменением намагниченности насыщения  $M_s$ ; с металлизацией на верхней поверхности (б); с границей в форме меандра (в). . . . . 16
- 1.2 (а) ФМ/НМ пленки с одинаковой толщиной  $d_A = d_B$ . Внешнее магнитное  $H_0$  поле сонаправленно с намагниченностью насыщения пленок  $M_s$ . (б) Строение дисперсионных зависимостей ОМСВ с номерами мод  $m$  при распространении СВ вдоль оси  $z$ . . . . . 17
- 1.3 Дисперсия краевых спиновых волн в МК, образованного канавками на поверхности ферромагнитной пленки (сплошная линия); пунктирные линии соответствуют модам Деймона–Эшбаха в пленках с максимальной и минимальной толщиной без модуляции, сплошная линия соответствует нижней границе частот для поверхностных спиновых волн  $\omega_0 = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}$ . . . . . 21
- 1.4 Ферромагнитная пленка с направлением намагниченности по оси  $+z$  (а) и  $-z$  (б). Пунктиром обозначен разрешенный путь распространения краевых волн на границе пленки с вакуумом или с другим доменом. (с) Схема делителя, образованного двумя доменами с противоположным направлением намагниченности. . . . 23
- 1.5 Схема интерферометра, образованного двумя доменами. Стрелками обозначены пути распространения краевых спиновых волн вдоль границ доменов. . . . . 24
- 1.6 Два волновода 1 и 2 с зоной (зеленая область), в которой происходит обмен энергией между связанными спиновыми волнами. Волна из одного волновода (input) при прохождении через структуру разделяется на две волны (output 1, output 2), амплитуды которых зависят от частоты волны и дисперсионных характеристик среды. . . . . 25



- 1.7 Схема распространения спиновых волн в доменной стенке (темный регион) при отсутствии ( $\mathbf{a}$ ,  $D = 0$ ) и наличии ( $\mathbf{b}$ ,  $D > 0$ ) ДМІ в магнитной пленке. Принцип работы диода для спиновых волн ( $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$ ). Входной и выходной волноводы обозначены желтым цветом. Перенос магнитного момента при прохождении из волновода с источником спиновых волн (зеленая область) в выходной канал зависит от направления распространения. . . . . 26
- 1.8 (а) модель магнетонной структуры и (b) сетка ее разбиения в программе генерации разбиений Netgen; (с) распределение поля размагничивания в структуре рассчитанное с помощью пакета NMag. 28
- 2.1 Ферромагнитная пленка с линейной цепочкой из цилиндрических ферромагнитных включений. . . . . 31
- 2.2 Схема двух ферромагнитных включения с их локальными системами координат относительно лабораторной системы координат. 37
- 2.3 Распределение действительной части потенциала спиновой волны, рассеянной одиночным включением. . . . . 45
- 2.4 Схема металлизированной ферромагнитной пленки с четырьмя ферромагнитными включениями расположенными периодически по кругу. . . . . 46
- 2.5 Четыре ферромагнитных включения, расположенных периодически по окружности с радиусом  $r$  (а). Локальные полярные координаты для каждого из включений (b). . . . . 46
- 2.6 Распределения суммы потенциалов спиновых волн, рассеянных двумя включениями: с волновым числом  $k_r^0 R_{12} = 1.2$  для распределения (а) и  $k_r^0 R_{12} = 4.3$  для распределения (b). . . . . 49
- 2.7 Спиральная форма распределения суммы потенциалов спиновых волн, рассеянных четырьмя включениями: с волновым числом  $k_r^0 R_{12} = 1.2$  для распределения (а) и  $k_r^0 R_{12} = 3.2$  для распределения (b). . . . . 50
- 2.8 Схема сдвига фазы  $U_j^{(k)}$  для собственных мод спиновых волн с номерами  $k = 1, 2, 3, 4$  для спиновых волн рассеянных на включениях с номерами  $j = 1, 2, 3, 4$ . Каждый вектор обозначает сдвиг фазы  $\arg U_j^{(k)}$ . . . . . 51

- 2.9 Зависимость величины  $Re\left(1/\lambda_4^{(0)}\right)$  от нормализованной частоты  $\Omega$  для плотно упакованной системы из четырех цилиндрических включений (а). Показатель добротности  $Q$  для резонанса в зависимости от размера системы включений (b). . . . . 52
- 2.10 Сравнение резонансных свойств амплитуд собственных мод  $Re\left(1/\lambda_k^{(m)}\right)$  для мод с номерами  $k = 2, 4$  и индексами мультипольности  $m = \pm 1$  в зависимости от нормализованной частоты  $\Omega$  ( $R_{12} = 6.2 \mu m$  and  $R = 1.8 \mu m$ ). . . . . 53
- 2.11 Зависимость величины  $Re\left(1/\lambda_4^{(-1)}\right)$  от нормализованной частоты  $\Omega$  для системы из четырех включений с радиусом  $R = 1.8 \mu m$  для двух значений расстояния  $R_{12} = 6.2 \mu m$  (а). Зависимость показателя добротности  $Q$  от расстояния между включениями  $R_{12}$  (b). . . . . 53
- 2.12 Кривые, представляющие зависимость резонансной частоты от радиуса включения  $R$  при фиксированном соотношении  $R_{12}/R$ , когда  $a''_{12} = 0$ ,  $a'_{12} \leq -0.5$ . . . . . 56
- 2.13 Линейный спад амплитуд рассеяния вдоль линейной цепочки включений.  
 $\Omega_{res} = 1.007$ ,  $\theta'' = 4.4 \cdot 10^{-6}$ ,  $R = 6.9 \mu m$ ,  $R_{12} = 4R$ ,  $k_r^0 R = 0.38$ . . . . . 57
- 2.14 Экспоненциальный спад амплитуд рассеяния вдоль линейной цепочки.  $\Omega_{res} = 1.004$ ,  $\theta'' = 0.43$ ,  $R = 7 \mu m$ ,  $R_{12} = 3R$ ,  $k_r^0 R = 0.3$ . . . 57
- 2.15 Иллюстрации поведения амплитуд рассеяния включений  $\hat{B}_j$  в зависимости от числа включений  $j$  для случая  $N = 24$  (а),  $N = 23$  (b) и коэффициент коллективного затухания линейной цепочки  $F_N$  (c) в условиях фильтрации темных мод от потерь на излучение. . . . 58
- 3.1 Цилиндрические магнитные столбики расположенные произвольно на плоскости  $(x, y)$  (а) и периодически вдоль оси  $z$  (b). . . . . 62
- 3.2 Частотная зависимость амплитуды динамической намагниченности  $\mathbf{m}_i$  для каждого столбика с номером  $i$  в (а) ФМ и (b) АФМ-конфигурациях намагниченности в цепочке ( $N = 11$ ). . . . . 66

- 3.3 Распределение амплитуды спиновой волны в цепочке магнитных столбиков на резонансной частоте для (а) АФМ ( $\omega = \omega_{res}^\uparrow$ ,  $\omega = \omega_{res}^\downarrow$ ) и ФМ ( $\omega = \omega_{res}$ ) конфигураций намагниченности, и (б) для ФМ конфигурации с одним дефектом в столбике с номером  $k = 1$  ( $\omega_{def} = 0,95\omega_H$ ),  $k = 2$  ( $\omega_{def} = 0,85\omega_H$ ) и  $k = 13$  ( $\omega_{def} = 0,85\omega_H$ ). . . . . 68
- 3.4 Резонансные частоты собственных мод спиновых волн в зависимости от длины цепочки  $N$ :  $\omega_{res}$ ,  $\omega_s$  для ФМ (а),  $\omega_{res}^\downarrow$ ,  $\omega_s^\downarrow$  (б) и  $\omega_{res}^\uparrow$ ,  $\omega_s^\uparrow$  (с) для АФМ конфигурации намагниченности цепочки. 70
- 3.5 Частотная зависимость амплитуды намагниченности  $\mathbf{m}_i$  для каждого столбика с номером  $i$ , в случае, когда дефектом является столбик с противоположной намагниченностью с номером (а)  $k = 1$  и (б)  $k = 2$  (в цепочке из  $N = 25$  столбиков). . . . . 71
- 4.1 Амплитуда колебаний намагниченности  $m_x(t)/M_s$  усредненная по разным областям столбика. Распределение эффективного магнитного поля  $B_z^{eff}$  внутри объема ферромагнитного столбика под действием постоянного внешнего магнитного поля. . . . . 79
- 4.2 Амплитуда намагниченности столбика  $m_x(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$ . Намагниченность усреднена по различным областям столбика с высотой  $h = 4R$  и  $h = 40R$ . . . . . 79
- 4.3 Цепочка из  $N = 7$  ферромагнитных столбиков периодически расположенных вдоль оси  $x$ . Переменное внешнее магнитное поле  $h^{ext}(t)$  приложено к центральному столбику с номером  $i = 4$ . . . . . 81
- 4.4 Распределение эффективных магнитных полей  $B_z^{eff}(z)$  и  $B_x^{eff}(z)$  вдоль центральной оси  $z$  столбиков с номерами  $i = 1, 2, \dots, 4$ . . . . . 82
- 4.5 Распределение амплитуды намагниченности  $m_x^i(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$  для столбиков с номерами  $i = 1, \dots, 4$ . Намагниченность усреднена по верхней (а) и средней (б) части столбиков. . . . . 83
- 4.6 Распределение амплитуды намагниченности  $m_x^i(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$  для столбиков с номерами  $i = 1, \dots, 4$ , при приложении внешнего магнитного поля ко всем столбикам. Намагниченность усреднена по верхней (а) и средней (б) части столбиков. . . . . 84

- 4.7 Распределение амплитуды намагниченности  $m_x^i(f)/M_s$  в зависимости от частоты  $f$  для столбиков с номерами  $i = 1, \dots, 4$ , при пропускании спин-поляризованного тока через столбики. . . . . 86